

Aritmetik İşlem Birimleri (ALU)

Öğr. Gör. Gökhan MANAV

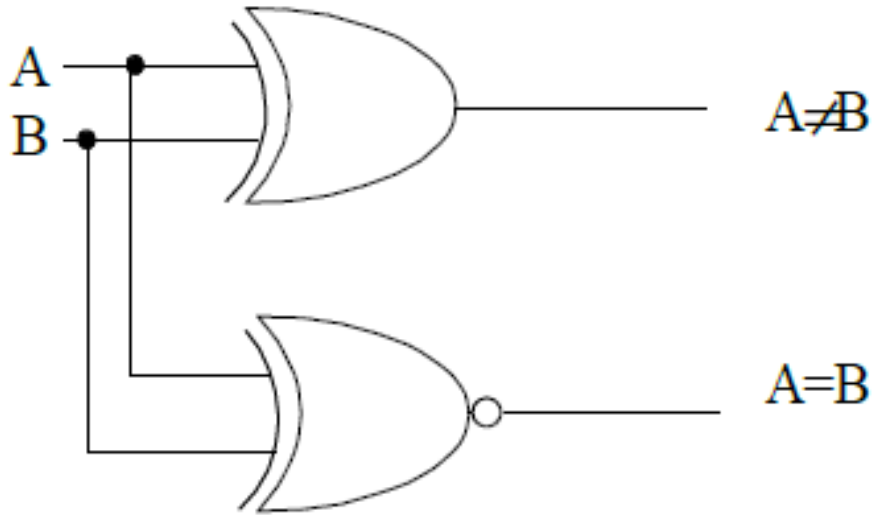
Neler Öğreneceğiz?

- Karşılaştırmalar
- Yarım ve tam toplayıcılar
- Paralel toplayıcı devreler
- Yarım ve tam çıkarıcı devreler
- Paralel çıkarıcı devreler
- Çarpma işlemi
- Aritmetik işlemler ile ilgili uygulamalar

Karşılaştırıcılar

- İki sayıyı karşılaştıran ve büyüklüklerini belirleyen bileşik devreler, 'karşılaştırıcı' olar
- En basit karşılaştırıcı devresi, tek bitlik A ve B sayılarının eşitlik durumunu karşılaştıran karşılaştırıcı devresidir. Bu devrede $A=B$ durumunda çıkışlardan birisi '1' olurken, $A \neq B$ durumunda diğeri '1' olarak isimlendirilir.

En basit karşılaştırma devresi



Bir

karşılaştırması.

Girişler		Çıkışlar	
A	B	$A \neq B$	$A = B$
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

Örnek:

- İki bitlik bilgiyi karşılaştıran ve $A=B$, $A>B$ ve $A<B$ çıkışlarını üreten devreyi tasarlayalım.

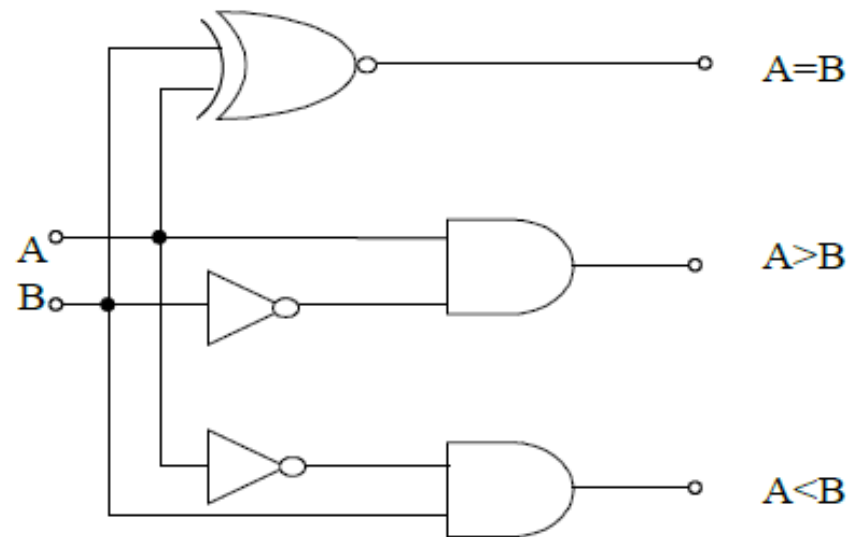
A	B	A>B	A=B	A<B
0	0	0	1	0
0	1	0	0	1
1	0	1	0	0
1	1	0	1	0

$$A>B=AB'$$

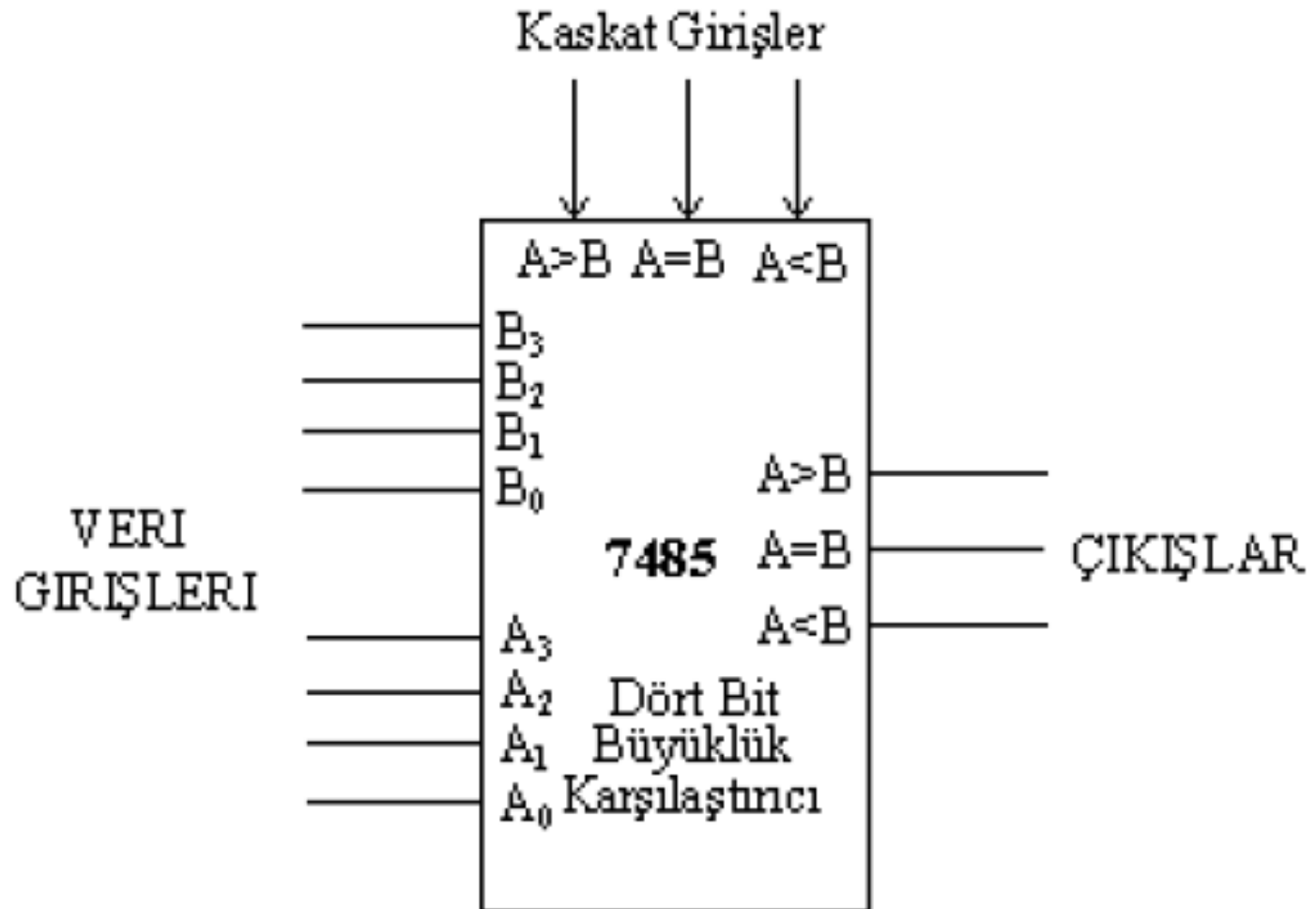
$$A=B=A'B'+AB$$

$$=A\odot B$$

$$A<B=A'B$$



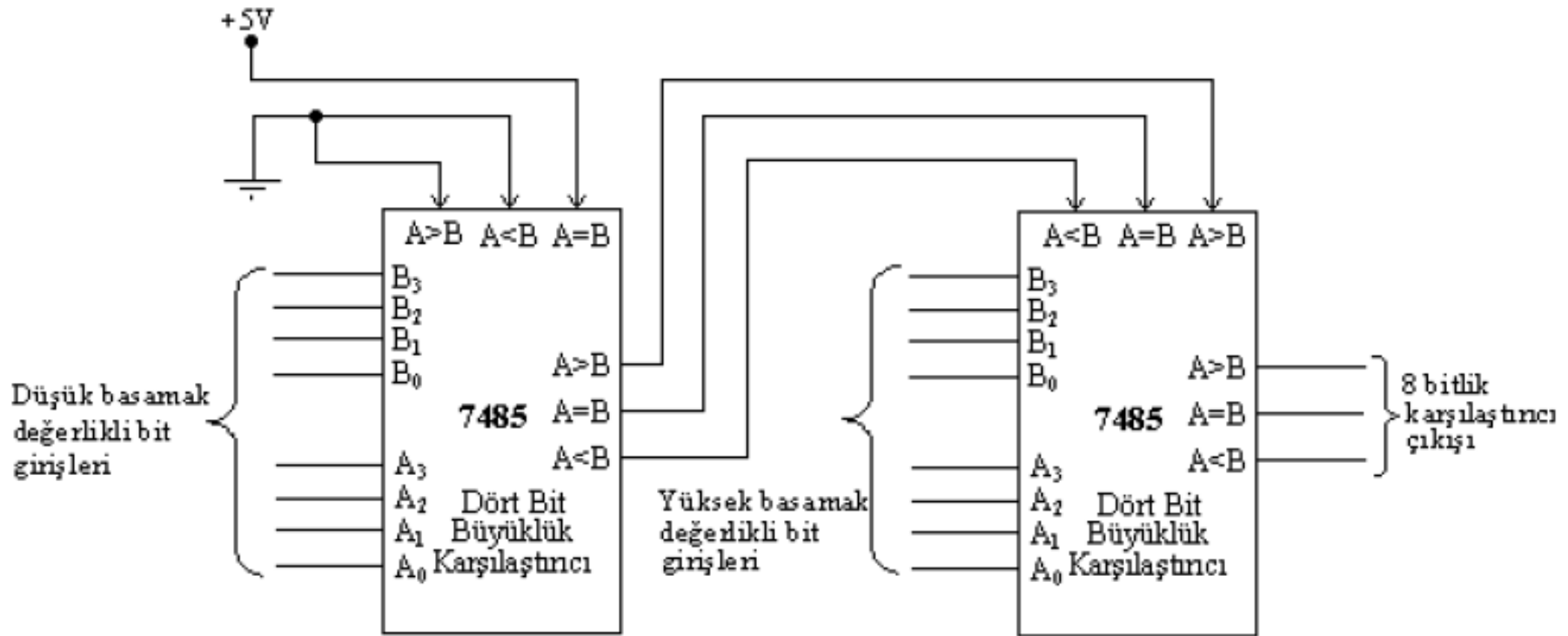
Örnek entegre



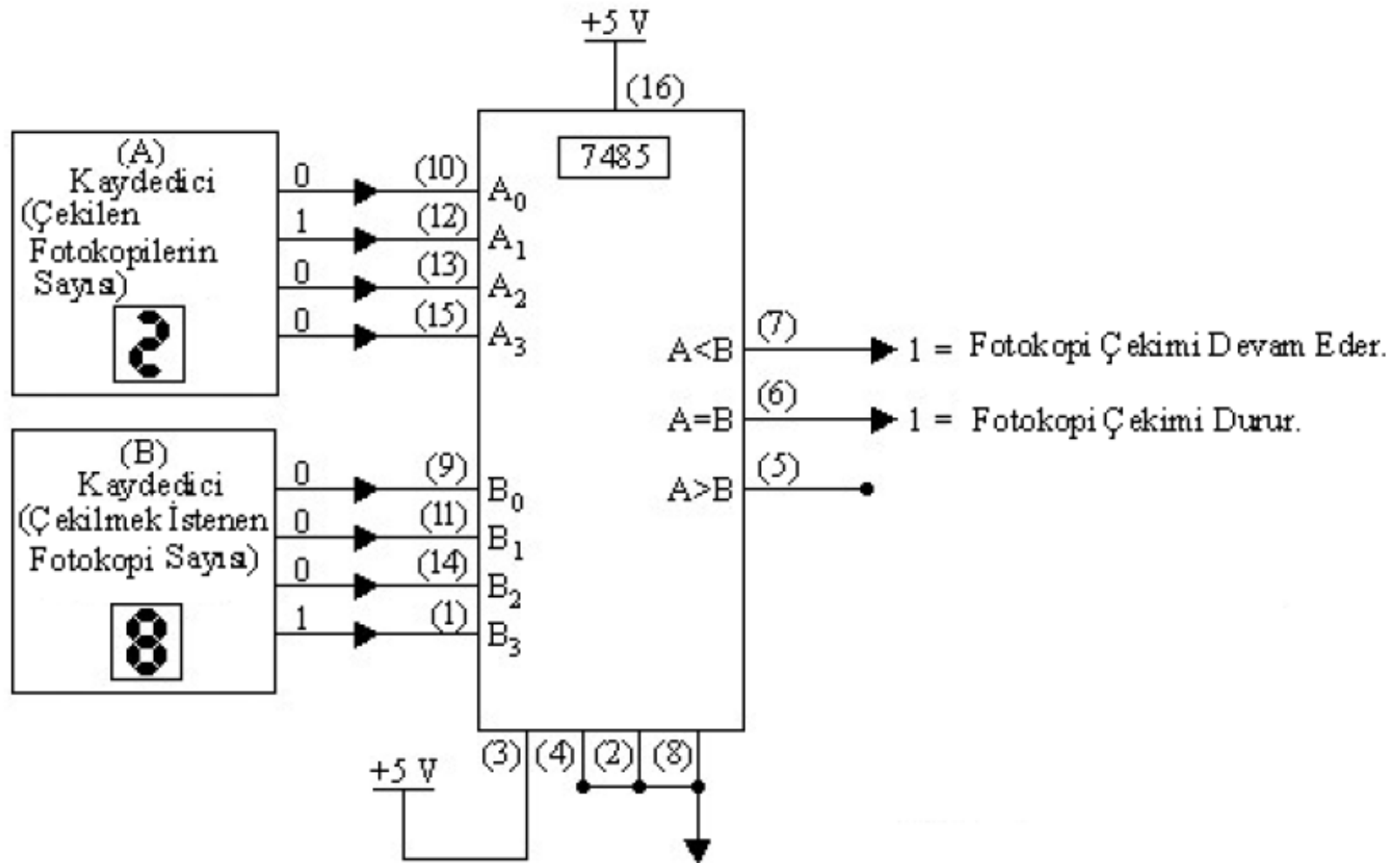
Doğruluk Tablosu

A_3, B_3	A_2, B_2	A_1, B_1	A_0, B_0	$I_{A>B}$	$I_{A<B}$	$I_{A=B}$	$Q_{A>B}$	$Q_{A<B}$	$Q_{A=B}$
$A_3 > B_3$	X	X	X	X	X	X	1	0	0
$A_3 < B_3$	X	X	X	X	X	X	0	1	0
$A_3 = B_3$	$A_2 > B_2$	X	X	X	X	X	1	0	0
$A_3 = B_3$	$A_2 < B_2$	X	X	X	X	X	0	1	0
$A_3 = B_3$	$A_2 = B_2$	$A_1 > B_1$	X	X	X	X	1	0	0
$A_3 = B_3$	$A_2 = B_2$	$A_1 < B_1$	X	X	X	X	0	1	0
$A_3 = B_3$	$A_2 = B_2$	$A_1 = B_1$	$A_0 > B_0$	X	X	X	1	0	0
$A_3 = B_3$	$A_2 = B_2$	$A_1 = B_1$	$A_0 < B_0$	X	X	X	0	1	0
$A_3 = B_3$	$A_2 = B_2$	$A_1 = B_1$	$A_0 = B_0$	1	0	0	1	0	0
$A_3 = B_3$	$A_2 = B_2$	$A_1 = B_1$	$A_0 = B_0$	0	1	0	0	1	0
$A_3 = B_3$	$A_2 = B_2$	$A_1 = B_1$	$A_0 = B_0$	0	0	1	0	0	1
$A_3 = B_3$	$A_2 = B_2$	$A_1 = B_1$	$A_0 = B_0$	0	0	0	0	0	1

Kas-kat Bağlama



Örnek Uygulama (Fotokopi Makinesi)

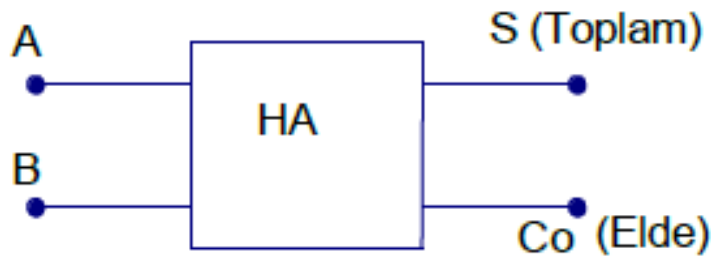


Aritmetik İşlem Devreleri

- Toplama, çıkarma, çarpma, bölme işlemlerini yapan devrelere, 'Aritmetik İşlem Devreleri' denir.
- Çarpma işlemi; toplama işleminin tekrarlanması, bölme işlemi ise; Çıkartma işleminin tekrarlanması ile yapılır.

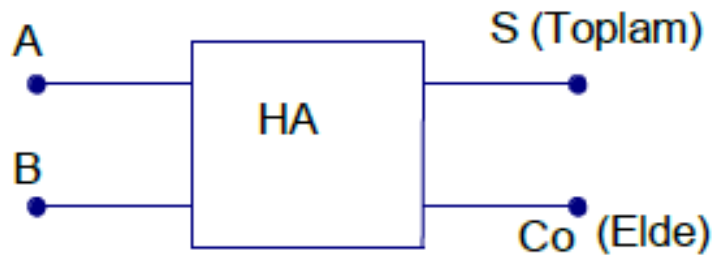
Yarım Toplayıcı (Half Adder – HA)

- İkili sayı sistemlerinde toplama nasıl yapılır? Ör: $1101+11=?$

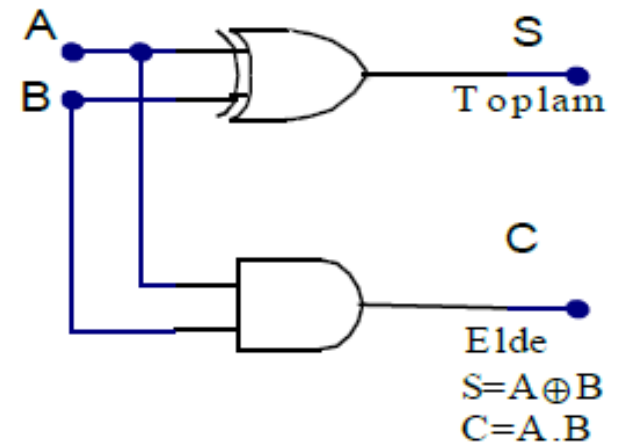
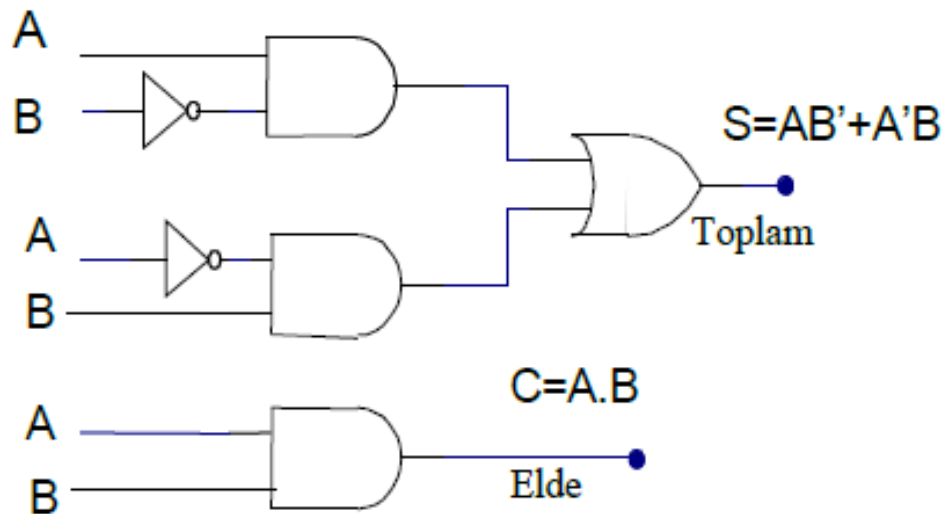


A	B	S	C _o
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

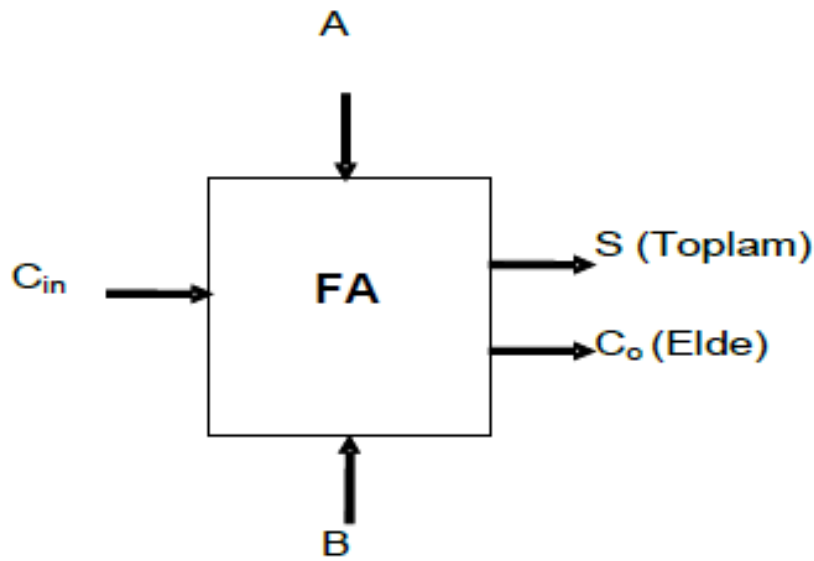
Yarım Toplayıcı Tasarımı



A	B	S	C _o
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

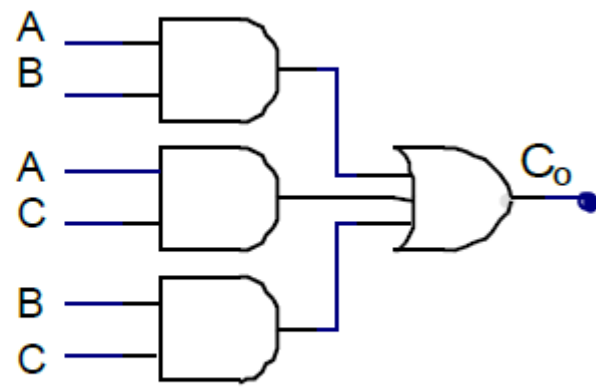
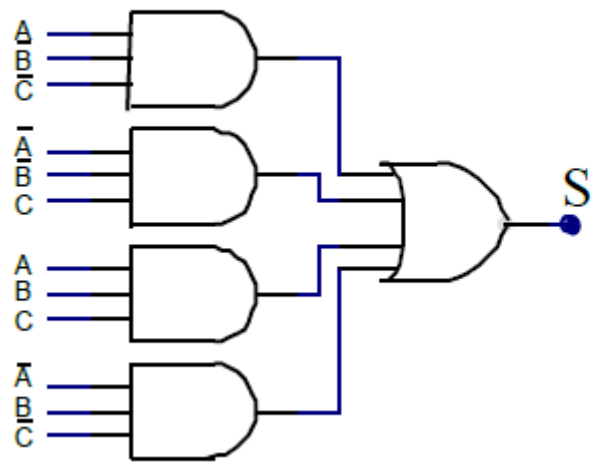
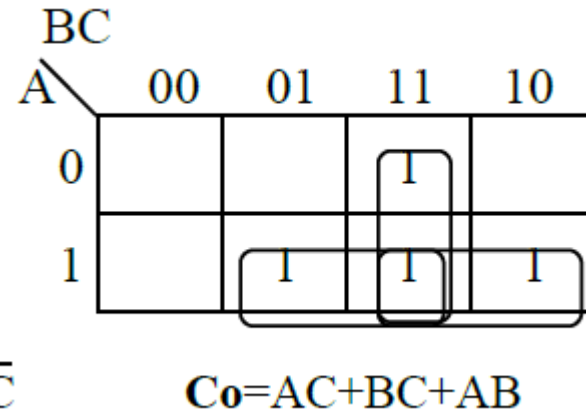
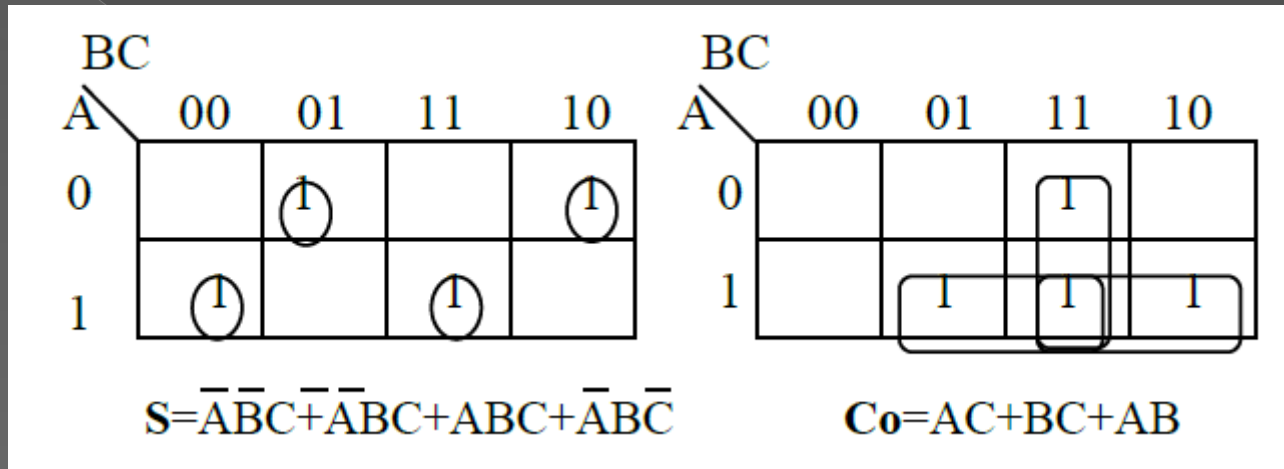


Tam Toplayıcı (Full Adder - FA)

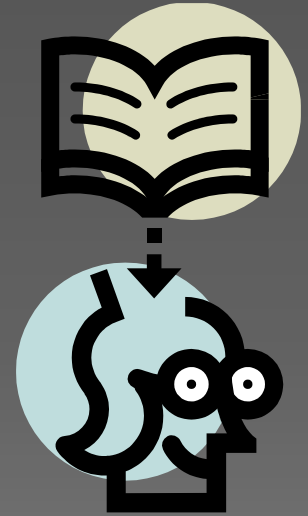
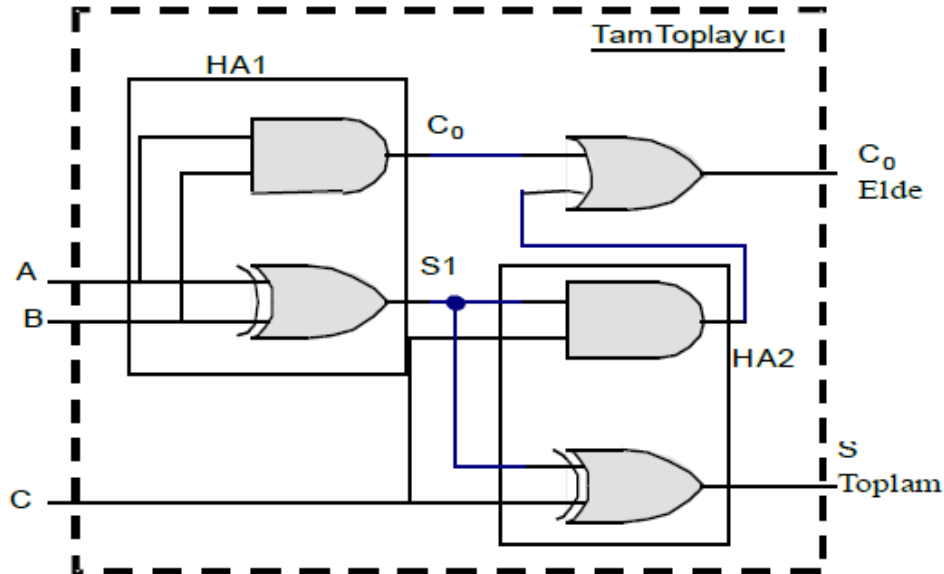
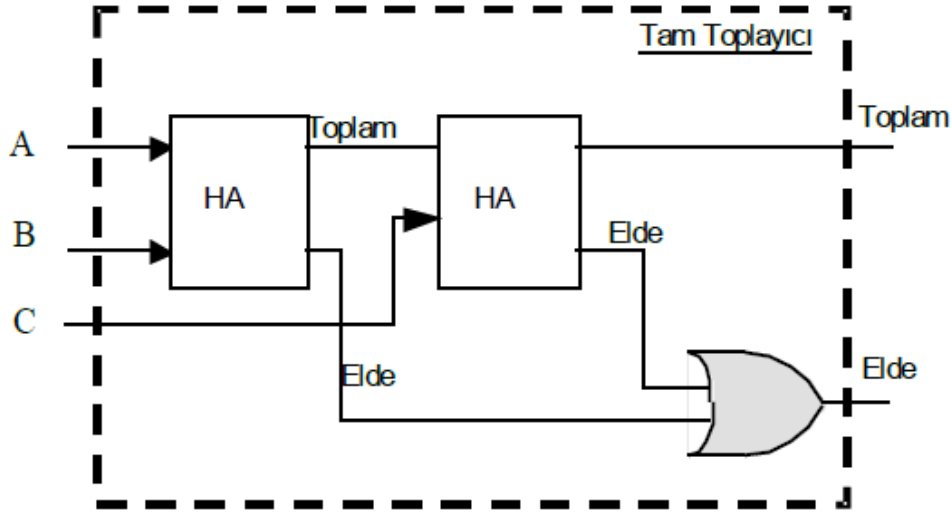


A	B	C	S	C _o
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

Tam Toplayıcı Tasarımı



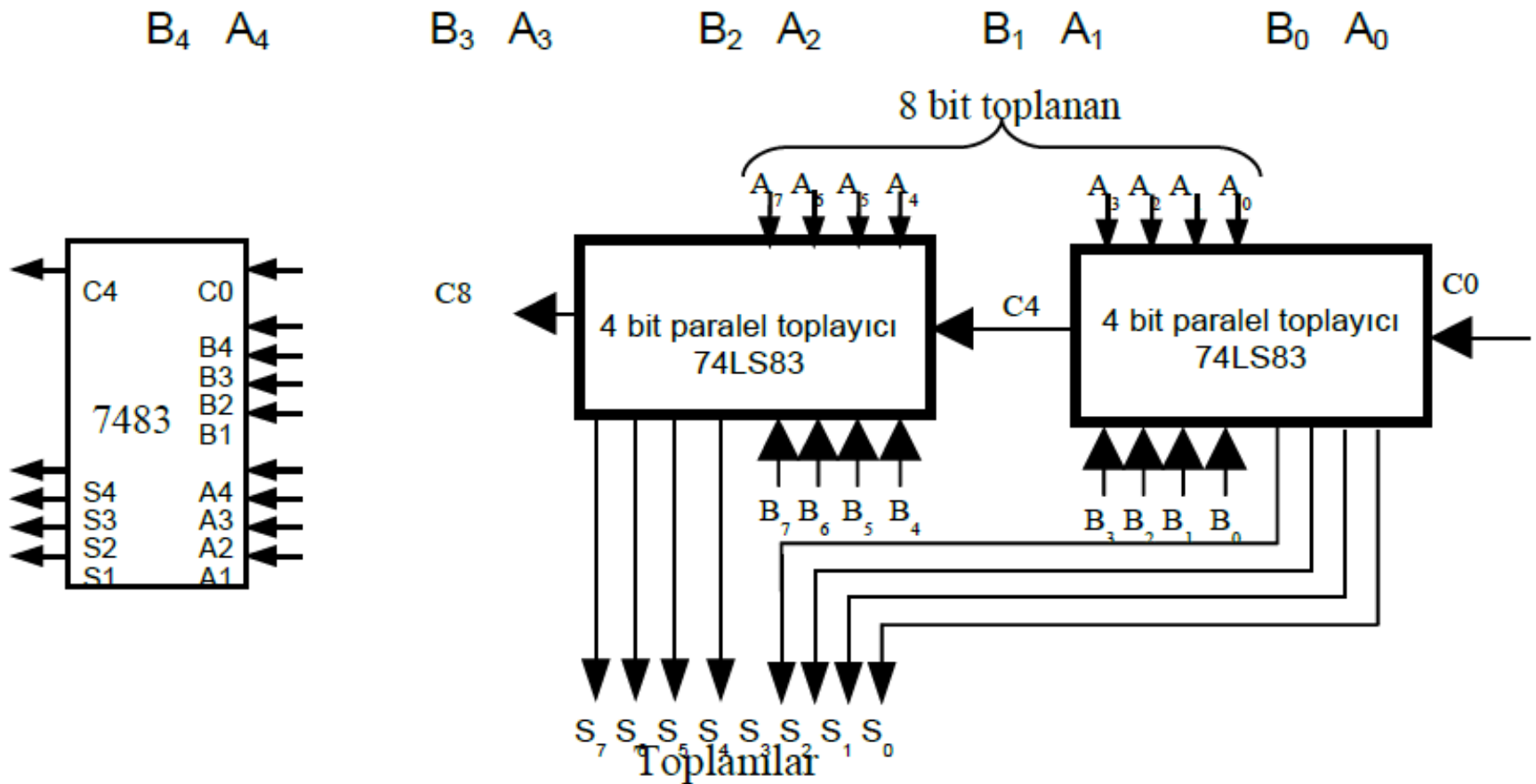
HA ile FA Elde Etmek



ARAŞTIRMA

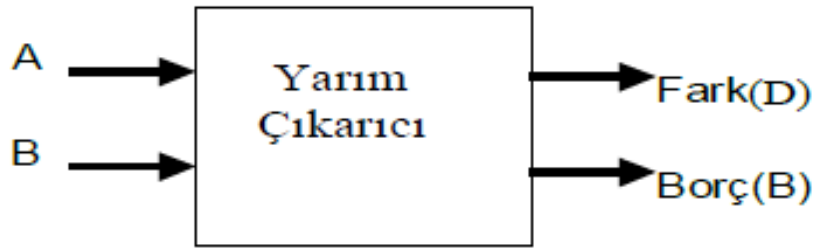
İki yarım toplayıcı devresinin Matematiksel ifadesinden Doğruluk tablosunu elde ediniz.

Paralel Toplayıcı



Yarım Çıkarıcı Devresi (Half Subtractor)

- İkili sayı sisteminde çıkarma işlemi nasıl yapılır? Ör: $1001 - 101 = ?$



$$D = A'B + AB' = A \oplus B$$
$$B = A'B$$

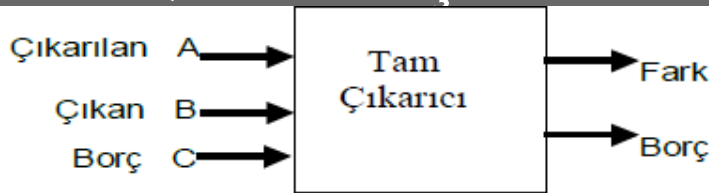
(a)

Girişler		Çıkışlar	
A	B	Fark A-B	Borç (B)
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	0
1	1	0	0

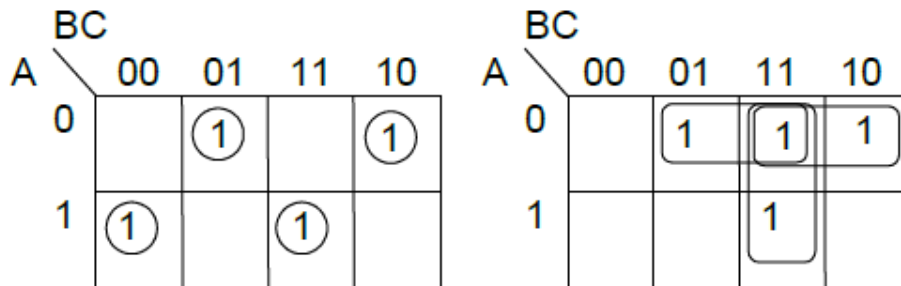
(b)

Tam Çıkarıcı Devresi (Full Subtractor)

- Daha düşük değerli basamak tarafından '1' borç alınmış olabileceğini dikkate alarak iki biti birbirinden çıkaran bileşik devre, 'tam çıkarıcı' olarak isimlendirilir.



(a)

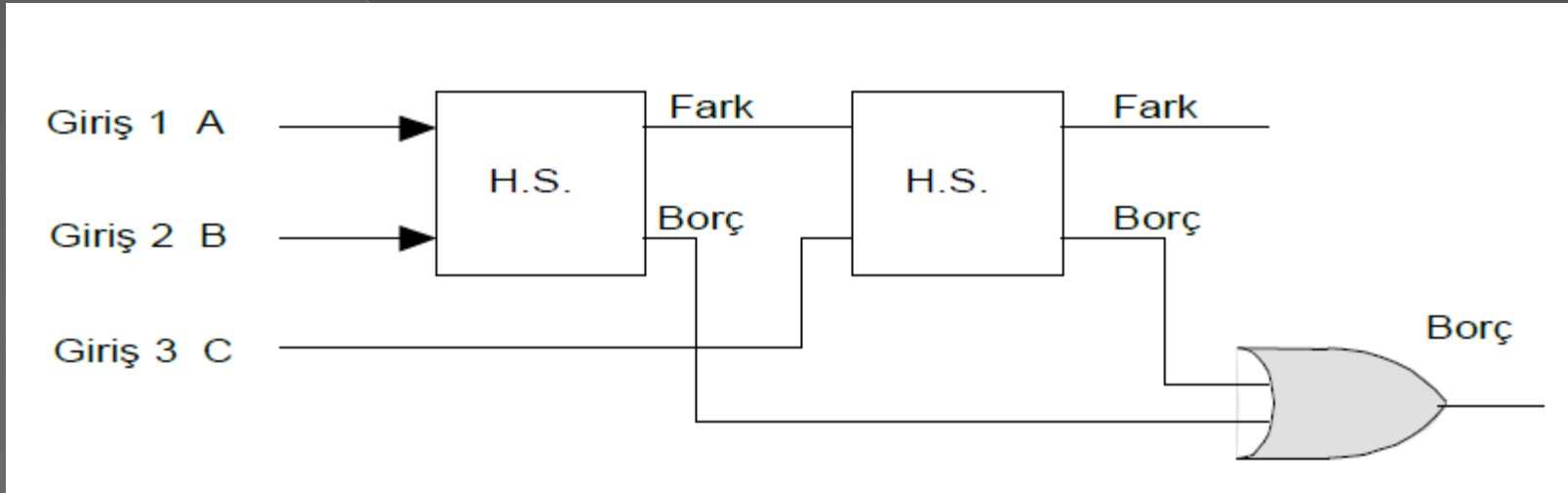


Girişler			Çıkışlar	
A	B	C	Fark	Borç
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	1	0	0	0
1	1	1	1	1

(b)

$$\text{FARK} = A'B'C + A'BC' + AB'C' + ABC \quad \text{BORÇ} = A'C + A'B + BC$$

İki Yarım Çıkarıcı Kullanılarak Tam Çıkarıcı Elde Edilmesi

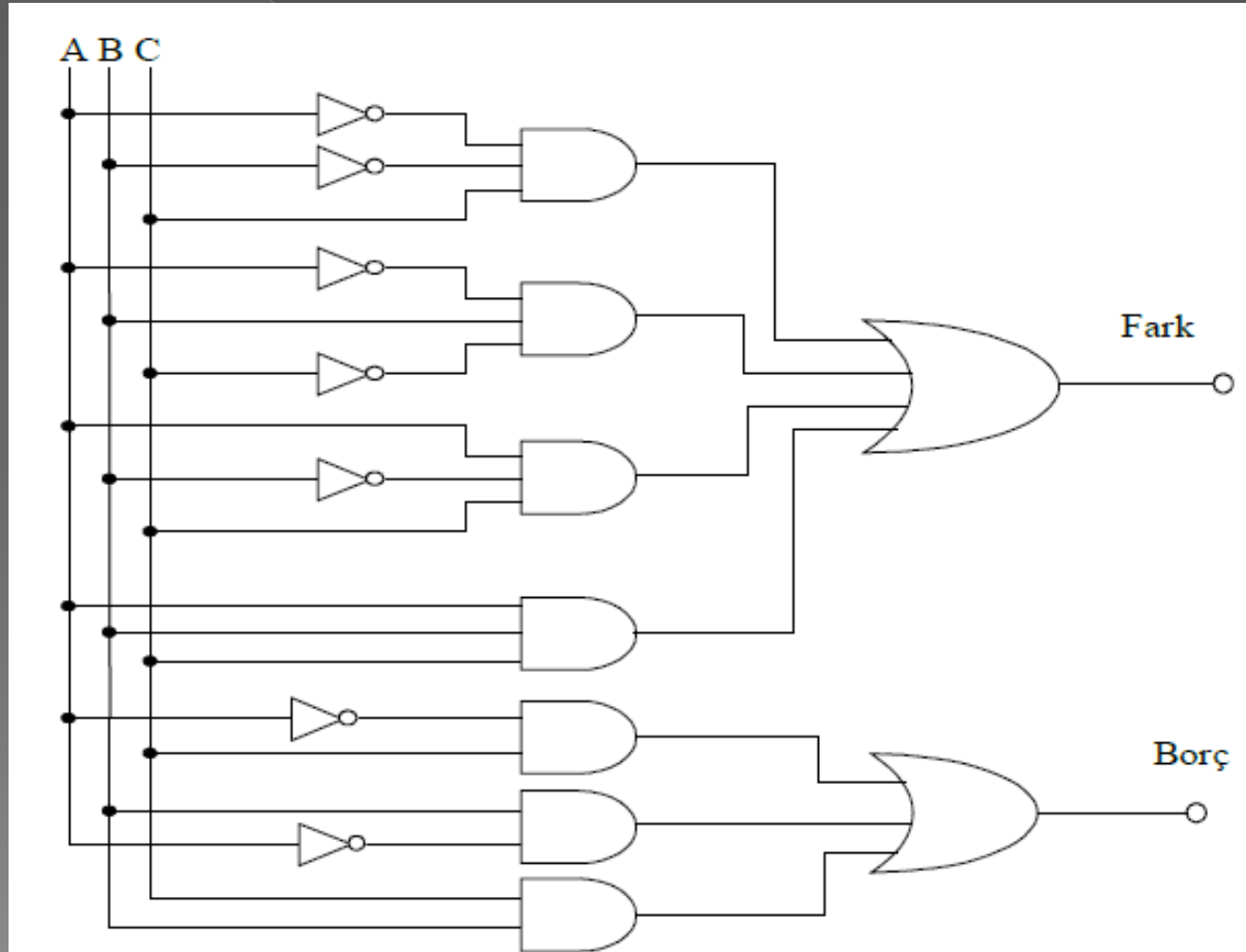


ARAŞTIRMA

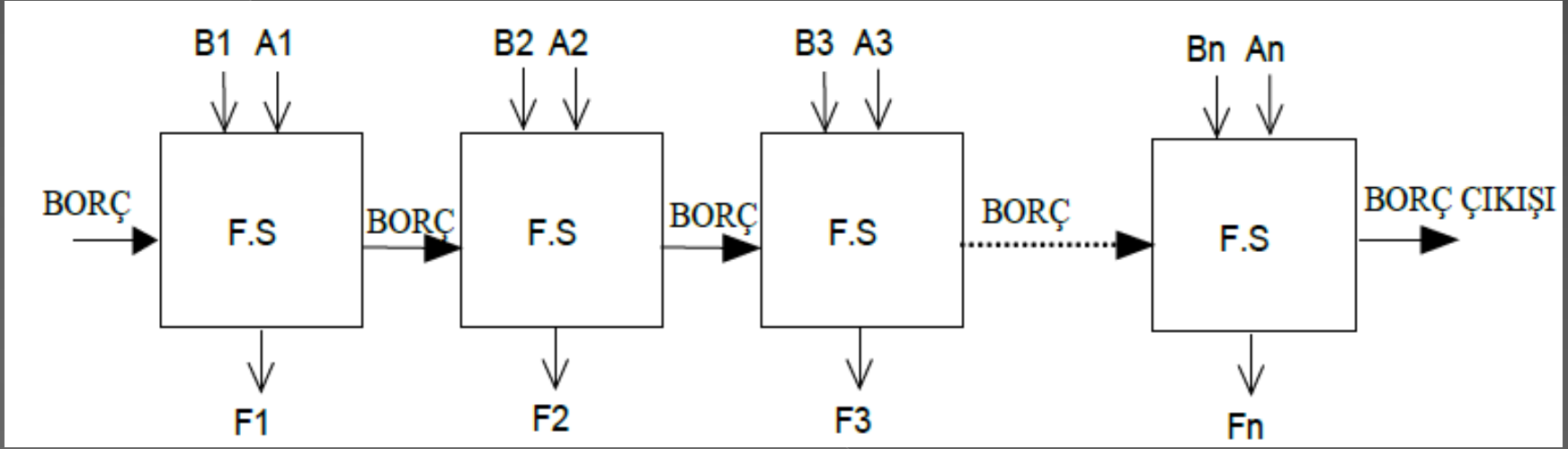
İki Yarım çıkarıcı devrenin matematiksel bağıntılarını kullanarak tam çıkarıcı devrenin doğruluk tablosunu elde ediniz.



Tam Çıkarıcı Devre Şeması



Paralel Çıkarıcı devresi



Dört bitlik toplama işlemi yapabilen 7483 entegresi ile dört bitlik çıkarma işlemi gerçekleştirilebilir.

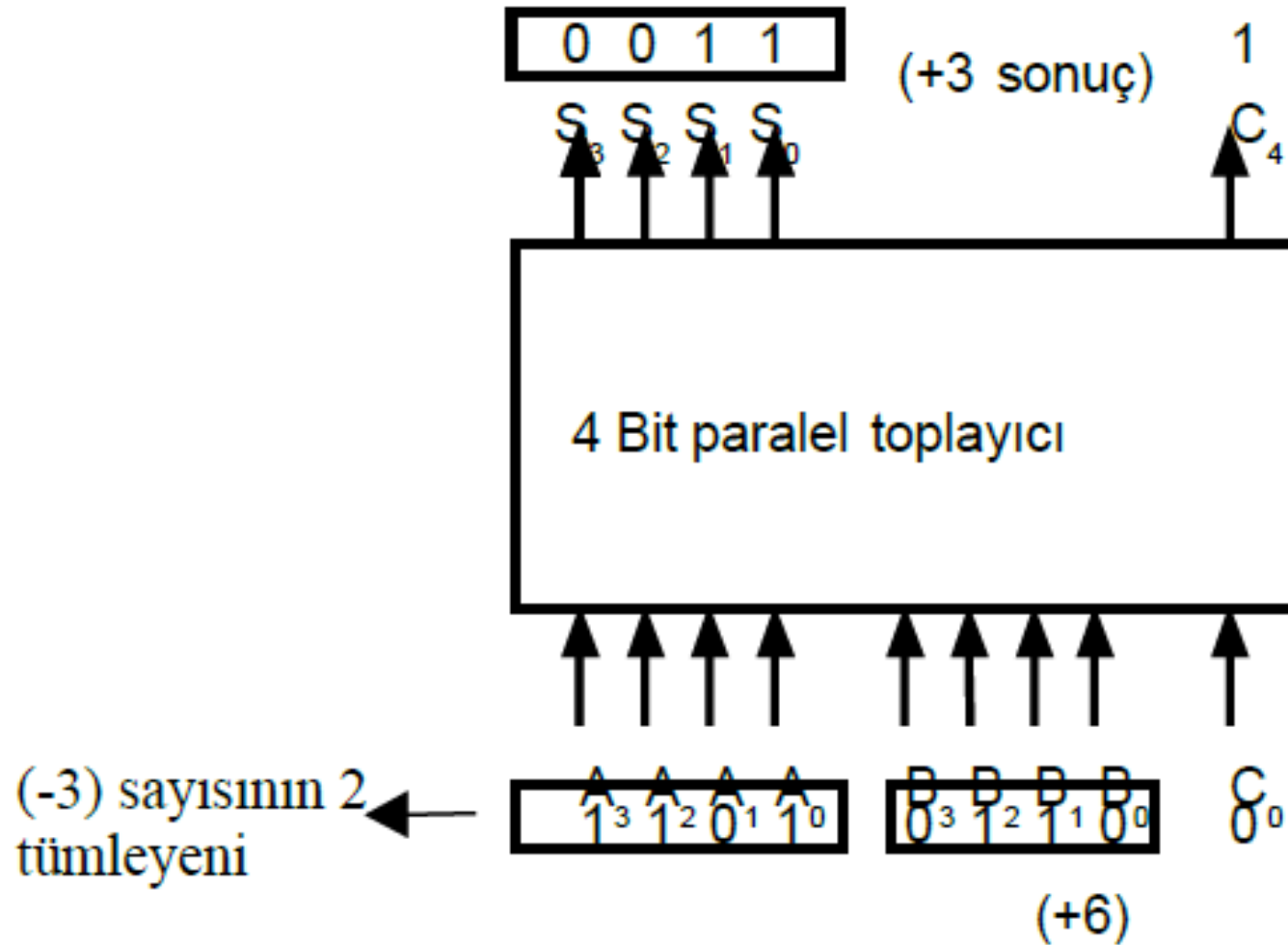
Bu entegre, $C_0=0$ olduğu zaman toplama, $C_0=1$ durumunda ise çıkarma işlemi yapar.

Çıkarma işlemi yapılırken, çıkarılan sayıyı temsil eden 'A' bitleri entegreye aynen uygulanırken, çıkan sayıyı temsil eden 'B' bitlerinin tümleyenleri alınır.

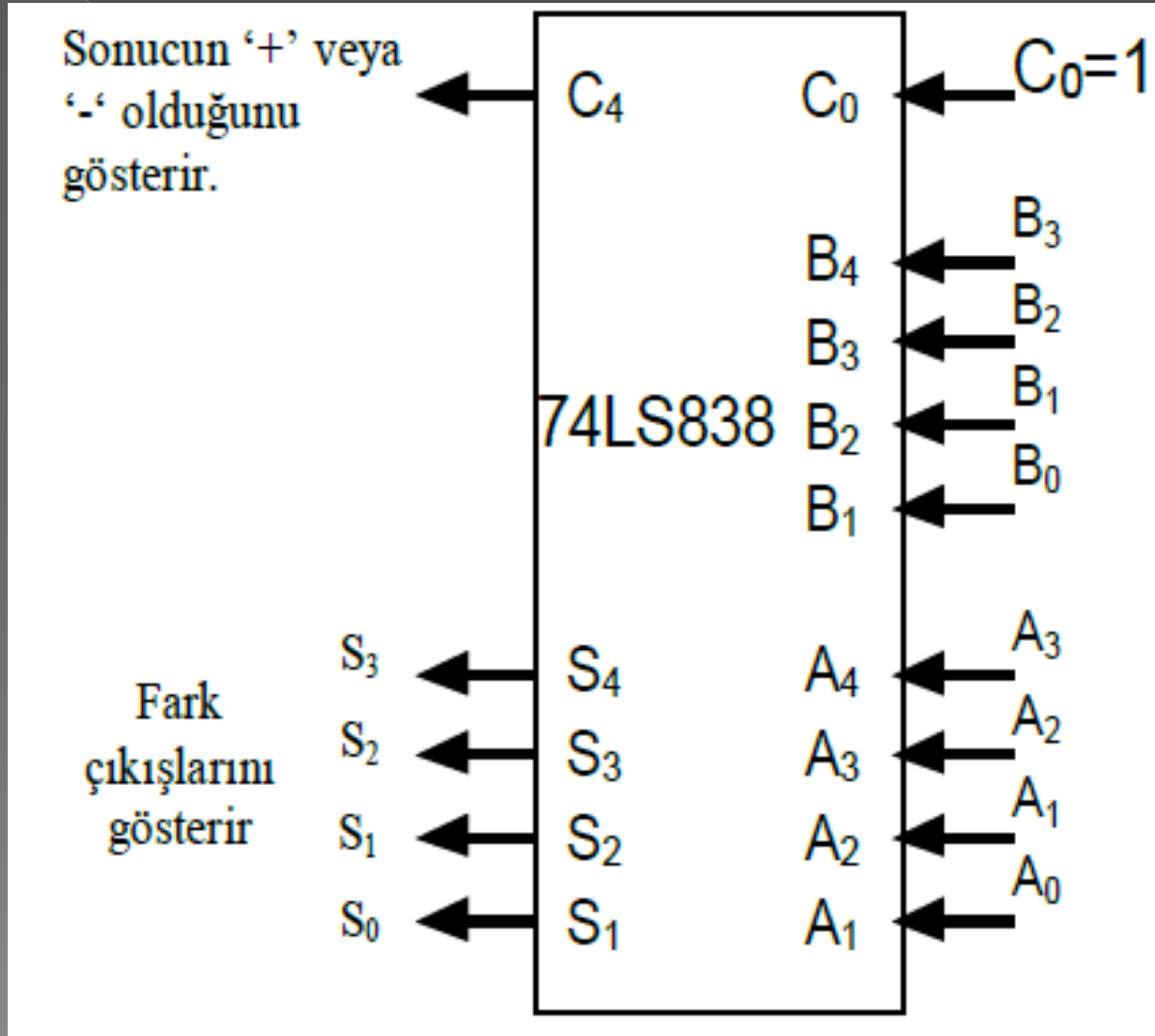
İki tümleyeni ile toplama ve çıkarma işlemi

- Birçok bilgisayar sistemi, negatif sayıları ifade etmek veya çıkarma işlemini gerçekleştirmek için '2 tümleyeni' aritmetiğini kullanır.
- Negatif sayıları ifade etmek için 2 tümleyeni aritmetiği kullanılıyorsa, işaretli (-veya +) sayıların toplanması ve çıkarması işlemleri yalnızca toplama yolu ile gerçekleştirilir.

Toplama İşlemi



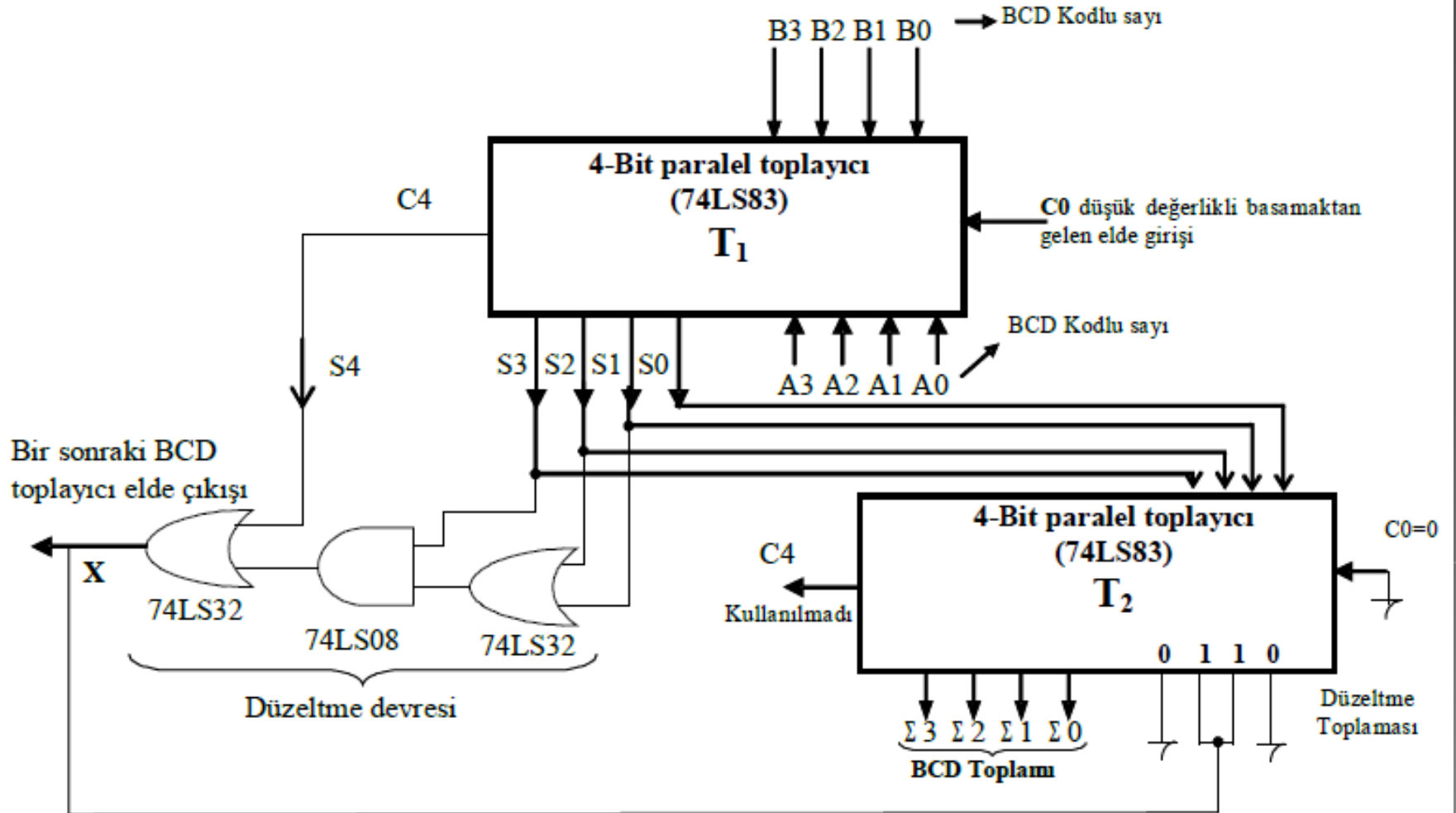
Çıkarma İşlemi



BCD Toplayıcı

- Onlu sayıların toplanmasında toplama sonucunda elde edilen sayılar 9 veya 9'dan küçük ise, sonuç toplanan sayıların toplamına eşittir ve herhangi bir işleme gerek yoktur.
- İki sayının toplamı sonucunda elde edilen BCD kodlu sayı 9'dan (1001) büyük ise, elde edilen sonucun düzeltme işlemine tabi tutulması gerekir. Düzeltme işlemi, toplama sonucuna $(6)_{10} = (0110)_2$ sayısının eklenmesidir.

BCD Toplayıcı



Bonus Soru (200 puan)

- BCD Çıkarma devresini tasarlayınız.

Çarpma Devresi

- Örneğin girişin karesini alan devre;

Girişler		Çıkışlar			
A	B	F ₃	F ₂	F ₁	F ₀
0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	1
1	0	0	1	0	0
1	1	1	0	0	1

$$F_0 = A'B + AB = B(A' + A)$$

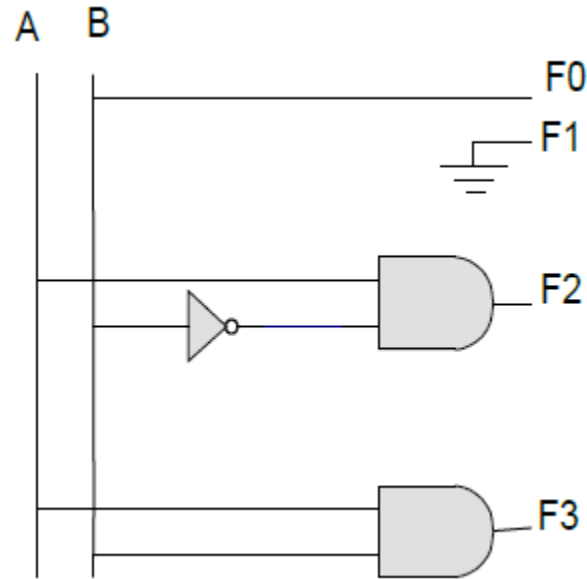
$$F_1 = 0$$

$$F_2 = AB'$$

$$F_3 = AB$$

Çarpma Devresi

GİRİŞLER		ÇIKIŞLAR			
A	B	F3	F2	F1	F0
0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	1
1	0	0	1	0	0
1	1	1	0	0	1



Sorularınız

