

MATEMATİKSEL MODELLEME

Matematiksel Modelleme, Gazi Kitabevi

Nuri ÖZALP

Modeller ve Sınıflandırma



Matematiksel Modelleme

İçerik

- 1 Giriş
- 2 Modeller
- 3 Sınıflandırma



Giriş

Matematik denilince aklınıza ne gelir?

- Bilgisayar, özel efektler, ekolojik gelecek tahminleri, bulaşıcı hastalıklar ve epidemiklerin yayılım tahminleri, silahlanma süreçleri, nüfus dinamikleri, ekonomi-finans alanları, üretim yapıları ve hatta sosyal davranışlar;
- Bu modellerin çözümleri, ilgili alanlarda karşımıza bir "yasa" ya da bir "formül" adıyla çıkmakta olup, bu nedenledir ki, matematiği kendi başına bir bilim dalı olmaktan ziyade, "bilimlerin efendisi" veya "bilimlerin hizmetçisi" olarak adlandırmak doğaldır.



L. Da Vinci ye göre;

"...matematiksels olarak ifade edilemeyen hiç bir araştırma gerçek bilim olarak adlandırılmaz. Matematiğe dayanmayan veya kendisinin matematiksels bilimlere dayandığı başka bilgilere dayanmayan hiçbir bilgi kesin olamaz."

Rager Bacon'a göre;

"Matematik olmadan, bilim ne anlaşılabilir, ne açıklanabilir, ne öğretilir ne de öğrenilebilir"



Model

Model: Bir gerçek-hayat problemine ait özellikleri ona yakın olmak üzere matematik dili kullanarak taklit etmek

- Bir matematiksel modeli açıklamadan önce, matematik ile bilim arasındaki ilişkiyi ve farkı ortaya koymakta yarar olacaktır. Bilim, hipotezleri destekleyen "**bilimsel bulgu**" üzerine kuruludur. Kesin yanıt vermez. Geçmişte okutulan biyoloji, fizik ve kimya bugün okutulmaz. Bilim, zaman içinde büyür, değişir ve gelişir, çünkü değişmez "**bilimsel gerçek**" olmaz.



Model

Model: Bir gerçek-hayat problemine ait özellikleri ona yakın olmak üzere matematik dili kullanarak taklit etmek

- Bir matematiksel modeli açıklamadan önce, matematik ile bilim arasındaki ilişkiyi ve farkı ortaya koymakta yarar olacaktır. Bilim, hipotezleri destekleyen "**bilimsel bulgu**" üzerine kuruludur. Kesin yanıt vermez. Geçmişte okutulan biyoloji, fizik ve kimya bugün okutulmaz. Bilim, zaman içinde büyür, değişir ve gelişir, çünkü değişmez "**bilimsel gerçek**" olmaz.
- Matematikğin kendisi ise "**tartışmasız bir ispat** (değişmez gerçek)" üzerine kuruludur.



Model

Model: Bir gerçek-hayat problemine ait özellikleri ona yakın olmak üzere matematik dili kullanarak taklit etmek

- Bir matematiksel modeli açıklamadan önce, matematik ile bilim arasındaki ilişkiyi ve farkı ortaya koymakta yarar olacaktır. Bilim, hipotezleri destekleyen "**bilimsel bulgu**" üzerine kuruludur. Kesin yanıt vermez. Geçmişte okutulan biyoloji, fizik ve kimya bugün okutulmaz. Bilim, zaman içinde büyür, değişir ve gelişir, çünkü değişmez "**bilimsel gerçek**" olmaz.
- Matematiğin kendisi ise "**tartışmasız bir ispat** (değişmez gerçek)" üzerine kuruludur.
- Kullanılan matematik kesin doğru-verdiği bilimsel sonuç ise, gelecekte geliştirilmek üzere, o an geçerli olan bir yaklaşımdır



Fiziksel gerçek
(Basit salınım gibi)



Yasalar



Fiziksel yaklaşım
(ip ağırlığı sıfır,
hava direnci sıfır,
Newton'un 2. yasası
gibi)

↔ Karşılaştırma



Tahmin



Teknik

$(\ddot{\theta} = -\frac{g}{l}\theta)$ gibi



Matematik model

$\ddot{\theta} = -\frac{g}{l} \sin \theta$

(g çekim ivmesi
gibi)

Tablo 1.1 Model



- Kuşkusuz bir model ile yeniden üretilmeyecek gerçek kavramlar her zaman olacaktır ve model ile tahmin edilen olaylar gerçekte hiç olmayabilir.
- Yanlış tahminler fiziksel yaklaşımların veya tekniklerin yeniden irdelenmesini akla getirebilir.
- Yeni model doğal olarak sadece eskisinin doğru tahminlerini korumayıp, aynı zamanda doğru yeni tahminler yapmalıdır.
- Yeni modelin yanlış sonuçları başka bir model yapılmasına öncülük eder. Bu şekilde devam ederek (eğer mümkün ise) her biri bir öncesinden daha duyarlı olan bir modeller dizisi geliştirilir.



Örnek

Fizikçiler, ışığı bazen bir dalga olarak bazen de bir parçacık olarak düşünürler. Her ikisi de özel matematik modellerdir ve ışığın gözlemlenmiş bazı davranışlarını açıklar veya tahmin ederler, fakat ışıkta olmayan bazı yanlış tahminler de verirler.

Herhangi bir gerçek olay veya kavram için tek bir matematiksel modelin olamayacağı kabul edilmelidir



Böylece bir modelde olması gerekenler şunlardır:

- 1 Etkilerinin gözardı edildiği nicelikler,
- 2 modeli etkileyen (dış değişkenler, girdiler, parametreler veya bağımsız değişkenler olarak adlandırılan) fakat davranışlarının modelce çalışılmasının düşünülmediği nicelikler,
- 3 modelin, üzerinde çalışılmak için yaratıldığı (iç değişkenler, çıktılar veya bağımsız değişkenler olarak adlandırılan) nicelikler.



Modellemede, açık ve çok yönlü görüşlü, bilgi alışverişine yatkın ve yaratıcı olmak temel gerekliliktir. Amerikalı şair John Godfrey Saxe (1816-1887) ın, Hindistan'da yüzyıllardır anlatılagelen bir masaldan ilham alarak yazdığı "Kör adamlar ve Fil " şiiri bir modellemeci bakış açısından ortaya çıkabilecek problemleri açıkça göstermektedir :



Deterministik model: Bu modelde, bir sistemin gelecekteki tüm davranışları sistemin şimdiki durumu ile tam ve kesin olarak belirlenir. Fiziksel bilimlerin gelişimine bu düşünce öncülük etmiştir.

Olasılık model: Bu modelde, farklı olasılıklara sahip her anda, çalışılan sistem değişik olası durumların birini göz önüne alır. Şu anda sistemi kontrol eden olasılık dağılımını bilmemiz, gelecekte her hangi bir zamandaki dağılımı tahmin etmemizi sağlar.

Aksiyomatik model: Doğada tanımlayıcı modeldir. Örneğin, kesin "adil" kısıtlamalar altında oy verme mekanizmasının olası varlığını açıklayan bir model.

