4. TAHMİN SONUÇLARININ DEĞERLENDİRİLMESİ (devam)

4.4. Hipotez Testleri

Ekonometrik analizlerin temel amacı örneklem tahminlerini bularak anakütle ile ilgili çıkarsamalar yapmaktır. Bu amaçla katsayı tahminlerini ($\hat{\beta}_0$, $\hat{\beta}_1$ gibi) bulmak yanında bu tahminleri kullanarak anakütle katsayıları (β_0, β_1 gibi) ile ilgili çıkarımlarda bulunmaktır.

Bu noktada u_i hata terimlerinin olasılık dağılımları ile ilgili varsayımlarda bulunmamız gerekir. Gujarati ve Porter (2012) Ek 3.A.2'de gösterildiği gibi katsayı tahmin edicileri ($\hat{\beta}_0$, $\hat{\beta}_1$) hata terimlerinin (u_i) doğrusal bir fonksiyonudur. Dolayısıyla katsayı tahmin edicilerinin olasılık dağılımları hata terimlerinin olasılık dağılımları ile ilgili varsayımlarımıza dayanır.

4.4.1 Normallik Varsayımı

Burada yapılacak varsayım, hata terimlerinin daha önce belirtilen özellikleri (üçüncü, dördüncü ve beşinci varsayımlar) yanında normal dağılıma da sahip olduğudur. Üçüncü, dördüncü ve beşinci varsayımlar sırasıyla $E(u_i|X_i) = 0$, $Var(u_i|X_i) = \sigma_u^2$ ve $Cov(u_i, u_j| X_i, X_j)= 0$ olmasıdır. Normallik varsayımıyla beraber hata terimleri için gösterim

$$u_i \sim N(0, \sigma_u^2) \qquad (4.4)$$

şeklindedir. Burada ~ "biçiminde dağılmaktadır" anlamına gelir. N "normal dağılım"ı temsil eder. Parantez içindeki ifadeler ortalama ve varyansı gösterir.

Hata terimlerinin normal dağıldığı varsayımı yapıldığında EKK tahmin edicileri de normal dağılıma sahiptirler.

İki değişkenli $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i$ modeli için bu durum aşağıdaki gibi gösterilebilir.

$$E(\hat{\beta}_0) = \beta_0, \quad Var(\hat{\beta}_0)=\sigma_{\beta_0}^2=\sigma_u^2 \frac{\sum X_i^2}{n\sum X_i^2-(\sum X_i)^2} \qquad \text{ve} \qquad \hat{\beta}_0 \sim N(\beta_0, \sigma_{\beta_0}^2)$$

$$E(\hat{\beta}_1) = \beta_1, \quad Var(\hat{\beta}_1)=\sigma_{\beta_1}^2=\sigma_u^2 \frac{n}{n\sum X_i^2-(\sum X_i)^2} \qquad \text{ve} \qquad \hat{\beta}_1 \sim N(\beta_1, \sigma_{\beta_1}^2)$$

İstatistik derslerinden hatırlanabileceği gibi normal dağılıma sahip bir değişkenden ortalaması çıkartılıp standart hatasına bölündüğünde elde edilen değişken standartlaştırılmış normal dağılıma, diğer bir deyişle ortalaması 0, varyansı 1 olan normal dağılıma sahiptir. Yani

$$Z = \frac{\hat{\beta}_0 - \beta_0}{\sigma_{\beta_0}}, \qquad Z = \frac{\hat{\beta}_1 - \beta_1}{\sigma_{\beta_1}}$$

Z ~ N(0, 1)

Ayrıca hata terimlerinin 0 ortalama ve σ_u^2 varyans ile normal dağılıma sahip olması, Y_i'nin de aşağıdaki ortalama ve varyans ile normal dağılıma sahip olması anlamına gelir.

$$E(Y_i) = \beta_0 + \beta_1 X_i \tag{4.5}$$

$$Var(Y_i) = \sigma_u^2 \tag{4.6}$$

Kısaca,

$$Y \sim N(\beta_0 + \beta_1 X_i, \sigma_u^2) \tag{4.7}$$

İki değişkenli $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i$ modeli için geçerli olan bu durum daha genel çok değişkenli model için de geçerlidir.

4.4.2 Katsayılar için Hipotez Testleri

Hipotez testi uygulaması için, dağılımı bilinen ve teorik tablo değerleri bulunan bir test istatistiğine gereksinme duyarız. Yukarıda katsayılar için normallik varsayımı yapılmıştır. Bu durumda eğer σ_u^2 biliniyorsa katsayıların varyansları ve dolayısıyla Z değerleri hesaplanabilir ve Z dağılımı kullanılabilir. Ancak genellikle σ_u^2 bilinmez, tahmin edilmesi gerekir. Bu durumda kullanılması en uygun istatistik t dağılımına sahip istatistiktir.

$$t_h = \frac{\hat{\beta}_0 - \beta_0^*}{sh(\beta_0)} = \frac{\hat{\beta}_0 - \beta_0^*}{\hat{\sigma}_{\beta_0}} = \frac{\hat{\beta}_0 - \beta_0^*}{\hat{\sigma}_u \sqrt{\frac{\sum X_i^2}{n\sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}}} \tag{4.8}$$

$$t_h = \frac{\hat{\beta}_1 - \beta_1^*}{sh(\beta_1)} = \frac{\hat{\beta}_1 - \beta_1^*}{\hat{\sigma}_{\beta_1}} = \frac{\hat{\beta}_1 - \beta_1^*}{\hat{\sigma}_u \sqrt{\frac{n}{n\sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}}} \tag{4.9}$$

Burada sh tahmin edilmiş standart hata anlamına gelmektedir. Bu şekilde tanımlanmış t istatistiği n-k serbestlik derecelidir ve hem çift taraflı hem de tek taraflı testlerde kullanılabilir.

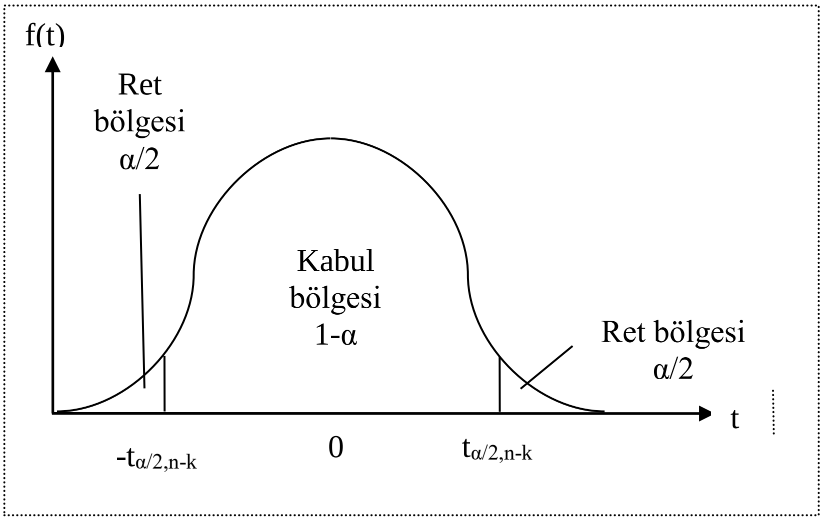
Çift taraflı testte H_0 boş hipotezi eşitlik olarak ifade edilir.

H_0: $\beta_1 = \beta_1^*$
H_1: $\beta_1 \neq \beta_1^*$

Eğer $\beta_1^* = 0$ ise uygulanan test anlamlılık testidir. Hesaplanan t istatistiği $t_{tab} = t_{\alpha/2,n-k}$ tablo değeri ile karşılaştırılmalıdır. Burada α (1. Tip) hata payıdır ve %1, % 5 veya %10 seçilebilir. Serbestlik derecesi n-k'da yer alan n gözlem sayısı, k denklemde yer alan katsayı adedidir.

Eğer $|t_h| > |t_{tab}|$ ise H_0 hipotezi ret, H_1 hipotezi kabul edilir (t_h Grafik 4.2'de ret bölgesindedir). Eğer $|t_h| \leq |t_{tab}|$ ise H_0 hipotezi kabul, H_1 hipotezi reddedilir (t_h Grafik 4.2'de kabul bölgesindedir).

Grafik 4.2: Çift taraflı testte kabul ve ret bölgeleri



H_0 boş hipotezinin reddedilmesi β_1'in β_1^*'dan farklı olduğu anlamına gelir. Eğer yapılan anlamlılık testi ise, diğer bir deyişle $\beta_1^* = 0$ ise boş hipotezin reddedilmesi, ilgili açıklayıcı değişkenin bağımlı değişken Y'yi açıklamakta anlamlı katkısı olduğu anlamına gelir.

H_0 boş hipotezinin kabul edilmesi β_1'in β_1^*'dan farklı olmadığı anlamına gelir. Anlamlılık testinde ilgili açıklayıcı değişkenin bağımlı değişken Y'yi açıklamakta anlamlı katkısı olmadığını gösterir.

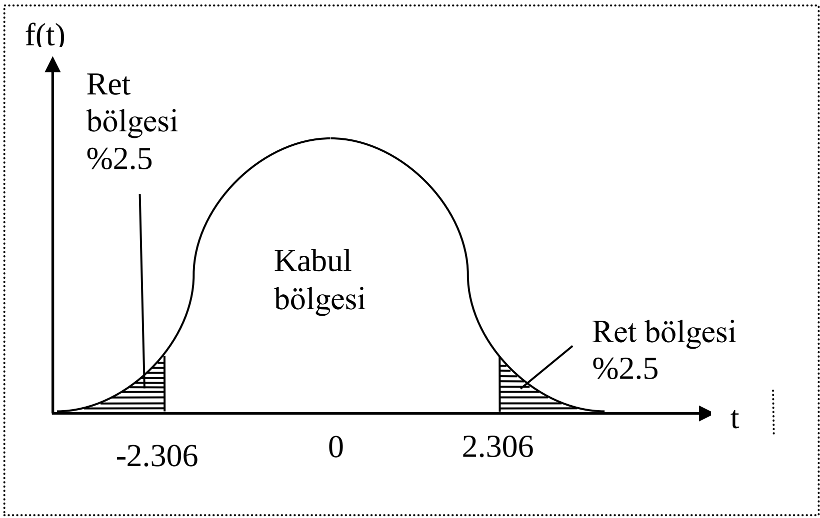
Örnek 4.5: Örnek 3.1'de Örneklem 1'e ait 10 veri kullanarak $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + u_i$ modeli tahmin edilmiş ve $\hat{\beta}_1 = 0.5090$, $\sigma_u^2 = 42.16$, $\mathrm{Var}(\hat{\beta}_1)=0.0013$ bulunmuştur. Şimdi β_1 için anlamlılık testi yapalım.

H_0: $\beta_1 = 0$
H_1: $\beta_1 \neq 0$

$$t_h = \frac{\hat{\beta}_1 - \beta_1}{\hat{\sigma}_{\beta_1}} = \frac{\hat{\beta}_1 - \beta_1}{\sqrt{\mathrm{Var}(\hat{\beta}_1)}} = \frac{0.5090\text{-}0}{\sqrt{0.0013}} = 0.7574$$

Hata payı % 5 için (α=0.05) $t_{tab} = t_{\alpha/2,n-k} = t_{0.025,10-2} = t_{0.025,8} = 2.306$'dır. Grafikte:

Grafik 4.3: Çift taraflı testte kabul ve ret bölgeleri



$|t_h| \leq |t_{tab}|$ olduğundan H_0 hipotezi kabul edilir: %5 hata payıyla X değişkeninin (gelirin) bağımlı değişken Y'yi (tüketim harcamalarını) açıklamakta istatistiki olarak anlamlı katkısı yoktur.

Tek taraflı testte H_0 boş hipotezi eşitsizlik olarak ifade edilir. Eşitsizlik iki farklı şekilde ifade edilebilir.

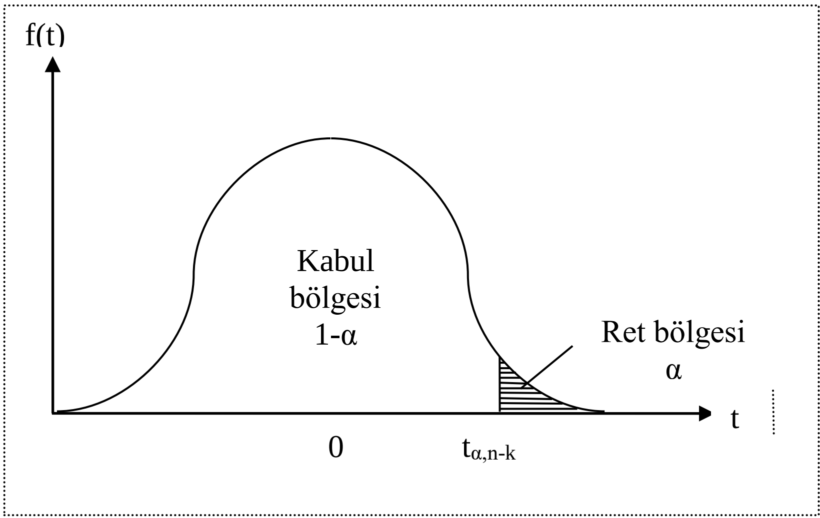
Birinci eşitsizlik:

H_0: $\beta_1 \leq \beta_1^*$

H_1: $\beta_1 > \beta_1^*$

t istatistiği çift taraflı testte olduğu gibi hesaplanır. Tablo değerinde ise artık α/2 değil, α değeri kullanılır: $t_{tab} = t_{\alpha,n-k}$. Karar kuralı Grafik 4.4 yardımıyla açıklanabilir.

Grafik 4.4: Birinci tür tek taraflı testte kabul ve ret bölgeleri



Eğer t_h > t_{tab} ise H_0 hipotezi ret, H_1 hipotezi kabul edilir.

Eğer $t_h \leq t_{tab}$ ise H_0 hipotezi kabul, H_1 hipotezi reddedilir.

Örnek 4.6: Örnek 3.1'de yer alan Örneklem 1'e ait verileriyle aşağıdaki hipotezi test edelim.

H_0: $\beta_1 \leq 0.2$

H_1: $\beta_1 > 0.2$

$$t_h = \frac{\hat{\beta}_1 - \beta_1}{\hat{\sigma}_{\beta_1}} = \frac{0.5090\text{-}0.2}{\sqrt{0.0013}} = 8.58$$

Hata payı % 5 için (α=0.05) $t_{tab} = t_{\alpha,n-k} = t_{0.05,8} = 1.86$'dır.

t_h=8.58 > t_{tab} (=1.86) olduğundan H_0 hipotezi ret, H_1 hipotezi kabul edilir: %5 hata payıyla X değişkeninin katsayısı 0.2'den küçük değildir.

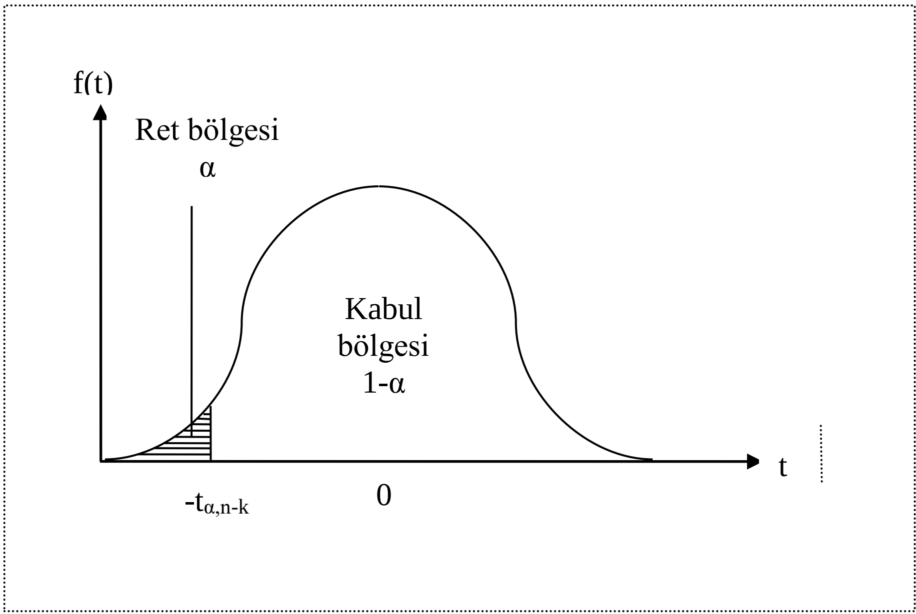
İkinci eşitsizlik:

H_0: $\beta_1 \geq \beta_1^*$

H_1: $\beta_1 < \beta_1^*$

Karar kuralı Grafik 4.5'te gösterildiği gibidir.

Grafik 4.4: İkinci tür tek taraflı testte kabul ve ret bölgeleri



Eğer t_h < -t_{tab} ise H_0 hipotezi ret, H_1 hipotezi kabul edilir.

Eğer $t_h \geq$ -t_{tab} ise H_0 hipotezi kabul, H_1 hipotezi reddedilir.

Örnek 4.6: Örnek 3.1'de yer alan Örneklem 1'e ait verileriyle aşağıdaki hipotezi test edelim.

H_0: $\beta_1 \geq 0.6$

H_1: $\beta_1 < 0.6$

$$t_h = \frac{\hat{\beta}_1 - \beta_1}{\hat{\sigma}_{\beta_1}} = \frac{0.5090\text{-}0.6}{\sqrt{0.0013}} = -2.528$$

Hata payı % 5 için (α=0.05) $t_{tab} = t_{\alpha,n-k} = t_{0.05,8}$ = 1.86'dır.

t_h=-2.528 < -t_{tab} (=-1.86) olduğundan H_0 hipotezi ret, H_1 hipotezi kabul edilir: %5 hata payıyla X değişkeninin katsayısı 0.6'dan büyük değildir.

4.4.3 Modelin Açıklama Gücüne İlişkin F Testi

Aşağıdaki çok sayıda açıklayıcı değişken bulunan modelde açıklayıcı değişken katsayılarının tümünün birden sıfır olduğu hipotezi test edilmek istenebilir.

$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \ldots + \beta_k X_{ki}$

Bu durumda boş ve alternatif hipotezler aşağıdaki gibidir.

$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \ldots = \beta_k = 0$
$H_1: \beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_k \neq 0$

Burada dikkat edilmesi gereken nokta, boş ve alternatif hipotezde sabit terimin bulunmaması, testin sadece eğim katsayıları ile ilgili olmasıdır. Bu hipotezler aynı zamanda

$H_0: R^2 = 0$
$H_1: R^2 \neq 0$

olarak da ifade edilebilir. Diğer bir deyişle, bu test ile R^2'nin sıfırdan farklı olup olmadığı da test edilmektedir.

Bu hipotezli test etmek için kullanılacak istatistik F dağılımına sahiptir ve aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

$$F_h = \frac{AKT/(k-1)}{KKT/(n-k)} = \frac{R^2/(k-1)}{(1-R^2)/(n-k)} \quad (4.10)$$

İkinci adıma geçebilmek için R^2 tanımından yararlanılmıştır.

F_h değeri hesaplandıktan sonra F_{tab} tablo değeri ile karşılaştırılmalıdır. $F_{tab} = F_\alpha(k-1,n-k)$. Eğer $F_h > F_{tab}$ ise H_0 reddedilir: α hata payıyla modeldeki açıklayıcı değişkenlerin tümü birden bağımlı değişkeni açıklayabilmektedir. Modelin R^2 değeri sıfırdan farklıdır.

Örnek 4.7: $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i}$ modeli 20 veri ile tahmin edilmiş, aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir.

$\hat{Y}_i = 0.5 + 0.2X_{1i} + 0.13X_{2i} - 0.14X_{3i}$ $R^2 = 0.72$ açıklayıcı değişken katsayılarının tümünün birden sıfır olduğu hipotezini test ediniz.

$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0 \quad (R^2 = 0)$
$H_1: \beta_1, \beta_2, \beta_3 \neq 0 \quad (R^2 \neq 0)$

$$F_h = \frac{0.72/(4-1)}{(1-0.72)/(20-4)} = 13.71$$

$F_{tab} = F_{0.05}(3,16) = 3.24$

$F_h > F_{tab}$ olduğundan H_0 reddedilir: %5 hata payıyla modeldeki açıklayıcı değişkenlerin tümü birden bağımlı değişkeni açıklayabilmektedir. Modelin R^2 değeri sıfırdan farklıdır.

4.4.4 Katsayıların Doğrusal Bileşimi İçin t Testi

Bazı durumlarda iktisat teorisi, bazı katsayıların doğrusal bileşimleri ile ilgili hipotez önerebilir. Bunun en tipik örneği Cobb-Douglas üretim fonksiyonudur. Bu üretim fonksiyonu

$$Q = AL^{\beta_1}K^{\beta_2}e^{u}$$
(4.11)

olarak yazılabilir. Modelin tahmin edilebilmesi için doğrusal hale getirilmesi gerekir. Bunun için iki tarafın logaritması alınırsa

$$\ln Q = \beta_0 + \beta_1 L + \beta_2 K + u \qquad (4.12)$$

şekline dönüşür. Burada $\beta_0 = \ln A$'dır.

Eğer ölçeğe göre sabit getiri varsa $\beta_1 + \beta_2 = 1$ olmasını bekleriz.

Katsayıların bu şekilde doğrusal bileşimlerine ilişkin test t testi uygulanarak sınanabilir.

$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \ldots + \beta_k X_{ki}$

genel modelinde aşağıdaki gibi bir hipotezi test ettiğimizi düşünelim.

H_0: $a_1\beta_1 + a_2\beta_2 + \ldots + a_k\beta_k = r$

H_1: $a_1\beta_1 + a_2\beta_2 + \ldots + a_k\beta_k \neq r$

Bu durumda kullanılacak t istatistiği aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$t_h = \frac{a_1\hat{\beta}_1 + a_2\hat{\beta}_2 + \cdots + a_k\hat{\beta}_k - r}{sh(a_1\hat{\beta}_1 + a_2\hat{\beta}_2 + \cdots + a_k\hat{\beta}_k)} = \frac{a_1\hat{\beta}_1 + a_2\hat{\beta}_2 + \cdots + a_k\hat{\beta}_k - r}{\sqrt{Var\ (a_1\hat{\beta}_1 + a_2\hat{\beta}_2 + \cdots + a_k\hat{\beta}_k)}} \qquad (4.13)$$

Karar kuralı çift taraflı t testinde olduğu gibidir.

Eğer $|t_h| > |t_{tab}|$ ise H_0 hipotezi ret, H_1 hipotezi kabul edilir.

Eğer $|t_h| \leq |t_{tab}|$ ise H_0 hipotezi kabul, H_1 hipotezi reddedilir.

Doğrusal bileşimin tahmin edilmiş standart hatasının hesaplanmasında varyans özelliklerinden yararlanılır. Örneğin

H_0: $\beta_1 + 3\beta_3 = 5$

H_1: $\beta_1 + 3\beta_3 \neq 5$

için

$$t_h = \frac{\hat{\beta}_1 + 3\hat{\beta}_3 - 5}{sh(\hat{\beta}_1 + 3\hat{\beta}_3)} = \frac{\hat{\beta}_1 + 3\hat{\beta}_3 - 5}{\sqrt{Var\ (\hat{\beta}_1 + 3\hat{\beta}_3)}} = \frac{\hat{\beta}_1 + 3\hat{\beta}_3 - 5}{\sqrt{Var\ (\hat{\beta}_1) + 9Var(\hat{\beta}_3) + 6Cov(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_3)}}$$

Burada $Var(aX + bY) = a^2Var\ (X) + b^2Var(Y) + 2abCov(X, Y)$ özelliğinden yararlanılmıştır.

Bu test iki katsayının eşitliğinin sınanması amacıyla da kullanılabilir. Örneğin

H_0: $\beta_2 = \beta_3$

H_1: $\beta_2 \neq \beta_3$

hipotezleri

H_0: $\beta_2 - \beta_3 = 0$

H_1: $\beta_2 - \beta_3 \neq 0$

olarak yazılabilir. Bu durumda

$$t_h = \frac{\hat{\beta}_2 - \hat{\beta}_3}{\sqrt{Var\ (\hat{\beta}_2 - \hat{\beta}_3)}} = \frac{\hat{\beta}_2 - \hat{\beta}_3}{\sqrt{Var\ (\hat{\beta}_2) + Var(\hat{\beta}_3) - 2Cov(\hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3)}}$$

Burada $Var(X-Y) = Var\ (X) + Var(Y) - 2Cov(X,Y)$ özelliğinden yararlanılmıştır.

Örnek 4.8: $I_t = \beta_0 + \beta_1 Y_t + \beta_2 R_t + u_t$ modelinde I yatırımları, Y ulusal geliri ve R faiz oranını göstermektedir. Bu model Türkiye için 1976-2010 arası 35 veri ile tahmin edilmiş, aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir.

$\hat{I}_t = 0.05 + 0.04Y_t + 0.81R_t$, $\mathrm{Var}\ (\hat{\beta}_1) = 0.0004, \mathrm{Var}(\hat{\beta}_2) = 0.0095,\ \mathrm{Cov}(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2) = -0.001$

H_0: $\beta_1 + \beta_2 = 0.5$

H_1: $\beta_1 + \beta_2 \neq 0.5$

Hipotezlerini test ediniz.

$$t_h = \frac{\hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 - 0.5}{\sqrt{Var\ (\hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2)}} = \frac{\hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 - 0.5}{\sqrt{Var\ (\hat{\beta}_1) + Var(\hat{\beta}_2) + 2Cov(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2)}}$$

$$= \frac{0.04 + 0.81 - 0.5}{\sqrt{0.0004 + 0.0095 - 2(0.001)}} = 3.9378$$

α=0.05 için $t_{tab} = t_{\alpha/2,n-k} = t_{0.025,35-3} = t_{0.025,32} = 2.037$'dir.

$|t_h = 3.9378| > |t_{tab}=2.037|$ olduğundan H_0 hipotezi reddedilir: %5 hata payıyla : β_1 ve β_2 katsayılarının toplamı istatistiki olarak 0.5'den farklıdır.

4.4.5 Yapısal Farklılaşma İçin Chow Testi

Ekonometrik modelin uygulandığı dönemde söz konusu ekonomide veya sektörde bir yapısal değişikliğin olup olmadığı da test edilmek istenebilir. Örneğin

$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_{1t} + \beta_2 X_{2t} + \ldots + \beta_k X_{kt}$

genel modelinin t = 1…n veri ile tahmin edilmekte olduğunu düşünelim. Bu incelenen dönem içinde ise dönem için katsayıların ikinci dönem katsayılarından farklılaşacağını test etmek için nedenlerimiz olabilir. İlk döneme ait modeli

$Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 X_{1t} + \alpha_2 X_{2t} + \ldots + \alpha_k X_{kt}$,

ikinci döneme ait modeli

$Y_t = \gamma_0 + \gamma_1 X_{1t} + \gamma_2 X_{2t} + \ldots + \gamma_k X_{kt}$

ile gösterirsek, hiçbir yapısal değişimin olmadığı (yapısal kararlılığın olduğu) durumda iki modelin katsayıları birbirine eşit olmalıdır: $\alpha_i = \gamma_i$. Eğer yapısal farklılaşma varsa iki modelin katsayıları farklılaşacaktır. Bu durumda boş ve alternatif hipotezler aşağıdaki gibidir.

H_0: $\alpha_i = \gamma_i$
H_1: $\alpha_i \neq \gamma_i$

Hipotezin test edilmesi için veri dönemi ikiye ayrılmalıdır. Birinci dönemde n_1, ikinci dönemde n_2 veri olsun ($n_1 + n_2 = n$ dir). Testin uygulanabilmesi için model birinci dönem için (n_1 veri ile), ikinci dönem için (n_2 veri ile) ve modelin tüme verilerini kullanarak ($n_1 + n_2 = n$ veri ile) tahmin edilmelidir. Birinci dönem için yapılan tahmin sonucunda elde edilen hata kareleri toplamına KKT_1, ikinci döneminkine KKT_2, ve tüm dönem ile yapılan tahmininkine KKT diyelim. Test istatistiği aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$F_h = \frac{(KKT - KKT_1 - KKT_2)/k}{(KKT_1 + KKT_2)/(n-2k)}$$

Burada payın serbestlik derecesi $(n-k)-(n_1-k)-(n_2-k)=k$ işlemi ile bulunmuştur. Paydanın serbestlik derecesi ise $(n_1-k)+(n_2-k) = n-2k$ olmaktadır. Hesaplanan F istatistiği k, n-2k serbestlik dereceli F dağılımına sahiptir. Eğer $F_h > F_{tab}$ ise α hata payı ile H_0 reddedilir: α hata payı ile iki dönem arasında yapısal farklılık vardır.

Örnek 4.9: Örnek 4.8'de kullanılan modelde 1989'dan itibaren bir yapısal değişiklik olduğunu düşünüyor olalım. Bu durumda model 1976-1988 dönemi, 1989-2010 dönemi ve 1976-2010 dönemi için ayrı ayrı tahmin edilmiş ve aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir.

1976-1988 dönemi: n_1= 13, KKT_1 = 6.521
1989-2010 dönemi: n_2= 22, KKT_2 = 1.528
1976-2010 dönemi: n= 35, KKT = 8.312

Yapısal farklılaşma testi aşağıdaki gibi uygulanacaktır.

H_0: $\alpha_i = \gamma_i$
H_1: $\alpha_i \neq \gamma_i$

$$F_h = \frac{(8.312 - 6.521 - 1.528)/3}{(6.521 + 1.528)/(35 - 6)} = 0.3159$$

$F_{tab} = F_{0.05}(3,29) = 2.93$

$F_h < F_{tab}$ olduğundan %5 hata payı ile H_0 kabul edilir: %5 hata payı ile iki dönem arasında yapısal farklılık yoktur.

4.4.6 Hata Teriminin Normal Dağılımı için χ^2 Testi

Burada ele alınan hipotez testleri hata teriminin normal dağılıma sahip olduğunu varsaydığından bu varsayımın geçerliliği de test edilmelidir. Bu bölümde hata teriminin normal dağıldığı hipotezini test etmede kullanılan Jarque-Bera testi ele alınacaktır. Bu testte boş ve alternatif hipotezler aşağıdaki gibidir.

H_0: $u \sim N$ (hata terimleri normal dağılıma sahiptir)
H_1: $u \nsim N$ (hata terimleri normal dağılıma sahip değildir)
Jarque-Bera testi hata terimlerinin çarpıklık[1] (S) ve basıklık[2] (K) katsayılarını kullanarak aşağıdaki istatistiği hesaplar.

$$JB = n\left[\frac{S^2}{6} + \frac{(K-3)^2}{24}\right]$$

$$S = \frac{\mu_3}{\sigma^3} = \frac{\sum \hat{u}^3/n}{\sigma^3}, \qquad K = \frac{\mu_4}{\sigma^4} = \frac{\sum \hat{u}^4/n}{\sigma^4}, \qquad \sigma = \sqrt{\mu_2} = \sqrt{\sum \hat{u}^2/n}$$

[1] skewness

[2] kurtosis

Bu istatistik 2 serbestlik dereceli χ^2 dağılımına sahiptir ($\chi^2_{tab}= \chi^2(2)$). Normal dağılımlı bir değişken için S=0, K=3'tür. Eğer $\chi^2_h > \chi^2_{tab}$ ise H_0 reddedilir: hata terimleri normal dağılıma sahip değildir.

Örnek 4.10: Örnek 3.1'de kullanılan modelde $\sum \hat{u}^3$=-780, $\sum \hat{u}^4$=21,511, $\sum \hat{u}^2$=337.27 bulunmuştur. Ayrıca n=10 olduğu bilinmektedir. Normallik testi aşağıdaki gibi uygulanmalıdır.

H_0: u ~ N (hata terimleri normal dağılıma sahiptir)

H_1: u ≁ N (hata terimleri normal dağılıma sahip değildir)

$\sigma = \sqrt{\sum \hat{u}^2/n} = \sqrt{337.27/10}$=5.807

$S = \frac{-780/10}{(5.807)^3}$=-0.398 $K = \frac{21,511}{(5.807)^4} = 1.89$

$$JB = 10\left[\frac{(-0.398)^2}{6} + \frac{(1.89-3)^2}{24}\right] = 0.777$$

$\chi^2_{tab}= \chi^2(2)$=5.991

$\chi^2_h < \chi^2_{tab}$ olduğundan H_0 kabul edilir: hata terimleri normal dağılıma sahiptir.