



FİZ0424 PARÇACIK FİZİĞİ

*Ankara Üniversitesi
Fen Fakültesi Fizik Bölümü
6. Hafta*

AYSUHAN OZANSOY

İçerik

1. Rölativistik Gösterim
2. Gama Matrisleri
3. Ayar değişmezliği
4. Temel Etkileşme Köşeleri
5. Feynman Diyagramları

1. Rölativistik Gösterim:

Uzay-zamanda iki olay göz önüne alalım, (x, y, z, t) ve $(x + dx, y + dy, z + dz, t + dt)$.

$$ds^2 = c^2 dt^2 - (dx^2 + dy^2 + dz^2)$$

→ Karesi alınmış aralık. Uzaydaki iki nokta arasındaki uzaklık kavramını, uzay - zamandaki iki nokta arasındaki **aralık** kavramına genelleştirebiliriz

4-vektörler:

$$x^\mu = (x^0, x^1, x^2, x^3) = (ct, x, y, z) = (ct, \vec{r})$$

$$x_\mu = (x_0, x_1, x_2, x_3) = (x^0, -x^1, -x^2, -x^3)$$

$$= (ct, -x, -y, -z) = (ct, -\vec{r})$$

μ : Lorentz indisi

$\mu = 0, 1, 2, 3$

x^μ gibi, bir üst indisli, 4-vektöre bir **kontravaryant vektör** ve x_μ gibi, bir alt indisli olana bir **kovaryant vektör** denir. **Bir kontravaryant ve bir kovaryant vektörün iç çarpımı bir değişmez (skaler) dir.**

Metrik tensör: x^μ ve x_μ arasındaki (ya da herhangi bir kontravaryant vektörle onun kovaryant karşılığı arasındaki) ilişki bir **metrik tensör** $g_{\mu\nu}$ tanıtılarak verilebilir

$$g^{\mu\nu} = g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} x_\mu &= g_{\mu\nu} x^\nu \\ &= g_{\mu 0} x^0 + g_{\mu 1} x^1 + g_{\mu 2} x^2 + g_{\mu 3} x^3 \end{aligned}$$

Diferansiyel işlemciler:

$$\begin{aligned} \partial_\mu &\equiv \frac{\partial}{\partial x^\mu} = (\partial_0, \partial_1, \partial_2, \partial_3) \\ &= \left(\frac{\partial}{\partial x^0}, \frac{\partial}{\partial x^1}, \frac{\partial}{\partial x^2}, \frac{\partial}{\partial x^3} \right) = \left(\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t}, \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right) \\ &= \left(\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t}, \nabla \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \partial^\mu &\equiv \frac{\partial}{\partial x_\mu} = (\partial^0, \partial^1, \partial^2, \partial^3) \\ &= \left(\frac{\partial}{\partial x_0}, \frac{\partial}{\partial x_1}, \frac{\partial}{\partial x_2}, \frac{\partial}{\partial x_3} \right) = \left(\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t}, -\frac{\partial}{\partial x}, -\frac{\partial}{\partial y}, -\frac{\partial}{\partial z} \right) \\ \partial^\mu &= g^{\mu\nu} \partial_\nu = \left(\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t}, -\nabla \right) \end{aligned}$$

$\partial^\mu \partial_\mu$ Lorentz değişmezidir ve

$$\square = \partial^\mu \partial_\mu = \frac{1}{c} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2$$

olarak tanımlanır. Burada \square *d' Alembertyen işlemcisi* denilen ikinci-mertebeden diferansiyel işlemcidir.

⇒ *Bir parçacığın enerji-momentum 4-vektörü (veya 4-momentum),*

$$p^\mu = \left(\frac{E}{c}, \vec{p} \right), \quad p_\mu = \left(\frac{E}{c}, -\vec{p} \right)$$

şeklinde tanımlıdır,

$$p^2 = p^\mu p_\mu = \frac{E^2}{c^2} - \vec{p} \cdot \vec{p} = m^2 c^2$$

veya $c=1$ iken,

$$p^2 = E^2 - |\vec{p}|^2 = m^2$$

2. Gama Matrisleri

$$(\gamma^0)^2 = 1, \quad (\gamma^i)^2 = -1, \quad \gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 0 \quad (\mu \neq \nu) \text{ için}$$

$$\gamma^{0\dagger} = \gamma^0, \quad \gamma^{i\dagger} = -\gamma^i, \quad \gamma^0 \gamma^{\mu\dagger} \gamma^0 = \gamma^\mu$$

veya daha kısa bir şekilde $\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu}$ olarak yazılır.

→ γ -matrisleri 4×4 ' lük üniter matrislerdir. Bu matrislerin seçimi tek değildir, farklı temsillerde farklı seçilebilirler. Standart temsilde;

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix} \quad \text{ve} \quad \gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ -\sigma^i & 0 \end{pmatrix} \quad \text{şeklindedir. Burada } \sigma^i \text{ ler Pauli spin matrisleridir.}$$

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad 0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\gamma^5 \equiv i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \{\gamma^\mu, \gamma^5\} = 0, \quad (\gamma^5)^2 = 1$$

3. Ayar Değişmezliği:

Lagranjiyenin bir takım dönüşümler altında değişmez kalmasıdır ve ayar grubu ile ilgili olan «yükün korunumu» ile ilişkilidir.

Örnek: Elektrodinamik için ayar değişmezliği

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$$
$$\vec{E} = -\vec{\nabla} V - \partial \vec{A} / \partial t$$

$$\vec{A} \rightarrow \vec{A}' = \vec{A} + \vec{\nabla} \alpha$$
$$V \rightarrow V' = V - \partial \alpha / \partial t$$
$$\psi \rightarrow \psi' = e^{iq\alpha} \psi$$

Potansiyeller ve dalga fonksiyonu için ayar dönüşümleri. Bu dönüşümleri altında Maxwell denklemleri değişmez kalır.

Global ve Lokal Dönüşümler:

$$\psi \rightarrow \psi' = e^{iq\alpha} \psi$$

Global faz dönüşümü,
 α : gerçel bir sayı

$$\psi \rightarrow \psi' = e^{iq\alpha(x,t)} \psi$$

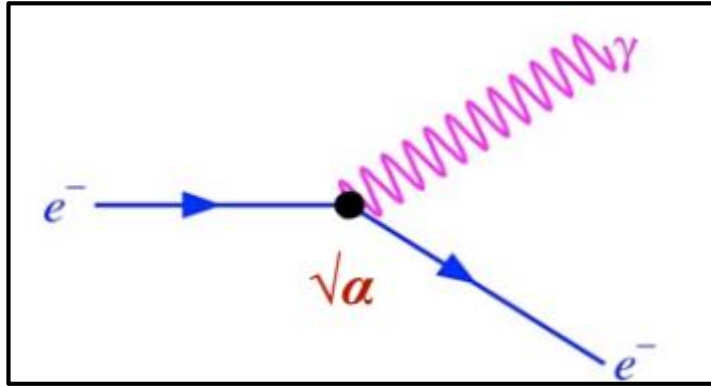
Lokal (yerel) faz dönüşümü,
 α : konum ve zamana bağlı

→ Lokal ayar değişmezliğini sağlamak için sisteme ayar alanları tanıtilmelidir. Tüm 4-türevler yerine **kovaryant türev** yazılmalıdır.

$$D_\mu = \partial_\mu + iqA_\mu$$

4. Temel Etkileşme Köşeleri:

a) Kuantum Elektrodinamiği (KED) (QED)



$$g_e = \sqrt{4\pi\alpha}$$

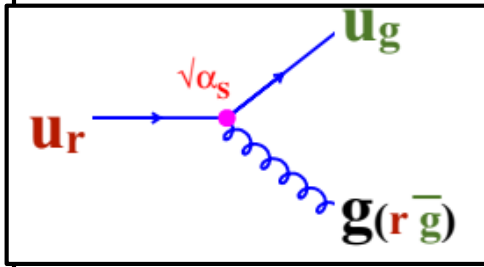
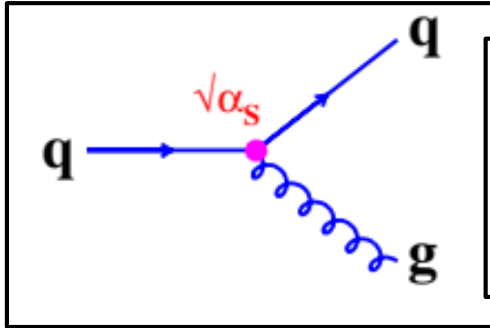
α : ince yapı sabiti

Köşe faktörü : $-ig_e Q_f \gamma^\mu$

Q_f : fermiyonun elektrik yükü

→ Elektrik yükü olan parçacıklar elektromanyetik etkileşmelere girerler. Şekilde gösterilen temel köşe için elektrik yükü olan başka bir fermiyon da kullanılabilir.

b) Kuantum Renkdinamiği (KRD) (QCD)



$$g_s = \sqrt{4\pi\alpha_s}$$

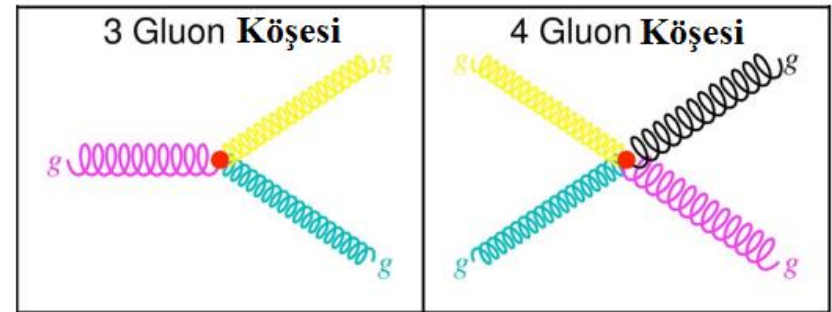
α_s : güçlü bağlaşım sabiti

Köşe faktörü : $-ig_s \frac{\lambda^a}{2} \gamma^\mu$

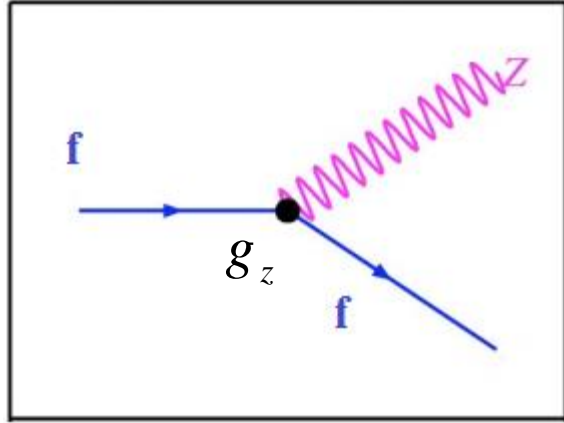
λ^a : Gell – Mann Matrisleri, $a = 1, \dots, 8$

→ Renk yükü taşıyan parçacıklar güçlü etkileşmeye girer. Toplam renk yükü korunur.

→ Gluonların kendisi renk yükü taşıdığı için 3'lü ve 4'lü gluon köşeleri de mevcuttur.



c) Yüksüz Zayıf Etkileşmeler

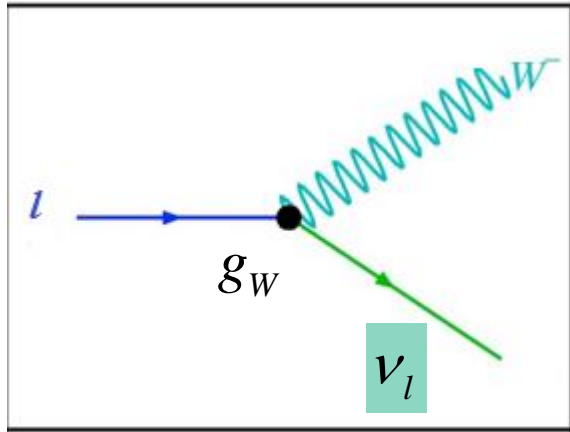


$$\text{Köşe faktörü : } -i \frac{g_Z}{2} \gamma^\mu (c_V^f - c_A^f \gamma^5)$$

Çeşni değişmez

f	c_V	c_A
ν_e, ν_μ, ν_τ	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
e^-, μ^-, τ^-	$-\frac{1}{2} + 2 \sin^2 \theta_w$	$-\frac{1}{2}$
u, c, t	$\frac{1}{2} - \frac{4}{3} \sin^2 \theta_w$	$\frac{1}{2}$
d, s, b	$-\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \sin^2 \theta_w$	$-\frac{1}{2}$

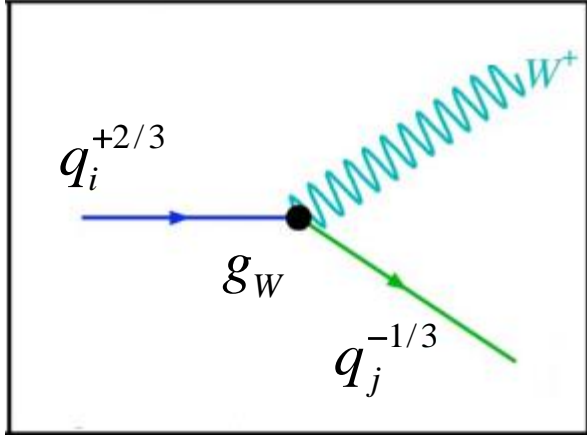
d) Yüklü Zayıf Etkileşmeler - Leptonlar için:



$$\text{Köşe faktörü : } -i \frac{g_W}{2\sqrt{2}} \gamma^\mu (1 - \gamma^5)$$

Geçiş aynı aile içerisinde

e) Yüklü Zayıf Etkileşmeler - Kuarklar için:



$$\text{Köşe faktörü: } -i \frac{g_W}{2\sqrt{2}} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) V_{ij}$$

Farklı aileler arasında geçiş mümkün.

CKM (Cabibbo-Kobayashi-Maskawa) Matrisi (V_{CKM})

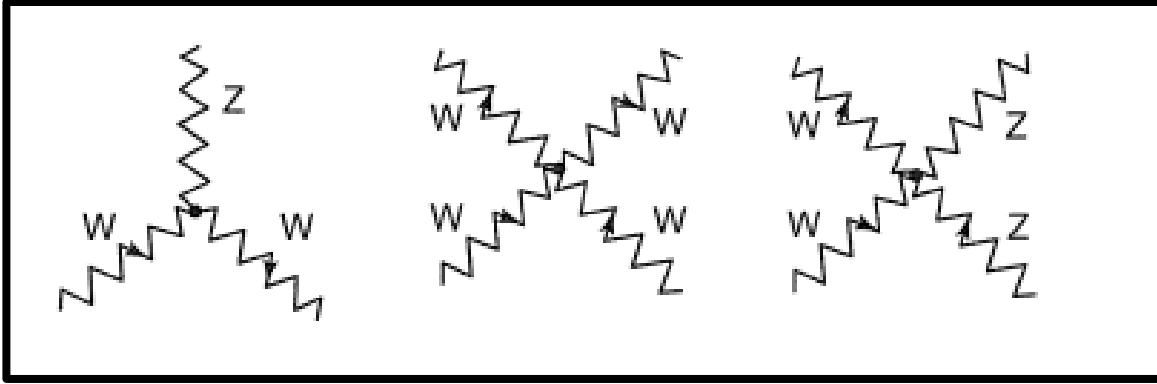
3 x 3' lük üniter matris. 3 karışım açısı ve bir CP bozan faz ile parametrize edilebilir. Standart bir seçim aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned} V_{CKM} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13} e^{-i\delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13} e^{i\delta} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} c_{12} c_{13} & s_{12} c_{13} & s_{13} e^{-i\delta} \\ -s_{12} c_{23} - c_{12} s_{23} s_{13} e^{i\delta} & c_{12} c_{23} - s_{12} s_{23} s_{13} e^{i\delta} & s_{23} c_{13} \\ s_{12} s_{23} - c_{12} c_{23} s_{13} e^{i\delta} & -c_{12} s_{23} - s_{12} c_{23} s_{13} e^{i\delta} & c_{23} c_{13} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

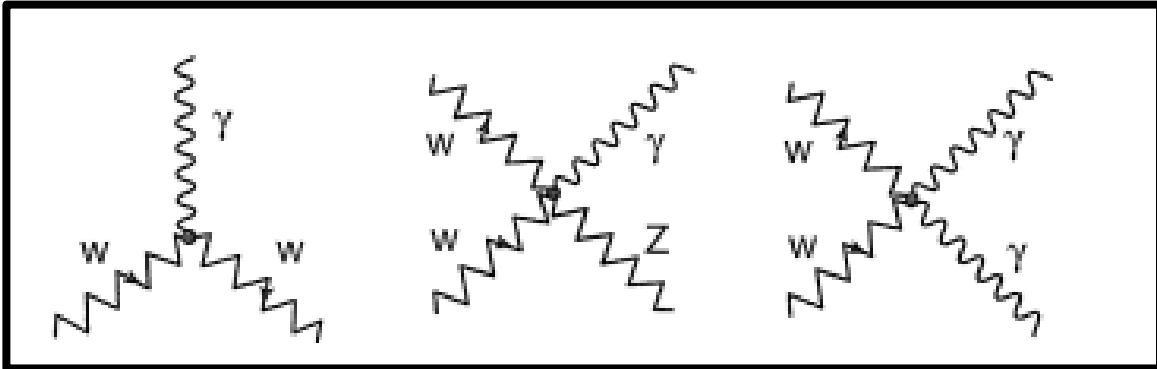
$$s_{ij} = \sin \theta_{ij}, \quad c_{ij} = \cos \theta_{ij}, \quad \delta \text{ faz faktörü}$$

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} 0.97446 \pm 0.00010 & 0.22452 \pm 0.00044 & 0.00365 \pm 0.00012 \\ 0.22438 \pm 0.00044 & 0.97359^{+0.00010}_{-0.00011} & 0.04214 \pm 0.00076 \\ 0.00896^{+0.00024}_{-0.00023} & 0.04133 \pm 0.00074 & 0.999105 \pm 0.000032 \end{pmatrix}$$

Elektrozayıf bozonların bağlaşımları



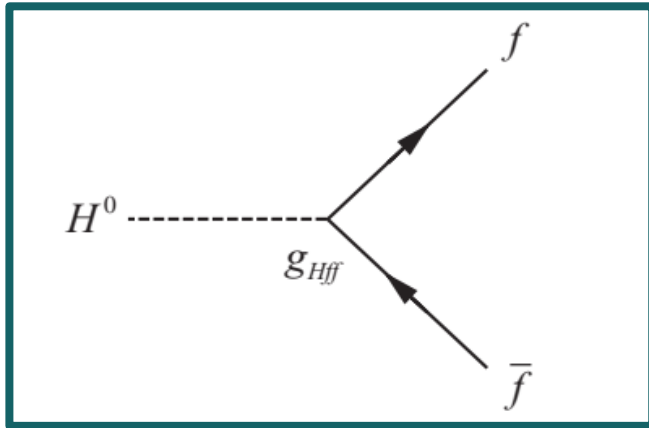
Zayıf vektör bozonların kendi aralarında bağlaşımları var



W bozonu elektrik yüküne sahip olduğu için foton ile bağlaşımı var

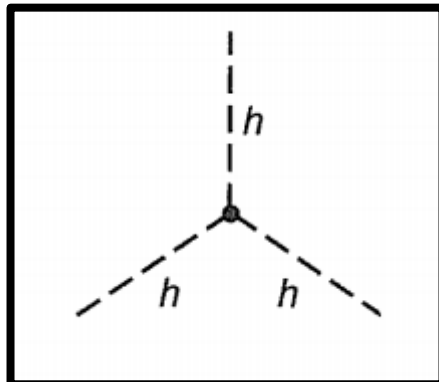
Higgs Bozonunun Etkileşmeleri

Higgs-fermiyon-antifermiyon

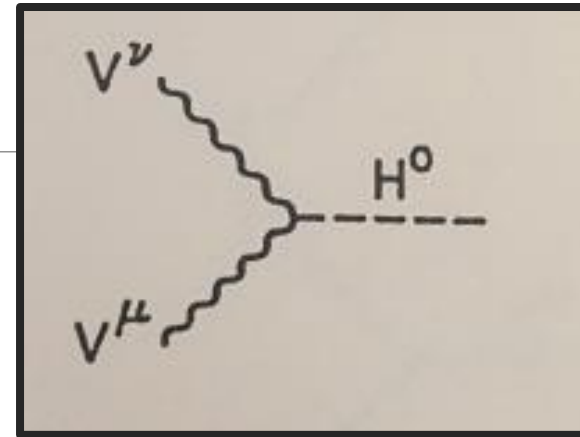


$$g_{Hff} = \sqrt{2} g_w \left(\frac{m_f}{M_w} \right)$$

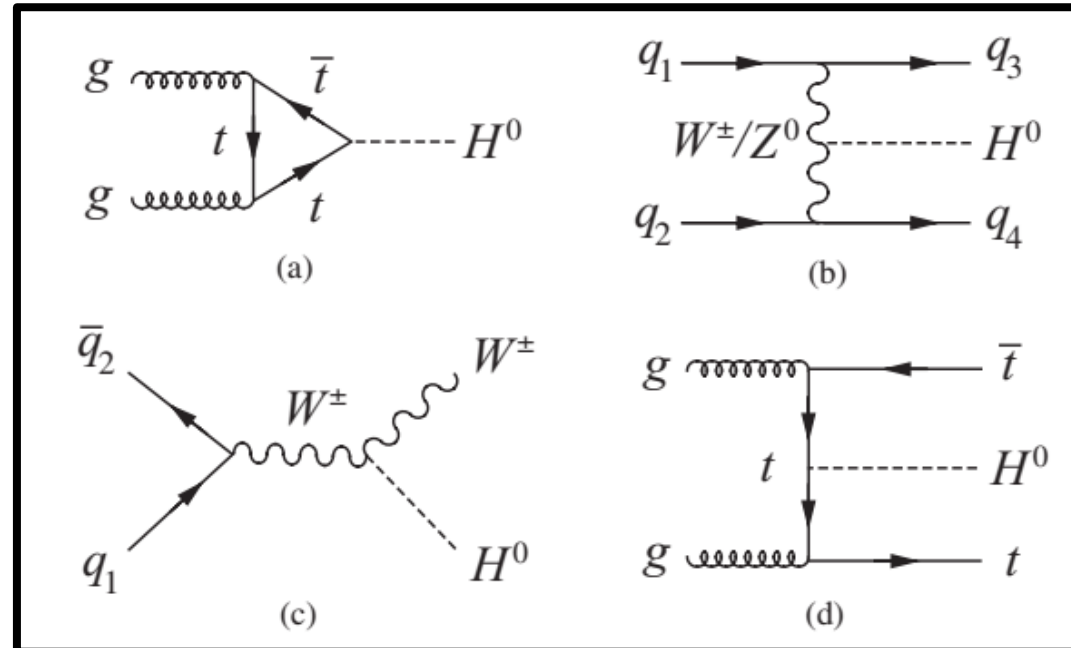
3' lü Higgs etkileşmesi



Higgs -vektör (ayar) bozonlar



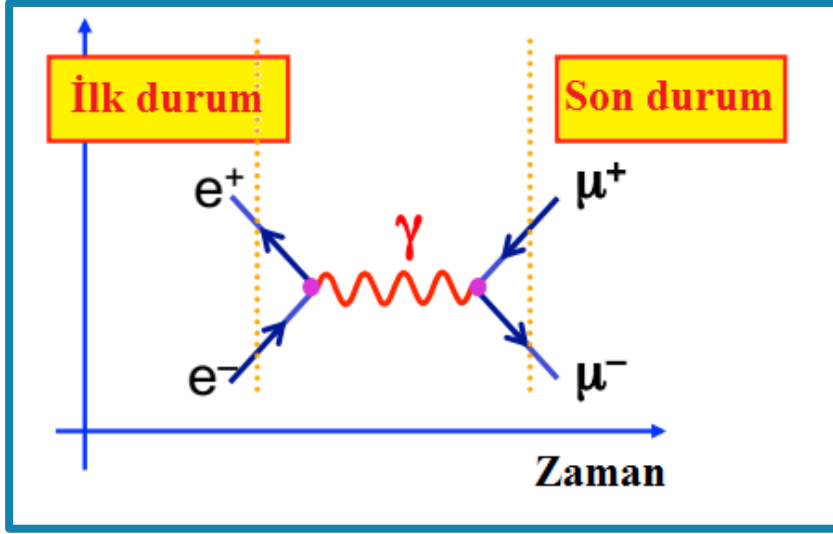
V= W veya Z



LHC' de Higgs üretim mekanizmaları

5. Feynman Diyagramları

Temel parçacıklar arasındaki temel etkileşmeleri temsil etmek için **Feynman diyagramlarını** kullanırız. (1948 R. Feynman)



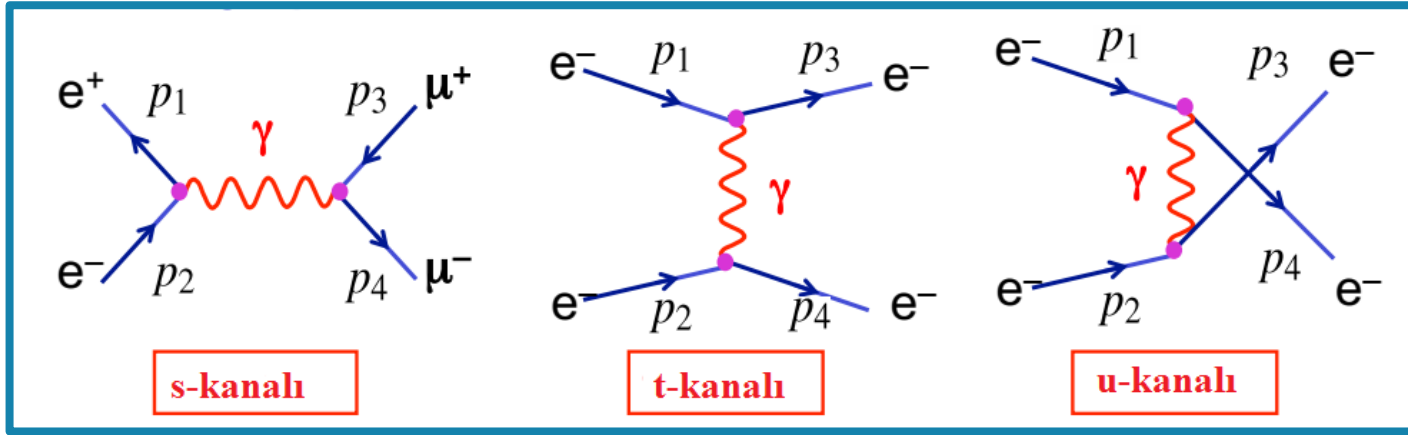
- Momentum uzayında parçacık etkileşmelerini resmederiz.
- Antiparçacıkları zamanda geriye doğru gidiyor şekilde gösteririz.
- Önceki kesimde gösterilen, temel etkileşme köşelerinden iki ya da daha fazlasını kullanarak daha karmaşık süreçleri gösterebiliriz.

→ p'ler dört-momentumları göstermek üzere, Lorentz invariant Mandelstam değişkenleri (doğal birim sisteminde):

$$s = (P_1 + P_2)^2 = (P_3 + P_4)^2$$

$$t = (P_1 - P_3)^2 = (P_2 - P_4)^2$$

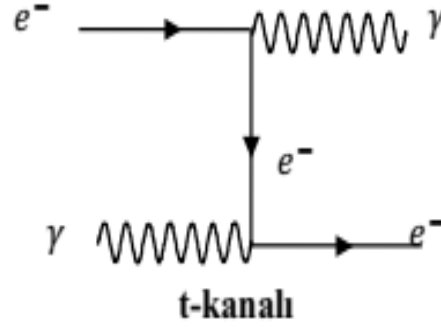
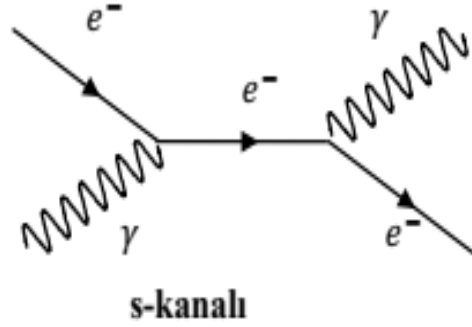
$$u = (P_1 - P_4)^2 = (P_2 - P_3)^2$$



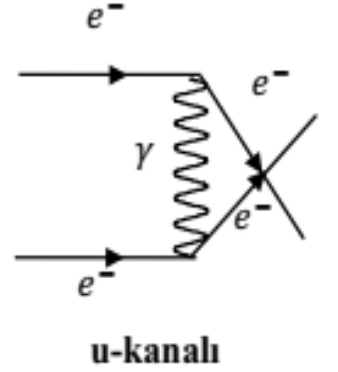
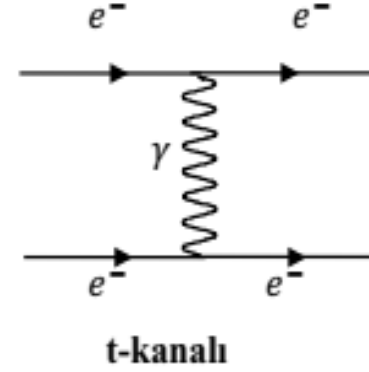
Şekiller: <https://www2.ph.ed.ac.uk/~vjm/Lectures/SHParticlePhysics2012.html>

Örnek: Temel KED süreçlerinden esnek olan süreçler

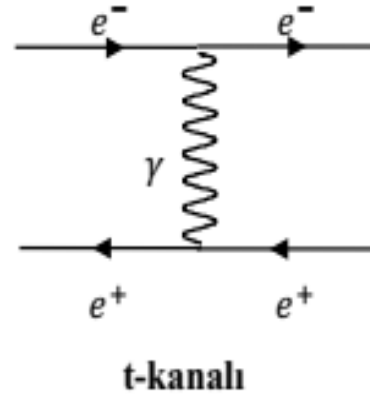
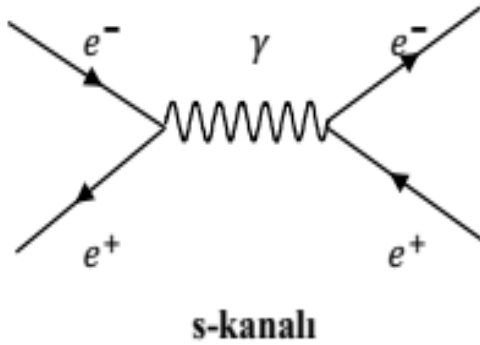
1) Compton saçılması ($e^- \gamma \rightarrow e^- \gamma$)



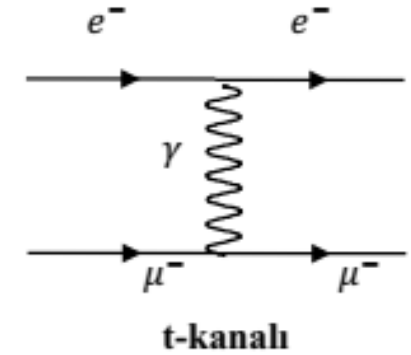
2) Möller saçılması ($e^- e^- \rightarrow e^- e^-$)



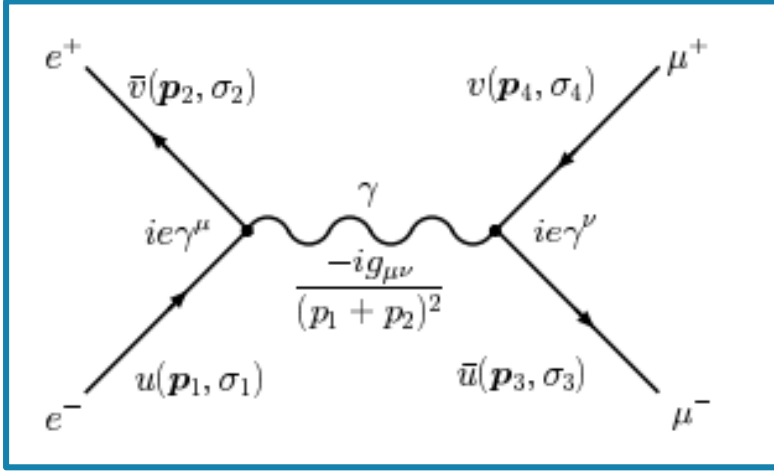
3) Bhabba Saçılması ($e^- e^+ \rightarrow e^- e^+$)



4) Mott Saçılması ($e^- \mu^- \rightarrow e^- \mu^-$)



KED için Feynman Kuralları:



Dış Çizgiler:

Elektronlar: Gelen ($\rightarrow\bullet$): u

Çıkan ($\bullet\rightarrow$): \bar{u}

Pozitronlar: Gelen ($\leftarrow\bullet$): \bar{v}

Çıkar ($\bullet\leftarrow$): v

Fotonlar: Gelen ($\text{~~~~}\bullet$): ϵ_μ

Çıkan ($\bullet\text{~~~~}$): ϵ_μ^*

Köşe faktörü:

$$-ig_e Q_f \gamma^\mu$$

e için $Q_f = -1 \Rightarrow$ köşe fak : $ig_e \gamma^\mu$

Propagatörler

elektronlar ve pozitronlar: $\frac{i(\gamma^\mu q_\mu + mc)}{q^2 - m^2 c^2}$

$$\text{Fotonlar: } \frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2}$$

Bu süreç için Lorentz invaryant genlik:

$$-iM = [\bar{v}(P_2) ig_e \gamma^\mu u(P_1)] \left(\frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2} \right) [\bar{u}(P_3) ig_e \gamma^\nu v(P_4)]$$

→ Tesir kesiti, genliğin karesi ile orantılı!!

Kaynaklar:

1. "Introduction to Elementary Particles" , D. Griffiths, Wiley, 2nd revised edition, 2013.
(Türkçe' ye çevirisi mevcut, Temel Parçacıklara Giriş, Çeviri Editörü. G. Önengüt, Nobel Akademik Yayıncılık, 2015)
2. "Particle Physics", B.R. Martin and G. Shaw, 3rd edition, John Wiley & Sons, 2008. (ilk baskı, 1992)
3. "Introduction to High Energy Physics", D. H. Perkins, 4th edition, Cambridge Univ. Press, 2000. (İlk baskı 1972)
4. "Quarks and Leptons-An Introductory Course on Modern Particle Physics" , F. Halzen and A. D. Martin, John Wiley & Sons, 1984.
5. "Introduction to Nuclear and Particle Physics", A. Das and T. Ferbel, World Scientific, 2nd edition, 2006.
6. "The Particle Hunters", Y. Ne'eman and Y.Kirsh, Cambridge University Press, 2nd edition, 1996 (İlk baskı 1983)
7. "Meraklısına Parçacık ve Hızlandırıcı Fiziği", B. Akgün, G. Ünel, S. Erhan, S. Sekmen, U. Köse, V. Yıldız, 2014.
8. <https://www2.ph.ed.ac.uk/~vjm/Lectures/SHParticlePhysics2012.html>
9. <http://epweb2.ph.bham.ac.uk/user/newman/ctpp2016/Lecture6.pdf>
10. Lisans bitirme tezi, O. Albayrak, «Kuantum Elektrodinamiğinde Örnek Bir Sürecin İncelenmesi» , Ankara Üniversitesi, Fen fakültesi, Fizik Bölümü, 2018.