En Uygun Paylaştırma

Amaç: En uygun paylaştırma yöntemi *n* birimlik örneği maliyeti dikkate alarak tabakalara paylaştırmayı amaçlar.

Maliyet fonksiyonu,

$$c = c_0 + \sum_{h=1}^{L} n_h c_h$$

biçiminde tanımlanır.

Burada,

c : Toplam maliyeti

c_0: Sabit maliyeti

c_h: h. tabakadaki birim başına düşen maliyeti,

n_h : h. tabakadaki örneklem çapını

gösterir.

Her tabakadan seçilmesi gereken örneklem çapı aşağıdaki eşitlik yardımıyla bulunur:

$$n_h = \frac{N_h S_h / \sqrt{c_h}}{\sum_{h=1}^{L} N_h S_h / \sqrt{c_h}} n$$

Burada,

S_h : h. tabaka varyansını

gösterir.

Kitle Ortalamasının Tahmin Edicisi

$$\overline{y}_{eu} = \frac{\sum_{h=1}^{L} N_h \overline{y}_h}{N}$$

olarak ifade edilir.

Kitle Ortalamasının Tahmin Edicisinin Varyansı

$$V(\overline{y}_{tb}) = \frac{1}{N^2} \sum_{h=1}^{L} N_h^2 \frac{N_h - n_h}{N_h} \frac{S_h^2}{n_h}$$

olarak ifade edilir.

Kitle ortalamasının tahmin edicisinin varyansı $n_h = \frac{N_h S_h/\sqrt{c_h}}{\sum_{h=1}^{L} N_h S_h/\sqrt{c_h}} n$

eşitliği kullanılarak

$$V(\overline{y}_{eu}) = \frac{1}{nN^2}\sum_{h=1}^{L}(N_h S_h\sqrt{c_h})\sum_{h=1}^{L}(N_h S_h/\sqrt{c_h}) - \frac{1}{N^2}\sum_{h=1}^{L} N_h S_h^2$$

olarak bulunur.

Kitle Ortalamasının Tahmin Edicisinin Varyansının Tahmin Edicisi

Kitle ortalamasının tahmin edicisinin varyansının tahmin edicisi $\hat{V}(\overline{y}_{eu})$ bulunurken tabaka varyansı S_h^2'nin yerine onun tahmin edicisi olan s_h^2 kullanılarak

$$\hat{V}(\overline{y}_{eu}) = \frac{1}{nN^2}\sum_{h=1}^{L}(N_h s_h\sqrt{c_h})\sum_{h=1}^{L}(N_h s_h/\sqrt{c_h}) - \frac{1}{N^2}\sum_{h=1}^{L} N_h s_h^2$$

şeklinde elde edilir.

Kitle Toplamının Tahmin Edicisinin Varyansı

Kitle toplamı Y'in tahmin edicisi,

$$\hat{Y}_{eu} = N\overline{y}_{eu}$$

şeklindedir. Buradan,

$$\begin{aligned} V(\hat{Y}_{eu}) &= V(N\overline{y}_{eu}) \\ &= N^2 V(\overline{y}_{eu}) \\ &= \frac{1}{n}\sum_{h=1}^{L}(N_h S_h\sqrt{c_h})\sum_{h=1}^{L}(N_h S_h/\sqrt{c_h}) - \sum_{h=1}^{L} N_h S_h^2 \end{aligned}$$

olarak bulunur.

Kitle Toplamının Tahmin Edicisinin Varyansının Tahmin Edicisi

Kitle toplamının tahmin edicisinin varyansının tahmin edicisi $\hat{V}(\hat{Y}_{eu})$, tabaka varyansı S_h^2'nin yerine onun tahmin edicisi s_h^2 kullanılarak

$$\begin{aligned} \hat{V}(\hat{Y}_{eu}) &= \hat{V}(N\overline{y}_{eu}) \\ &= N^2 \hat{V}(\overline{y}_{eu}) \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{n} \sum_{h=1}^{L} \left(N_h s_h \sqrt{c_h}\right) \sum_{h=1}^{L} \left(N_h s_h / \sqrt{c_h}\right) - \sum_{h=1}^{L} N_h s_h^2$$

şeklinde bulunur.

Neyman Paylaştırması

Örnekleme birimi seçme maliyetleri arasında farklılık olmadığında en uygun paylaştırma yöntemi yerine onun özel bir hali olan Neyman paylaştırma yöntemi tercih edilir.

Neyman paylaştırması yönteminde kullanılan maliyet fonksiyonu,

$$c = c_0 + c_f \sum_{h=1}^{L} n_h$$

yada

$$c = c_0 + c_f n$$

şeklinde yazılabilir.

Burada,

c_f: Her bir tabakadan bir birim seçme maliyetini

gösterir.

Her bir tabakadan çekilecek örneklem çapı

$$n_h = \frac{N_h S_h}{\sum_{h=1}^{L} N_h S_h} n$$

olarak ifade edilir.

Kitle Ortalamasının Tahmini

$$\overline{y}_{ney} = \frac{\sum_{h=1}^{L} N_h \overline{y}_h}{N}$$

şeklinde ifade edilir.

Kitle Ortalamasının Tahmin Edicisinin Varyansı

$$V\left(\overline{y}_{tb}\right) = \frac{1}{N^2} \sum_{h=1}^{L} N_h^2 \frac{N_h - n_h}{N_h} \frac{S_h^2}{n_h}$$

biçiminde tanımlanır.

Kitle ortalamasının tahmin edicisinin varyansı, $n_h = \frac{N_h S_h}{\sum_{h=1}^{L} N_h S_h} n$ eşitliği kullanılarak

$$V\left(\overline{y}_{ney}\right) = \frac{1}{nN^2}\left(\sum_{h=1}^{L} N_h S_h\right)^2 - \frac{1}{N^2}\sum_{h=1}^{L} N_h S_h^2$$

şeklinde bulunur.

Kitle ortalamasının tahmin edicisinin varyansının tahmin edicisi

Kitle ortalamasının tahmin edicisinin varyansının tahmin edicisi $\hat{V}\left(\overline{y}_{ney}\right)$ tabaka varyansı S_h^2'nin yerine onun tahmin edicisi s_h^2 kullanılarak

$$\hat{V}\left(\overline{y}_{ney}\right) = \frac{1}{nN^2}\left(\sum_{h=1}^{L} N_h s_h\right)^2 - \frac{1}{N^2}\sum_{h=1}^{L} N_h s_h^2$$

şeklinde bulunur.

Kitle Toplamının Tahmin Edicisinin Varyansı

Kitle toplamı Y'in tahmin edicisi

$$\hat{Y}_{ney} = N\overline{y}_{ney}$$

şeklindedir. Buradan

$$\begin{aligned} V\left(\hat{Y}_{ney}\right) &= V\left(N\overline{y}_{ney}\right) \\ &= N^2 V\left(\overline{y}_{ney}\right) \\ &= \frac{1}{n}\left(\sum_{h=1}^{L} N_h S_h\right)^2 - \sum_{h=1}^{L} N_h S_h^2 \end{aligned}$$

bulunur.

Kitle Toplamının Tahmin Edicisinin Varyansının Tahmin Edicisi

Kitle toplamının tahmin edicisinin varyansının tahmin edicisi $\hat{V}\left(\hat{Y}_{ney}\right)$, tabaka varyansı S_h^2'nin yerine onun tahmin edicisi s_h^2 kullanılarak

$$\begin{aligned} \hat{V}\left(\hat{Y}_{ney}\right) &= \hat{V}\left(N\overline{y}_{ney}\right) \\ &= N^2 \hat{V}\left(\overline{y}_{ney}\right) \\ &= \frac{1}{n}\left(\sum_{h=1}^{L} N_h s_h\right)^2 - \sum_{h=1}^{L} N_h s_h^2 \end{aligned}$$

şeklinde bulunur.

Tabakalı Rastgele Örneklemede Örneklem Çapının Belirlenmesi

Burada,

$$d^2 = z^2 V\left(\overline{y}_{tb}\right)$$

olarak tanımlanır.

Eşit Paylaştırma

Örnek çapı

$$n = \frac{L \sum_{h=1}^{L} N_h^2 S_h^2}{D^2 N^2 + \sum_{h=1}^{L} N_h S_h^2}$$

olarak elde edilir.

Orantılı Paylaştırma

Örnek çapı

$$n = \frac{N \sum_{h=1}^{L} N_h S_h^2}{D^2 N^2 + \sum_{h=1}^{L} N_h S_h^2}$$

olarak elde edilir.

En Uygun Paylaştırma

Örnek çapı

$$n = \frac{\sum_{h=1}^{L}\left(N_h S_h \sqrt{c_h}\right) \sum_{h=1}^{L}\left(N_h S_h / \sqrt{c_h}\right)}{D^2 N^2 + \sum_{h=1}^{L} N_h S_h^2}$$

olarak elde edilir.

Neyman Paylaştırması

Örnek çapı

$$n = \frac{\left(\sum_{h=1}^{L} N_h S_h\right)^2}{D^2 N^2 + \sum_{h=1}^{L} N_h S_h^2}$$

olarak elde edilir.