Bölüm 2: Bir Boyutta Hareket

Kavrama Soruları

1- Hareketli bir cismin *yer değiştirmesi* ile *aldığı yol* aynımıdır?
2- *Hız* ile *sürat* arasındaki fark nedir?
3- *Ortalama* ve *ani hız* arasındaki fark nedir?
4- Ne zaman ortalama hız (ivme) ani hıza (ivmeye) eşit olur?
5- Hızı 2 m/s olan bir sineğin mi, yoksa hızı 50 m/s olan bir kamyonun mu ivmesi daha büyüktür?

Konu İçeriği

Sunuş

Hareket, bir cismin konumundaki sürekli değişimi temsil eder. Mekanikte bir cismin hareketini incelerken yapmak istediğimiz şey hareketli cismin konumunu zamanın fonksiyonu olarak bulmaktır.

Bir doğru boyunca hareket eden cismin konumunu belirlemek için bir, düzlemde hareket eden bir cisim için iki ve uzayda hareket eden bir cisim için ise üç tane uzunluk boyutuna ihtiyaç duyarız.

Boyut Sayısı	***Uzunluk Boyutu***	***Koordinatlar***	***Örnek***
Bir Boyut	[L]	x	Trenin hareketi
İki Boyut	[L].[L]	x,y	Arazi üzerindeki hareket
Üç Boyut	[L].[L].[L]	x,y,z	Uçağın hareketi

Bu bölümde "Bir Boyutta Hareket" başlığını kullanmamızın sebebi, hareketin sadece bir doğru boyunca yani bir boyutta olduğunu varsayacağız. Dolayısı ile hareketli cismi tanımlamak için sadece bir tane uzunluk boyutuna ihtiyacımız olacaktır. Hareketi bir boyutta tanımladıktan sonra bu tanımlamalarımızı sonraki bölümlerde inceleyeceğimiz iki ve üç boyuttaki harekete kolaylıkla uyarlayabiliriz.

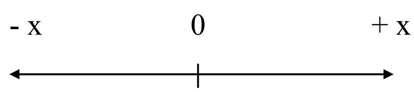
Hareketi incelerken iki kabül yapacağız: Birincisi, hareket eden cismin büyüklüğüne bakılmaksızın cismi noktasal parçacık olarak ele alacağız. Genel olarak "parçacık" ile çok küçük, noktasal bir kütleyi anlayacağız. İkincisi ise sürtünmeyi ihmal edeceğiz.

Bu bölümde hareketli cismin bir doğru boyunca hareket ettiğini varsayıp sırası ile yer değiştirme, hız ve ivme kavramlarını tanımlayacağız. Daha sonra sabit ivmeli hareketi ayrıntılı olarak inceleyeceğiz. Son bölümde ise bir boyutta sabit ivmeli hareketin bir uygulaması olan serbest düşme problemini inceleyeceğiz.

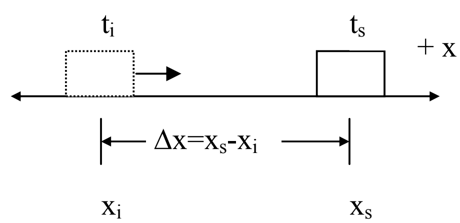
2-1 Yer değiştirme, Hız ve Sürat

Bir parçacığın hareketi, uzaydaki konumu her an biliniyorsa tamamen bellidir. Konumun zamana göre nasıl değiştiğini biliyorsak buradan cismin hızını, bu hız değerinin de yine zaman içinde nasıl değiştiğinden cismin ivmesini bulabiliriz. İvmesi bilinen cismin ise üzerine etki eden kuvveti, ileriki konularda göreceğimiz gibi, Newton'un 2. kanunun kullanarak çok kolay bir şekilde bulabiliriz. Bu sebepten dolayı hareketli cisimleri incelerken ilk yapacağımız şey cismin konumunu, uygun koordinat sistemi kullanarak belirlemektir.

Hareket, doğru boyunca oluyorsa, yani bir boyutta gerçekleşiyor ise, vektörel gösterimi kullanmadan hareketi tam olarak tanımlayabiliriz. Doğru üzerinde bir referans noktası seçersek, hareketli cismin konumunu bu referans noktasına göre tanımlayabiliriz. Cisim –x ekseni yönünde hareket ediyorsa yer değiştirmesi negatif, +x ekseni yönünde hareket ediyorsa pozitif olacaktır. Dolayısı ile hareketli cismin yön ve yer değiştirme büyüklüklerine ilişkin istediğimiz bütün bilgileri edinebiliriz.



Yer değiştirme**,** hareket eden bir cismin ilk (x_i) ve son (x_s) konumu arasındaki fark olarak tanımlanır. Yani $\Delta x = x_s - x_i$



Yer değiştirme: $\Delta x = x_s - x_i$

Eğer $x_i = x_s$ ise yerdeğiştirme $\Delta x = 0$ olur..

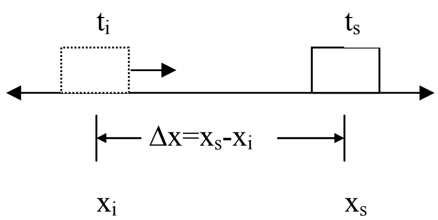
Hareket eden parçacığın *aldığı yol* ile parçacığın *yer değiştirmesi* aynı şeyler *değildir* ve birbirine karıştırılmamalıdır. Örneğin bir cisim A noktasından harekete başlasın ve B noktasına ulaştıktan sonra geri dönüp tekrar A noktasına dönsün. Burada cismin aldığı yol 2AB'dir ama yer değiştirmesi sıfırdır. Vektörler konusu incelendiğinde yer değiştirmenin vektörel, alınan yolun ise skaler bir nicelik olduğunu göreceğiz.

2-2 Ani Hız ve Sürat

Fizikte yönü ve büyüklüğü olan cisimleri vektörlerle, sadece büyüklüğü olan nicelikleri ise skaler sayılarla gösteririz. Örneğin kütle skaler bir niceliktir ve sadece büyüklüğünün verilmesi yeterlidir. Bunun yanında hareketli bir cismin hızından bahsederken hızın sadece büyüklüğünü vermek yeterli değildir, çünkü büyüklüğü kadar hızın yönü de önemlidir. Hızın büyüklüğüne *Sürat* denir ve skaler bir niceliktir. Bunun yanında *Hız* vektörel bir niceliktir ve büyüklüğünün yanında yönünün de belirtilmesi gerekmektedir. Bu konu Bölüm 4'de ayrıntılı olarak anlatılacaktır.

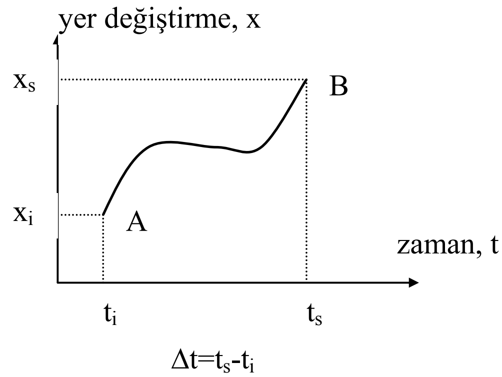
a) Ortalama Hız

Bir cisim Δt zaman aralığında Δx kadarlık bir yer değiştiriyor ise ortalama hızı Δx'in Δt'ye oranı olarak tanımlanır. Diyelim ki hareketli bir cisim $\Delta t = t_s - t_i$ zaman diliminde x_i konumundan (A) x_s konumuna (B) yerdeğiştirsin.



x_i: ilk konum
x_s: son konum
t_i: ilk ölçülen zaman
t_s: son ölçülen zaman
$\Delta x = x_s - x_i$ iki konum farkı, yer değiştirme
$\Delta t = t_s - t_i$ iki konum arasında geçen zaman

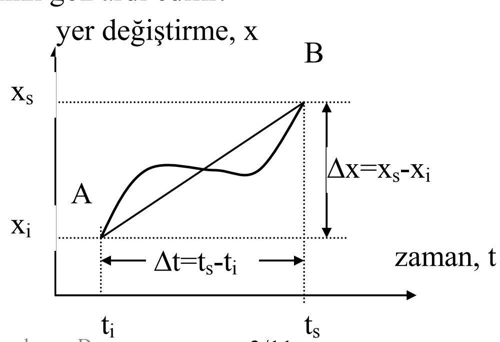
Bir cismin hareketini gözümüzde daha iyi canlandırabilmek için konum-zaman grafiğini çizmek faydalı olacaktır. Bu grafikte yatay eksen geçen zamanı (t), düşey eksen ise konumu (x) göstermektedir.



Bu cismin AB arasındaki ortalama hızı (v_{ort})

$$\text{Ortalama Hız} = v_{ort} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_s - x_i}{t_s - t_i} \quad \text{şeklinde tanımlanır.}$$

Ortalama hızı grafiksel olarak aşağıdaki şekilde gösterebiliriz. Bu grafikten görüldüğü gibi ortalama hız hesabı yapılırken cismin Δt zaman aralığındaki x_s ve x_i konumları dikkate alınır ve cismin bu zaman aralığı içindeki herhangi bir andaki konumlarının detayı, dolayısı ile de herhangi bir noktadaki hızı göz ardı edilir.



$$Eğim = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_s - x_i}{t_s - t_i} = v_{ort}$$

Hız, $\left[hız\right]=\frac{\left[uzunluk\right]}{\left[zaman\right]}=\frac{\left[L\right]}{\left[T\right]}$ boyutundadır ve SI birim sisteminde birimi ***metre/saniye*** veya kısaca ***m/s*** dir.

Örnek 2.1 *Ortalama Hız Hesabı:* x ekseni boyunca hareket eden bir parçacığın konumu t_i= 1 s de x_i=12 m ve t_s=3 s de x_s= 4 m dir. Bu zaman aralığında parçacığın yer değiştirmesini ve ortalama hızını bulunuz.

Çözüm:

$$\Delta x = x_s - x_i = 4m - 12m = -8m$$

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_s - x_i}{t_s - t_i} = \frac{4m - 12m}{3s - 1s} = -\frac{-8m}{2s} = -4m/s$$

Önemli Not! Dikkat edilecek olursa ortalama hız, hareketli parçacığın t_i ve t_s zaman aralığındaki hızının ayrıntılarını vermemekte, sadece ortalama değerini vermektedir. Bu zaman aralığı içersinde cisim kısa bir süreliğine durmuş da olabilir (örneğin t=3,5. saniyede), ama ortalama hız bu bilgiyi bize vermez!

Ortalama hız tanımının bu eksikliğinden dolayı ani hız tanımına ihtiyaç duyulur. Ani hızda hareketli parçacığın ortalama hız değerinden ziyade herhangi bir t anındaki hızı bulunabilir.

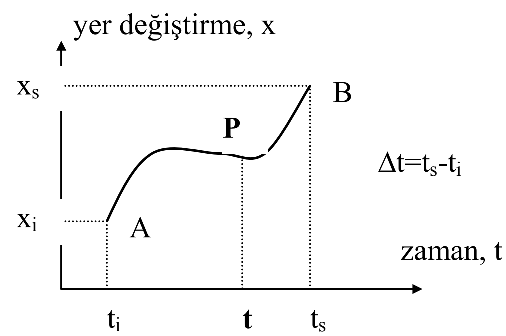
b) Ani Hız

Bir parçacığın hızını, sadece sınırlı bir zaman aralığından ziyade, herhangi bir t anında tanımlamak istediğimizde ani hız tanımını kullanırız. Bunun için matematikte kullanılan diferansiyel hesap kavramını (örneğin türev, integral gibi) kullanmamız gerekecektir.

Ani hız (v), yukarıdaki ortalama hız ifadesinde zaman, Δt, sıfıra yaklaşırken Δx/Δt oranının limit değeri ile ifade edilir.

$$v \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

Herhangi bir t anında cismin hızını veren ifade



Matematik gösterimde bu limite x'in t'ye göre türevi denir ve dx/dt olarak yazılır. Ani hızı hesaplayabilmek için yer değiştirmeyi (x) zamanın fonksiyonu x(t) olarak bilmemiz gerekmektedir.

Türev ile ilgili birkaç hatırlatma: Eğer elimizde $y(t)=At^n+C$ şeklinde çok genel bir fonksiyon var ise (Burada A ve C birer sabit, n ise tamsayı) bu fonksiyonun (y) değişkene (t) göre türevi

$$\frac{dy}{dt} = nAt^{n-1}$$

şeklinde tanımlanır. Örneğin $y(t)=6t^3-5$ gibi bir fonksiyonumuz varsa bu fonksiyonun zamana göre türevi

$$\frac{dy}{dt} = 3.6t^{3-1} = 18t^2$$ bulunur.

Örnek olması açısından eğer yukarıdaki y(t) fonksiyonu hareketli bir cismin konumunu (metre cinsinden) zamanın (saniye) fonksiyonu olarak ifade ediyor ise ve biz cismin t=2 saniyedeki hızının ne olduğunu bulmak istiyorsak yapacağımız şey konum fonksiyonunun zamana göre türevini almak ve istenilen t zamanını fonksiyonda yerine koyup o andaki ani hızı bulmak olacaktır.

Hız ifadesi $v(t) = \frac{dy}{dt} = 3.6t^{3-1} = 18t^2 m/s$. Bu, cismin hızını zamanın fonksiyonu olarak vermektedir. Herhangi bir andaki hızı bulmak istersek v(t) ifadesinde t yerine hızı bulmak istediğimiz anı yerleştirip cismin ani hızını bulabiliriz.

Cismin t=2 saniyedeki ani hızı (m/s birimiyle)

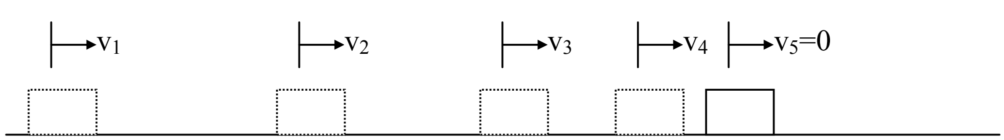
$$v(2s) = \frac{dy}{dt}\Big|_{t=2s} = 18(2s)^2 m/s = 72 m/s$$ bulunur.

Not: Eğer cismin hızı sabit ise ortalama hız ile ani hız değerleri birbirine eşit olur.

Bundan böyle hız terimini, ani hız anlamında kullanacağız.

3-3 İvme

Bir parçacığın hızı zamanla değiştiğinde, parçacığın ivmelenmekte olduğu söylenir. İvme, hızdaki değişimin ölçüsüdür. Hareketli cismin hızının büyüklüğünün ivme ile ilgisi yoktur, önemli olan hızdaki birim zamandaki değişim miktarıdır.



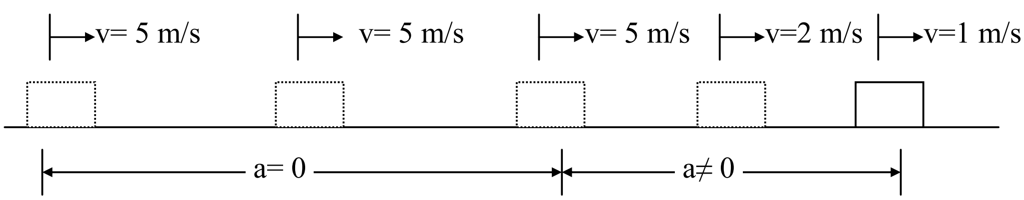
$$v_1 > v_2 > v_3 > v_4 > v_5$$

Yukarıdaki cismin hızı zaman icersinde değiştiğinden ivmelenmekte olduğu söylenir.

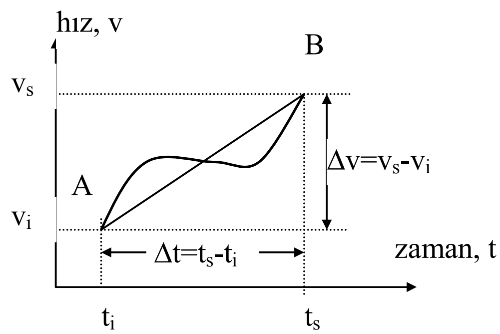
a) Ortalama İvme:

Bir cismin ortalama ivmesi, a_{ort}, $\Delta t = t_s - t_i$ zaman aralığındaki cismin hızındaki değişime, $\Delta v = v_s - v_i$, oranı olarak tanımlanır.

$$\text{Ortalama İvme} = a_{ort} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_s - v_i}{t_s - t_i}$$



Hız hesabında konum-zaman grafiği çizdiğimiz gibi cismin hızındaki değimeyi daha iyi görebilmek için de hız-zaman grafigini çizeriz.



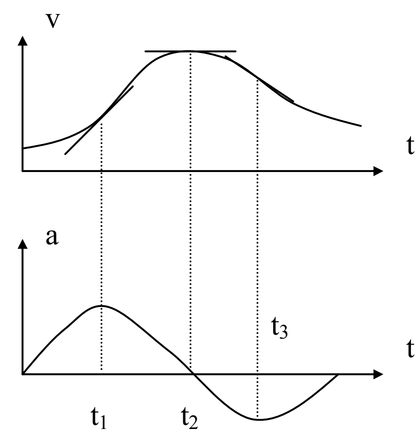
İvme, $\left[ivme\right] = \frac{\left[hiz\right]}{\left[zaman\right]} = \frac{\left[\frac{\left[uzunluk\right]}{\left[zaman\right]}\right]}{\left[zaman\right]} = \frac{\left[uzunluk\right]}{\left[zaman\right]^2} = \frac{\left[L\right]}{\left[T^2\right]}$ boyutunda olup SI birim sistemindeki birimi metre/(saniye)^2 veya kısaca m/s^2 dir.

b) Ani İvme:

Ani ivme, ani hızda olduğu gibi, Δt zaman aralığının sıfıra yaklaştığı durumdaki ivme olarak tanımlanır.

$$a \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$

Hız ile zaman arasındaki ilişkiye bir örnek verelim. Aşağıdaki grafiğin hareketli bir cismin hız-zaman eğrisini verdiğini düşünelim. Hızdaki değişimleri dikkate alarak cismin ivme-zaman grafiğini aşağıdaki şekilde elde edebiliriz.



İvmenin sıfır olduğu ve sıfırdan farklı olduğu durumları özetlersek:

a=0 ise	a=sabit ise
$a=(v_s-v_i)/t=0$ dan $v_s=v_i$	$a=(v_s-v_i)/t$ ifadesinden $v_s=v_i+at$, hızdaki artış *at* kadar veya birim zamanda **a** kadardır

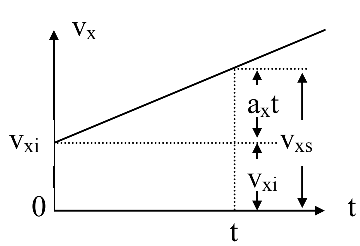
Not: Eğer cismin ivmesi sabit ise ortalama ivme ile ani ivme değerleri birbirine eşit olur.

Bundan sonra ivme terimini, ani ivme anlamında kullanacağız.

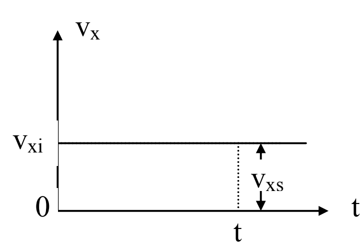
2-4 Bir Boyutta Sabit İvmeli Hareket

Bir boyutlu hareketin basit bir tipi, ivmenin sabit olduğu durumdur. İvme sabit olduğundan ortalama ivme ani ivmeye eşittir. Bu tür harekette hız hareketin başından sonuna kadar aynı oranda artar (veya azalır).

Sabit ivmeli hareket (a=sabit)



İvmesiz hareket (a=0)



Bir boyutta sabit ivmeli hareket yapan bir cismin hareketinine ilişkin a, v, t, x niceliklerini veren ifadeleri türetirsek:

$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v_s-v_i}{t_s-t_i}$$

$t_i=0$ alırsak (zamanın başlangıcını istediğimiz gibi seçme özgürlüğüne sahibiz ve bu zamanı sıfır olarak seçebiliriz, bu hesaplamaları değiştirmez!)

Dolayısı ile ivme bu hali ile $a = \dfrac{v_s - v_i}{t}$ şeklinde sade bir biçimde ifade edilebilir.

İvme ifadesi düzenlenirse $v_s = v_i + at$ 1

Ortalama hız tanımı $v_{ort} = \dfrac{x_s - x_i}{t}$

İlk ve son hızlar biliniyor ise, ivme sabit olduğundan ortalama hızı ilk ve son hızların ortalaması $v_{ort} = \dfrac{v_i + v_s}{2}$ şeklinde de ifade edebiliriz.

x_s-x_i'i çekip yukarıdaki ortalama hız ifadesini kullanırsak,

$$x_s - x_i = \frac{1}{2}(v_i + v_s)t \quad \text{...2}$$

1. eşitliği 2. eşitlikte yerine koyarsak

$$x_s - x_i = v_i t + \frac{1}{2}at^2 \quad \text{……...3}$$

Zaman içermeyen eşitlik elde etmek için

1. denklemden zamanı bulup $t = \dfrac{v_s - v_i}{a}$

2. denklemde yerine koyarsak

$$x_s - x_i = \frac{1}{2}(v_i + v_s)(\frac{v_s - v_i}{a}) = \frac{v_s^2 - v_i^2}{2a}$$

$$v_s^2 = v_i^2 + 2a(x_s - x_i) \quad \text{...4}$$

elde edilir. 1- 4 denklemleri, sabit ivmeli, bir boyutlu hareketle ilgili herhangi bir problemi çözmek için kullanılabilen kinematik ifadelerdir.

Örnek 2.2 *Uçak gemisine iniş:* Bir jet, uçak gemisine 140 mil/saat (63 m/s) hızla iniyor ve 2 saniye içinde duruyor.
a) uçağın ivmesi nedir?
b) Bu süre içinde uçağın yer değiştirmesi nedir?

Çözüm:

a)

$$a = \frac{v_s - v_i}{t} = \frac{0 - 63m/s}{2s} = -31{,}5m/s^2$$

b)

$$x_s - x_i = \frac{1}{2}(v_i + v_s)t = \frac{1}{2}(63m/s + 0).2s = 63m$$

Sabit ivmeli harekette hız değerinde sürekli bir artış söz konusudur. Bu artış miktarı da birim zamanda ivmenin büyüklüğü kadardır.

2-5 Serbest Düşme

Bir boyutta gerçekleşen sabit ivmeli harekete en güzel örnek serbest düşmedir. Yeryüzü üzerinde bütün cisimler serbest bırakıldıkları zaman hemen hemen sabit bir ivme ile yere doğru düşerler (*sürtünmeyi ihmal ettiğimiz için* cisimlerin yoğunluk ve büyüklüklerine bakılmaksızın hepsinin ivmelenmesi g kadar olacaktır. Bunu, elde edilen kinematik ifadelerin hiçbirinde kütlenin yer almadığından da görebiliriz)

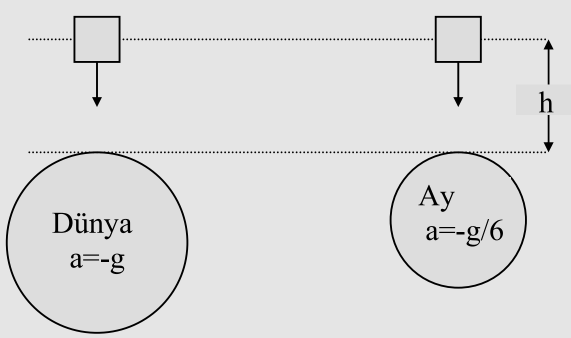
Yerin kütle çekiminden kaynaklanan bu ivmeye *yerçekimi ivmesi* denir ve **g** sembolü ile gösterilir. Yerin yüzeyinde **g**'nin büyüklüğü yaklaşık olarak 9,80 m/s^{2}dir ve her zaman aşağıya, yerin merkezine doğrudur. Yani yeryüzü üzerinde serbest düşmeye bırakılan bütün cisimlerin bir saniyede hızlarındaki artış miktarı 9,80 m/s dir (m/s^2 değil!).

$$\mathbf{g}=9{,}80 \text{ m/s}^2$$

Gerçekte **g**'nin değeri yüksekliğin artması ile azalır. Ayrıca **g** enlem ile de hafif değişmeler gösterir. Ama bu dersin kapsamında bu farklılıkları dikkate almayacağız.

Örnek 2.3 Durgun halden serbest düşmeye bırakılan bir cismin 1 saniye sonraki hızı
a) Dünyada
b) Ayda
nedir? (Aydaki kütle çekim ivmesi yerin 1/6 sı kadardır)

Çözüm:



a) $a_d = g = \dfrac{v_s - v_i}{t} \Rightarrow 9{,}8 m/s^2 = \dfrac{v_s - 0 m/s}{1s} \Rightarrow v_s = 9{,}8 m/s$ bulunur.

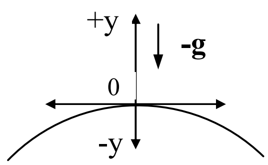
b) $a_a = \dfrac{g}{6} = \dfrac{v_s - v_i}{t} \Rightarrow 1{,}6 m/s^2 = \dfrac{v_s - 0 m/s}{1s} \Rightarrow v_s = 1{,}6 m/s$ bulunur.

Cisimler serbest düşme halinde iken, yerçekiminden dolayı, aşağı doğru bir ivmeye sahip olacaklardır. Aynı şekilde yukarı veya aşağı doğru fırlatılan cisimler de fırlatıldıktan sonra, durgun halden serbest düşmeye bırakılan bir cisim ile aynı ivmenin etkisi altında kalır.

Serbest düşen cisimleri incelediğimizde yapacağımız kabuller:

- Hava direnci ihmal edilir
- Yerçekimi ivmesinin yükseklikle değişmediği

Ayrıca serbest düşme hareketi düşey doğrultuda olduğu için konumu (yani yer değiştirmeyi) y koordinatı ile göstereceğiz ve yukarı yöne pozitif y ekseni diyeceğiz. Pozitif y ekseni yukarı doğru olduğundan, yerçekimi ivmesinin işareti negatiftir (yani aşağı doğru). Koordinatları bu şekliyle seçtiğimizde tek boyutta sabit ivmeli hareket için türettiğimiz kinematik denklemleri aşağıdaki şekilde yazabiliriz.



$$x=y,\ x_s=y,\ x_i=y_i$$

$$a=-g$$

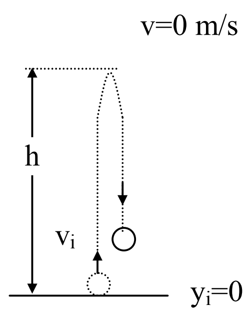
$$v=v_i-gt$$

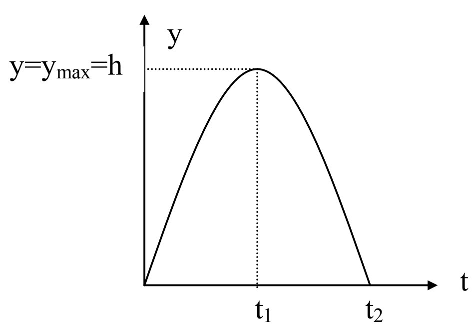
$$y=y_i+\frac{1}{2}(v+v_i)t$$

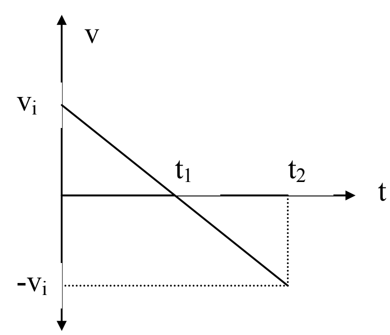
$$y=y_i+v_it-\frac{1}{2}gt^2$$

$$v^2=v_i^2-2g(y-y_i)$$

Şimdi yukarı doğru bir v_i hızı ile, düşey olarak fırlatılan bir parçacığın hareketini inceleyelim.







Maksimum yüksekliğe çıkma zamanı (t_1)

$$g=\frac{v-v_i}{t_1}$$

Tepede hız sıfır (v=0) olacağından $g=\frac{v_i}{t_1}$ Buradan $t_1=\frac{v_i}{g}$ bulunur.

Çıkış ve iniş süreleri eşit olacağından toplam uçuş süresi (t_2), $t_2=2t_1$ ye eşit olacaktır.

Dolayısı ile $t_2=\frac{2v_i}{g}$ bulunur.

Maksimum yükseklik,

$$v^2 = v_i^2 - 2g(y - y_i) \quad \text{ifadesinden}$$

y_i=0 ve tepede v=0 olacağından

$$v^2 = v_i^2 - 2gy_{\max} \Rightarrow y_{\max} = \frac{v_i^2}{2g} \quad \text{bulunur.}$$

Örnek 2.4 Bir taş bir binanın tepesinden düşey ve yukarı yönde 20 m/s lik ilk hızla fırlatılmıştır. Bina 50 m yüksekliğindedir.

a) Taşın maksimum yüksekliğe ulaşması için geçen zamanı,
b) Maksimum yüksekliği,
c) Taşın atıldığı seviyeye geri gelmesi için geçen zamanı,
d) Taşın bu andaki hızını,
e) t=5 saniyede taşın hızını ve konumunu bulunuz.

Çözüm:

a) $v=v_i-gt=0$ => (20 m/s)-(9,8 m/s^2).t_1=0 Buradan t_1=2,04 saniye bulunur.

b) $y=v_it$-1/2)gt^2 => y_{max}=(20m/s).(2,04s)-(1/2)(9,8 m/s^2).(2,04s)^2 => y_{max}=20,4 m.

c) $t_2=2t_1$=2.(2,04s)=4,08 s

d) $v=v_i-gt$ => v=(20m/s)-(9,8m/s^2).(4,08s) => v=-20m/s

e) $v=v_i-gt$ => v=(20m/s)-(9,8m/s^2).(5s) => v=-29m/s

$y=v_it-(1/2)gt^2$ => y=(20m/s).(5s)-(0.,5).(9,8m/s^2).(4s)^2 => y=-22,5m

Bölüm 2'nin Sonu

Kaynak:

Bu ders notları,
R. A. Serway ve **R. J. Beichner** (Çeviri Editörü: K. Çolakoğlu), **Fen ve Mühendislik için FİZİK-I** (Mekanik), Palme Yayıncılık, 2005.

kitabından derlenmiştir.