

## Sistemantik Örneklemeye

Basit rastgele örneklemeye alternatif olarak uygulamada yaygın olarak kullanılan popüler bir yöntemdir.

- Kitledeki birimler belli bir kayıt sistemine göre 1'den  $N$ 'ye kadar sıralanır.
- Aralık genişliği  $k = \lfloor N/n \rfloor$  eşitliği kullanılarak hesaplanır.

Burada,

$n$ : örneklem çapı

$N$ : kitle çapı

$\lfloor \cdot \rfloor$  : Tam değer fonksiyonu

olarak adlandırılır.

- İlk  $k$  birim arasından basit rastgele örneklem yöntemi kullanılarak seçilen bir birimden başlayıp,  $k$  birim aralıklarla ilerleyerek, istenilen örneklem çapına ulaşıncaya dek tüm birimler örneklemeye dahil edilir.

### Sistemantik Örneklemenin Avantajları

- Örneklem seçim işlemi oldukça basittir. Rastgele sayılar tablosu vb. gibi yöntemler kullanmaya gerek yoktur
- Kitleden eşit aralıklarla örneklem alındığı için kitleyi daha iyi temsil eden bir örneklem çekilmesini sağlar.
- Kitlenin çerçevesine ulaşamadığı durumlarda sistemantik örneklemenin kullanılması tercih edilir.
- Maliyetin ve uygulama süresinin azalmasını sağlar.

### Sistemantik Örneklemenin Dezavantajları

- Çerçevde periyodik bir yapı var ise elde edilen tahmin değerleri yanlı olur.
- Çerçevdeki birimler rastgele olarak dağılmışsa sistemantik örneklemeye basit rastgele örneklemeye denk olur.

### Örneklem Seçme Yöntemleri

Sistemantik örneklemde

- Metot A ve
- Metot B

olarak adlandırılan iki farklı örneklem çekme metodu vardır.

#### Metot A

$Y_1, Y_2, \dots, Y_N$ ,  $N$  çaplı bir kitle olsun. Bu kitleden Metot A ile  $k$ 'da 1 yapısına göre örneklem seçme işleminde aşağıdaki adımlar izlenir.

**Adım 1:** Başlangıç birimi  $j$  ilk  $k$  birim arasından rastgele olarak belirlenir.

**Adım 2:**  $j$ . birim ile başladıktan sonra  $k$  birim aralıkla ilerleyerek, istenilen örneklem çapına ulaşınca dek tüm birimler örnekleme dahil edilir.

Sistematiik örnekleimde örnek çapı  $n = N/k$  eşitliği kullanılarak belirlenir.

**Not:** Metot A kullanılarak elde edilen  $k$  sistematiik örneklemden herhangi birinin seçilme olasılığı  $1/k$ 'dir.

### **Metot B**

$Y_1, Y_2, \dots, Y_N$ ,  $N$  çaplı bir kitle olsun. Bu kitleden. Metot B ile  $k$ 'da 1 yapısına göre örneklem seçme işleminde aşağıdaki adımlar izlenir.

**Adım 1:**  $N$  birim arasından rastgele olarak  $j$ . birim seçilir.

**Adım 2:**  $j$ ,  $k$ 'ya bölünerek, kalan terim olarak adlandırılan  $r$  bulunur.

**Adım 3:** Kalan terim  $r$  başlangıç birimi olarak alınır.

**Adım 4:**  $r$ . Birim ile başladıktan sonra  $k$  birim aralıkla ilerleyerek, istenilen örneklem çapına ulaşınca dek tüm birimler örnekleme dahil edilir.

Sistematiik örnekleimde örneklem çapı  $n = N/k$  olacak şekilde belirlenir.

**Not:**  $n$  tamsayı olmak zorunda değildir. Örneđin,  $n=20.6$  bulunması durumunda bazı sistematiik örneklemlerde 20 bazılarında ise 21 birim olduğu anlamına gelir.

**Not:** Metot B kullanılarak elde edilen  $k$  sistematiik örneklemden herhangi birinin seçilme olasılığı  $n/N$ 'dir.

**Not:** Metot B kullanıldığında kitle çapı  $N$ 'nin bilinmesi gerekir.

### **Kitle Ortalamasının Tahmin Edicisi**

$Y_1, Y_2, \dots, Y_N$ ,  $N$  çaplı kitle ve  $y_1, y_2, \dots, y_n$ ,  $n$  çaplı örneklem olsun.

Bu durumda  $i$ . sistematiik örneđin ortalaması

$$\bar{y}_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n y_{ij}$$

olarak tanımlanır.

### **Metot A**

1. Durum  $N = nk$

$$E(\bar{y}_{sis}) = \bar{Y}$$

2. Durum  $N \neq nk$

$$E(\bar{y}_{sis}) \neq \bar{Y}$$

### Metot B

1. Durum  $N = nk$

$$E(\bar{y}_{sis}) = \bar{Y}$$

2. Durum  $N \neq nk$

$$E(\bar{y}_{sis}) = \bar{Y}$$

### İspat: Metot A 1. Durum

Metot A kullanılarak elde edilen k sistematik örneklemden herhangi birinin seçilme olasılığı  $1/k$  olduğundan

$$\begin{aligned} E(\bar{x}_{sis}) &= \frac{1}{k} (\bar{y}_1 + \bar{y}_2 + \dots + \bar{y}_k) \\ &= \frac{1}{k} \left( \frac{y_1 + y_2 + \dots + y_N}{n} \right) \\ &= \frac{1}{k} \frac{1}{n} (y_1 + y_2 + \dots + y_N) \\ &= \frac{1}{N} (y_1 + y_2 + \dots + y_N) \\ &= \bar{Y} \end{aligned}$$

biçiminde bulunur.

### Kitle Toplamının Tahmin Edicisi

$Y_1, Y_2, \dots, Y_N$ ,  $N$  çaplı kitle,  $y_1, y_2, \dots, y_n$ ,  $n$  çaplı örneklem olsun. Örneklem sistematik örnekleme ile çekildiğinden kitle toplamı

$$Y = \sum_{i=1}^N Y_i = N\bar{Y}$$

olarak ifade edilir.

Burada,  $N$  kitle çapı,  $\bar{Y}$  kitle ortalaması olarak tanımlanır.

$n$  çaplı örneklem için kitle ortalamasının tahmin edicisi

$$\bar{y}_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n y_{ij}$$

olarak ifade edilir.

**Not:**  $\bar{y}_i$  i. sistematik örneklemin ortalaması olduğundan  $\bar{y}_{sis}$  ifadesi ile de gösterilebilir.

Bu durumda, kitle toplamının tahmin edicisi;

$$\hat{Y}_{sis} = N\bar{y}_{sis}$$

olarak ifade edilir.

### **Kitle Ortalamasının Tahmin Edicisinin Varyansı**

$Y_1, Y_2, \dots, Y_N$ ,  $N$  çaplı kitle,  $y_1, y_2, \dots, y_n$ ,  $n$  çaplı sistematik örneklem olsun. Kitle ortalamasının tahmin edicisinin varyansı

$$\begin{aligned} V(\bar{y}_{sis}) &= E\left(\bar{y}_{sis} - E(\bar{y}_{sis})\right)^2 \\ &= E(\bar{y}_{sis} - \bar{Y})^2 \end{aligned}$$

olarak ifade edilir.

Sistematik örneklemede Metot A kullanılarak elde edilen  $k$  sistematik örneklemden herhangi birinin seçilme olasılığı  $1/k$  olduğundan

$$\begin{aligned} V(\bar{y}_{sis}) &= \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k (\bar{y}_i - \bar{Y}_i)^2 \\ &= \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \left( \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n Y_{ij} - \bar{Y}_i \right)^2 \\ &= \frac{1}{k} \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^k \left( \sum_{j=1}^n Y_{ij} - \bar{Y}_i \right)^2 \end{aligned}$$

şeklinde bulunur. Burada,

$Y_{ij}$ : i. sistematik örneklemden j. birim

$\bar{Y}_i$ : i. sistematik örneklemin ortalaması

olarak tanımlanır.

Buradan,

$$V(\bar{y}_{sis}) = \frac{N-1}{N} S^2 - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n (Y_{ij} - \bar{Y}_i)^2$$

şeklinde yazılabilir.

Burada,  $S^2$

$$S^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n (Y_{ij} - \bar{Y}_i)^2$$

şeklinde tanımlanır ve kitle varyansını gösterir.

$V(\bar{y}_{sis})$  ifadesindeki ilk kısım

$$\frac{N-1}{N} S^2$$

kitle varyansını, ikinci kısım ise

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n (Y_{ij} - \bar{Y}_i)^2$$

k sistematik örneklemin oluşturduğu örneklem içi varyansı gösterir.