

Aşağıdaki veri seti kullanarak istenilen parametreleri tahmin ediniz.

Küme	N_i	n_i	y_{ij}
1	15	3	10, 15, 17
2	10	2	15, 9
3	20	6	12, 14, 9, 8, 13, 10
4	15	2	11, 13
5	20	5	10, 12, 11, 14, 15

Burada, $M=50$ dir.

- Kümelerde birim başına ortalamaların tahminleri

$$\bar{y}_1 = \frac{1}{3}(10 + 15 + 17) = 14$$

$$\bar{y}_2 = \frac{1}{2}(15 + 9) = 12$$

$$\bar{y}_3 = \frac{1}{6}(12 + 14 + 9 + 8 + 13 + 10) = 11$$

$$\bar{y}_4 = \frac{1}{2}(11 + 13) = 12$$

$$\bar{y}_5 = \frac{1}{5}(13 + 12 + 11 + 14 + 15) = 13$$

olarak bulunur.

- Küme toplamlarının tahminleri

$$\hat{Y}_1 = N_1 \bar{y}_1 = (15)(14) = 210$$

$$\hat{Y}_2 = N_2 \bar{y}_2 = (10)(12) = 120$$

$$\hat{Y}_3 = N_3 \bar{y}_3 = (20)(11) = 220$$

$$\hat{Y}_4 = N_4 \bar{y}_4 = (15)(12) = 180$$

$$\hat{Y}_5 = N_5 \bar{y}_5 = (20)(13) = 260$$

olarak bulunur.

- $m=5$ kümenin toplamının tahmini

$$\hat{y} = \sum_{i=1}^m \hat{Y}_i = 210 + 120 + 220 + 180 + 260 = 990$$

olarak bulunur.

- Küme başına ortalamamanın tahmini

$$\widehat{Y} = \frac{\widehat{y}}{m} = \frac{990}{5} = 198$$

olarak bulunur.

- Kitle toplamının tahmini

$$\widehat{Y} = M\widehat{Y} = 50(198) = 9900$$

olarak bulunur.

- Kitle toplamının tahmin edicisinin varyansının tahmini

$$\begin{aligned} s_b^2 &= \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (\widehat{Y}_i - \widehat{Y})^2 \\ &= \frac{1}{4} [(210 - 198)^2 + (120 - 198)^2 + (220 - 198)^2 + (180 - 198)^2 + (260 - 198)^2] \\ &= \frac{1}{4} 10880 \\ &= 2720 \end{aligned}$$

$$s_i^2 = \frac{1}{n_i-1} \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \bar{y}_i)^2$$

eşitliği kullanılarak

$$s_1^2 = \frac{1}{3-1} [(10 - 14)^2 + (15 - 14)^2 + (17 - 14)^2] = 13$$

$$s_2^2 = \frac{1}{2-1} [(15 - 12)^2 + (9 - 12)^2] = 18$$

$$s_3^2 = \frac{1}{6-1} [(12 - 11)^2 + (14 - 11)^2 + (9 - 11)^2 + (8 - 11)^2 + (13 - 11)^2 + (10 - 11)^2] = 5.6$$

$$s_4^2 = \frac{1}{2-1} [(11 - 12)^2 + (13 - 12)^2] = 2$$

$$s_5^2 = \frac{1}{5-1} [(13 - 13)^2 + (12 - 13)^2 + (11 - 13)^2 + (14 - 13)^2 + (15 - 13)^2] = 2.5$$

olarak bulunur.

Buradan,

$$\begin{aligned} \widehat{V}(\widehat{Y}) &= M^2 \frac{M-m}{M} \frac{s_b^2}{m} + \frac{M}{m} \sum_{i=1}^m N_i^2 \frac{(N_i - n_i) s_i^2}{N_i n_i} \\ &= 50(45) \frac{2720}{5} + \frac{50}{5} \left[(15(12) \frac{13}{3}) + (10(8) \frac{18}{2}) + (20(14) \frac{5.6}{6}) + (15(13) \frac{2}{2}) + (20(15) \frac{2.5}{5}) \right] \end{aligned}$$

$$= 1224000 + 2106.33$$

$$= 1226106.33$$

olarak bulunur.

Dolayısıyla, küme başına ortalamanın tahmin edicisinin varyansının tahmini

$$\hat{V}(\hat{\bar{Y}}) = \frac{\hat{V}(\hat{Y})}{M^2} = \frac{1226106.33}{50^2} = 490.44$$

olarak bulunur.

Örnek: Bir kitledeki birimler aşağıda verilmiştir.

Küme	Y_{ij}
1	6, 5, 7, 9
2	3, 7, 8, 4, 2
3	5, 3, 2, 8

Burada, $N=13$, $M=3$, $N_1=4$, $N_2 = 5$ ve $N_3=4$ olduğu görülür.

Bu kitleden,

$$m=2, n_1=2, n_2 = 2, n_3=2$$

olacak şekilde örneklem çektiğimizi varsayalım.

- Kitle toplamı

$$Y = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^{N_i} Y_{ij} = 6 + 5 + 7 + 9 + 3 + 7 + 8 + 4 + 2 + 5 + 3 + 2 + 8 = 69$$

olarak bulunur.

- Kitle ortalaması

$$\bar{Y} = \frac{Y}{N} = \frac{69}{13} = 5.3$$

olarak bulunur.

- Küme başına ortalama

$$\bar{Y} = \frac{Y}{M} = \frac{69}{3} = 23$$

olarak bulunur.

- Küme toplamları

$$Y_i = \sum_{j=1}^{N_i} Y_{ij}$$

eşitliğinden yararlanarak,

$$Y_1 = 6 + 5 + 7 + 9 = 27$$

$$Y_2 = 3 + 7 + 8 + 4 + 2 = 24$$

$$Y_3 = 5 + 3 + 2 + 8 = 18$$

olarak bulunur.

- Kümelerde birim başına ortalamaların tahmini

$$\bar{Y}_i = \frac{Y_i}{N_i}$$

eşitliğinden yararlanarak,

$$\bar{Y}_1 = \frac{27}{4} = 6.75$$

$$\bar{Y}_2 = \frac{24}{5} = 4.8$$

$$\bar{Y}_3 = \frac{18}{4} = 4.5$$

olarak bulunur.

Örnekleme seçilen kümelerin ve bu kümelerde yer alan birimlerin aşağıda gösterildiği gibi olduğunu varsayalım.

Küme	Y_{ij}
1	6, 7
3	5, 3

- Örnekleme seçilen kümelerde birim başına ortalamaların tahmini

$$\bar{y}_1 = \frac{1}{2}(6 + 7) = 6.5$$

$$\bar{y}_3 = \frac{1}{2}(5 + 3) = 4$$

olarak bulunur.

- Örneğe seçilen kümelerin toplamının tahmini

$$\hat{Y}_1 = N_1 \bar{y}_1 = 4(6.5) = 26$$

$$\hat{Y}_3 = N_3 \bar{y}_3 = 4(4) = 16$$

olarak bulunur.

- Örneğe seçilen m=2 kümenin toplamının tahmini

$$\hat{y} = \sum_{i=1}^m \hat{Y}_i = 26 + 16 = 42$$

olarak bulunur.

- Küme başına ortalamanın tahmin edicisi

$$\hat{\bar{Y}} = \frac{\hat{y}}{m} = \frac{42}{2} = 21$$

olarak bulunur.

- Kitle toplamının tahmini

$$\hat{Y} = M \hat{\bar{Y}} = 3(21) = 63$$

olarak bulunur.

- Kitlede, birim başına ortalamanın tahmini

$$\hat{\bar{Y}} = \frac{\hat{Y}}{N} = \frac{63}{13} = 4.84$$

olarak bulunur.

Daha detaylı bilgi için aşağıda verilen kaynaktan yararlanılabilir.

Yamane, T. (2001). Temel Örnekleme Yöntemleri (Çevirenler Esin, A., Bakır, M. A, Aydın, C. ve Gürbüzsel, E), 1. Baskı, Literatür Yayınları, İstanbul, Türkiye.