

EOB127-Sayısal Elektronik

Tümleyen Aritmetiği

Öğr. Gör. Gökhan Manav

Diğer Sayı Tabanlarındaki Aritmetiksel İşlemler

Tabanı r olan sistemdeki en büyük rakam $(r-1)$ olabilir. Dolayısıyla diğer tabanlarda yapılacak olan toplama, çıkarma, çarpma, bölme gibi aritmetiksel işlemlerde sadece rakam değerinin maksimum değeri değişmektedir. Örnek aşağıdaki iki tabanında verilen aritmetiksel işlemleri inceleyelim;

Toplama	Çıkarma	Çarpma	Bölme
$\begin{array}{r} 1001 \\ + 101 \\ \hline 1110 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1000 \\ - 11 \\ \hline 101 \end{array}$	$\begin{array}{r} 101 \\ \times 10 \\ \hline 000 \\ + 101 \\ \hline 1010 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1111 / 11 \\ - 11 \quad \text{-----} \\ \text{-----} 101 \\ 0011 \\ - 11 \\ \hline 00 \end{array}$

Tümleyenler

Sayısal sistemlerde kullanılan iki tip tümleyen vardır. Bunlar;

- r tümleyeni
- $r-1$ tümleyeni

Buradaki r harfi tümeleme işleminin yapıldığı basamağı temsil eder. Örneğin iki tabanı için;

- 2'nin tümleyeni r tümleyen
- 1'in tümleyeni $r-1$ tümleyendir.

On tabanı için;

- 10'un tümleyeni r tümleyen
- 9'un tümleyeni $r-1$ tümleyendir.

r'nin Tömleyeni

n haneli bir tamsayı kısmı bulunan r tabanında bir N pozitif sayı için, N'nin tömleyeni $N \neq 0$ için $r^n - N$ ve $N=0$ için 0'dır.

Örneğin;

- 23 sayısının 10 tömleyeni $\Rightarrow 10^2 - 23 = 100 - 23 = 77$
- 532.5 sayısının 10 tömleyeni $\Rightarrow 10^3 - 532.5 = 1000 - 532.5 = 467.5$
- 0.234 sayısının 10 tömleyeni $\Rightarrow 10^0 - 0.234 = 1 - 0.234 = 0.766$
- 0b1011 sayısının 2 tömleyeni $\Rightarrow 2^4 - 1011 = 0b10000 - 0b1011 = 0b101$
- 043.2 sayısının 8 tömleyeni $\Rightarrow 8^2 - 043.2 = 0100 - 043.2 = 034.6$

$(r-1)$ 'in Tümleyeni

n haneli bir tamsayı kısmı ve m haneli bir kesirli kısmı bulunan r tabanında bir N pozitif sayı için, N 'nin $(r-1)$ tümleyeni $r^n - r^m - N$ olarak tanımlanır.

Örneğin;

- 23 sayısının 9 tümleyeni $\Rightarrow 10^2 - 10^0 - 23 = 100 - 1 - 23 = 76$
- 532.5 sayısının 9 tümleyeni $\Rightarrow 10^3 - 10^{-1} - 532.5 = 1000 - 0.1 - 532.5 = 467.4$
- 0.234 sayısının 9 tümleyeni $\Rightarrow 10^0 - 10^{-3} - 0.234 = 1 - 0.001 - 0.234 = 0.765$
- 0b1011 sayısının 1 tümleyeni $\Rightarrow 2^4 - 2^0 - 1011 = 0b10000 - 1 - 0b1011 = 0b100$
- 043.2 sayısının 7 tümleyeni $\Rightarrow 8^2 - 8^{-1} - 043.2 = 0100 - 00.1 - 043.2 = 034.5$

(r-1) Tümleyenini Bulmanın Pratik Yolu

Bir sayının r-1 tümleyenini bulmak sayının hane sayısında ulaşabileceği maksimum sayıdan çıkartmak demektir. Örneğin;

- 0b101110 sayısının 1 tümleyeni $0b111111 - 0b101110 = 0b010001$ 'dir. İki tabanı için sayının tüm rakamlarının tersi de alınabilir.
- 0542 sayısının 7 tümleyeni $0777 - 0542 = 0235$ şeklindedir.

r Tümleyeni ile (r-1) Tümleyeni Arasındaki Dönüşüm

r tümleyenini elde ettiğimiz bir sayıdan en az anlamlı hane çıkarıldığında sayının (r-1) tümleyeni elde edilir. Benzer şekilde (r-1) tümleyenini elde ettiğimiz bir sayıya en az anlamlı hane eklendiğinde sayının r tümleyeni elde edilir.

Örneğin;

8 sayısının 10 tümleyeni 2'dir, 9 tümleyeni ise 1'dir.

0b11011011 sayısının 1 tümleyeni 0b00100100'dür, 2 tümleyeni 0b00100101'dir.

r Tümleyenini Bulmanın Pratik Yolu

nce sayının $r-1$ tmleyeni bulunur var $r-1$ tmleyeni r tümleyenine dnstrlr. Örneğin;

- $0b1011.01$ sayısının 1 tmleyeni $0b0100.10$ şeklindedir. Sayıyı 2 tümleyenine çevirmek için sayıya 0.01 eklenir ve sayının 2 tmleyeni $0b0100.11$ şekilde bulunabilir. İki tabanı için sayının en sağından başlayarak 1 sayısına gelinceye kadar sayı aynen yazılır. 1 'den sonrası için 1 ise 0 , 0 ise 1 şeklinde yazılabilir.
- 0535 sayısının 7 tmleyeni 0242 , 8 tmleyeni 0243 'tür.
- 802 sayısının 9 tmleyeni 197 'dir, 10 tmleyeni 198 'dir.

r'nin Tmleyenleriyle ıkartma İşlemi

Sayısal sistemlerde çıkartma işlemi bizlerin bugüne kadar öğrendiği yöntemden farklı yapılır. Örneğin M-N ıkartma işlemi için;

1. Aşama: Negatif olan sayısının r tmleyeni alınır. (N sayısı)
2. Aşama: M sayısı ile N sayısı toplanır.
3. Aşama: Toplama sonucunda taşma olup olmadığına bakılır.
 1. Taşma varsa atılır.
 2. Taşma yoksa, toplam sonucunun tekrar r tmleyeni alınarak önüne – işareti konur.

r'nin Tmleyenleriyle ıkartma işlemi

Örneğin;

M=945 ve N = 348 olsun;

a) M-N

b) N-M

işlemlerini r tümleyenini kullanarak yapalım.

M-N işlemi için;

1. Aşama: 348 sayısının 10 tmleyeni = 652
2. Aşama: $945 + 652 = 1597$
3. Aşama: taşma var bu yüzden sonuç 597

r'nin Tmleyenleriyle ıkartma işlemi

Örneğin;

M=945 ve N = 348 olsun;

a) M-N

b) N-M

işlemlerini r tümleyenini kullanarak yapalım.

N-M işlemi için;

1. Aşama: 945 sayısının 10 tmleyeni = 55

2. Aşama: $348 + 55 = 403$

3. Aşama: taşma yok bu yüzden 403 sayısının 10 tmleyeni $\times (-1) = -597$

r'nin Tmleyenleriyle ıkartma işlemi

Örneğin;

$M=0b1100$ ve $N = 0b0010$ olsun;

a) $M-N$

b) $N-M$

işlemlerini r tümleyenini kullanarak yapalım.

$M-N$ işlemi için;

1. Aşama: $0b0010$ sayısının 2 tmleyeni = $0b1110$
2. Aşama: $0b1100 + 0b1110 = 0b10010$
3. Aşama: taşma var bu yüzden sonuç $0b0010$

r'nin Tmleyenleriyle ıkartma işlemi

Örneğin;

$M=0b1100$ ve $N = 0b0010$ olsun;

a) $M-N$

b) $N-M$

işlemlerini r tümleyenini kullanarak yapalım.

$N-M$ işlemi için;

1. Aşama: $0b1100$ sayısının 2 tmleyeni = $0b0100$

2. Aşama: $0b0010 + 0b0100 = 0b0110$

3. Aşama: taşma yok bu yüzden $0b0110$ sayısının 2 tmleyeni $\times (-1) = -0b1010$

r'nin Tümleyenleriyle Çıkartma İşleminin Mantığı

M-N işleminde N sayısının r tümleyenini alarak toplarsak;
 $M+(r^n-N)$ işlemi yapmış oluruz.

Bu durumda yukarıda elde ettiğimiz eşitliği tekrar düzenlersek;
 r^n+M-N şeklinde yazabiliriz. Görüldüğü gibi elde edilen sonuç istenilen sonuca r^n eklenmiş halidir. Haliyle bu toplama işleminde taşma olması demek, istenilen çıkartma işleminin sonucunun zaten n basamağı içinde yer alacağını bize gösterir. Eğer sonuçta taşma olmasaydı, elde edilen sonuç istenilen sonucun r tümleyeni olduğunu gösterir (yani negatiftir) ve gerçek sonuca ulaşmak için elde edilen toplamın tekrar r tümleyeni alınır ve önüne eksi işareti eklenir. Bir sayının iki kere r tümleyenini alırsanız tekrar aynı sayıyı elde edersiniz ($r^n-(r^n-N)=N$).

$M+r^n-N > r^n$ ise $M > N$ 'dir.

$M+r^n-N < r^n$ ise $M < N$ 'dir.

(r-1) Tmleyenleriyle ıkartma işlemi

r tümleyenine benzer bir şekilde yapılır. Örneğin M-N ıkartma işlemi için;

1. Aşama: Negatif olan sayısının (r-1) tmleyeni alınır. (N sayısı)
2. Aşama: M sayısı ile N sayısı toplanır.
3. Aşama: Toplama sonucunda taşma olup olmadığına bakılır.
 1. Taşma varsa atılır ve sayıya en az anlamlı hane eklenir.
 2. Taşma yoksa, toplam sonucunun tekrar r-1 tmleyeni alınarak önüne – işareti konur.

r'nin Tmleyenleriyle ıkartma işlemi

Örneğin;

M=945 ve N = 348 olsun;

a) M-N

b) N-M

işlemlerini r-1 tümleyenini kullanarak yapalım.

M-N işlemi için;

1. Aşama: 348 sayısının 9 tmleyeni = 651

2. Aşama: $945 + 651 = 1596$

3. Aşama: taşma var bu yüzden sonuç $596+1 = 597$ olarak bulunur.

(r-1) Tmleyenleriyle ıkartma işlemi

Örneğin;

M=945 ve N = 348 olsun;

a) M-N

b) N-M

işlemlerini r-1 tümleyenini kullanarak yapalım.

N-M işlemi için;

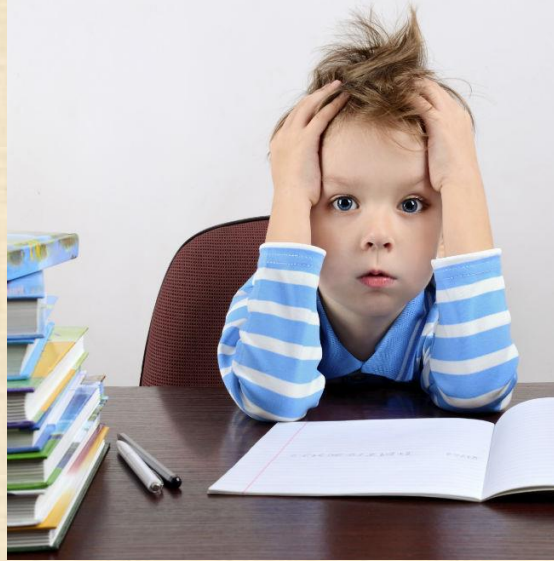
1. Aşama: 945 sayısının 9 tmleyeni = 54

2. Aşama: 348 + 54 = 402

3. Aşama: taşma yok bu yüzden 402 sayısının 9 tmleyeni x (-1)= -597

Dersimiz Burada Bitmiştir

Bu haftaya yönelik çalışma sorularını çözmeyi unutmayın.



[Bu Fotoğraf](#), Bilinmeyen Yazar, [CC BY](#) altında lisanslanmıştır

Referans Kitap: Sayısal Tasarım M.Morris Mano