



FİZ0424 PARÇACIK FİZİĞİ

*Ankara Üniversitesi
Fen Fakültesi Fizik Bölümü
7. Hafta*

AYSUHAN OZANSOY

İçerik:

1. Giriş
2. Temel Düşünce: Kendiliğinden Simetri Kırılması
3. Kütle Terimi
4. Global Bir Simetrinin Kendiliğinden Kırılması
5. Lokal Bir Simetrinin Kendiliğinden Kırılması

1. Giriş:

- **Newton:** $\vec{F} = m\vec{a}$ → Kütle, cismin eylemsizliğinin bir ölçüsü
- **Einstein:** $E = mc^2$ → Kütle, enerji ile ilişkili
- Ancak, kütlenin kaynağı ne?
 - Neden bazı parçacıklar kütleli iken bazıları kütesiz?
 - Neden bazı parçacıkların kütleleri diğerlerine göre daha fazla?



→ Cisimlerin kütle kazanmalarının altında yatan düşünce “**kendiliğinden simetri kırılması**” dır. Temel parçacıklar Higgs alanı ile etkileşmeleri ile kütle kazanırlar.

Ara Not:

Ayar Değişmezliği: Lagranjiyenin bir takım dönüşümler altında değişmez kalmasıdır ve ayar grubu ile ilgili «yükün korunumu» ile ilişkilidir.

Örnek: Elektrodinamik için ayar değişmezliği

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$$
$$\vec{E} = -\vec{\nabla} V - \partial \vec{A} / \partial t$$

$$\vec{A} \rightarrow \vec{A}' = \vec{A} + \vec{\nabla} \alpha$$
$$V \rightarrow V' = V - \partial \alpha / \partial t$$
$$\psi \rightarrow \psi' = e^{iq\alpha} \psi$$

Potansiyeller ve dalga fonksiyonu için ayar dönüşümleri. Bu dönüşümleri altında Maxwell denklemleri değişmez kalır.

Global ve Lokal Dönüşümler:

$$\psi \rightarrow \psi' = e^{iq\alpha} \psi$$

Global faz dönüşümü,
 α : gerçel bir sayı

$$\psi \rightarrow \psi' = e^{iq\alpha(x,t)} \psi$$

Lokal (yerel) faz dönüşümü,
 α : konum ve zamana bağlı

→ Lokal ayar değişmezliğini sağlamak için sisteme ayar alanları tanıtılmalıdır. Tüm 4-türevler yerine **kovaryant türev** yazılmalıdır.

$$D_\mu = \partial_\mu + iqA_\mu$$

→ 1961 - 1968 Glashow, Weinberg ve Salam (GWS) elektromanyetik ve zayıf etkileşmeleri "elektrozayıf etkileşme" olarak adlandırılan tek bir teori altında birleştirdiler.

→ Elektrozayıf etkileşme "zayıf izospin" ve "zayıf hiperyük" e bağlanır. Elektrozayıf etkileşmenin ayar grubu $SU(2) \times U(1)$ ' dir.

→ Zayıf izospin akımları $SU(2)$ simetrisi ile bir izotriplete (üçlüye) bağlanır: $W_\mu^{1,2,3}$

→ Zayıf hiperyük akımı $U(1)$ simetrisi ile izosinglete (tekliye) bağlanır. B_μ

→ Teori, kütesiz $W_\mu^{1,2,3}$ and B_μ alanları ile başlıyor. Ayar değişmezliğini gerektiren ayar alanları kütesiz olmalı.

→ Ancak zayıf etkileşmelerin aracı parçacıkları kütleli. Ayar simetrisini bozmadan bu aracı parçacıklara kütle vermenin yolu simetriyi kendiliğinden kırmaktır.

$$W_\mu^\pm \equiv (1/\sqrt{2})(W_\mu^1 \mp iW_\mu^2)$$

$$A_\mu = B_\mu \cos \theta_w + W_\mu^3 \sin \theta_w$$

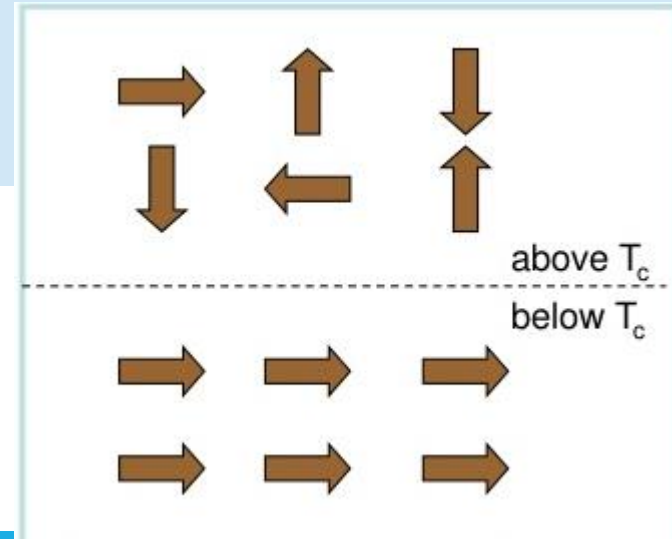
$$Z_\mu = -B_\mu \sin \theta_w + W_\mu^3 \cos \theta_w$$

$$W_\mu^{1,2,3}, B_\mu \longrightarrow W^+, W^-, Z^0, \gamma$$

Matematiksel alanlar → Fiziksel alanlar

2. Temel Düşünce: Kendiliğinden Simetri Kırılması

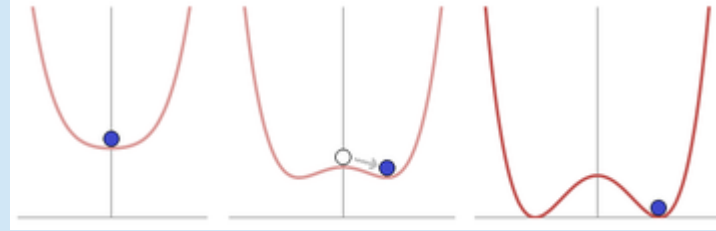
- EM ve zayıf etkileşmelerin her ikisini de tanımlayacak bir teori bulmak istiyoruz. Ayar simetrisini bozmadan vektör bozonlarına kütle vermenin yolu simetriyi kendiliğinden kırmaktır.
- Kendiliğinden simetri kırılması (KSK) hem parçacık fiziğinde hem de yoğun madde fiziğinde büyük öneme sahiptir. (Örneğin; bir ferromagnet uzaysal dönmeler altında invaryant olan bir Lagranjiyen ile tanımlanır. Curie sıcaklığına kadar soğutulduğunda ferromagnet net bir manyetizasyon kazanır, spinler belirli bir yönde yönelmiştir. Dönme simetrisi açıkça kırılmıştır.)



Şekil; <https://www.slideshare.net/mahboeb/partikel-tuhan-higgsboson1> adresinden alınmıştır.

- KSK sonsuz serbestlik dereceli sistemlerde gerçekleşir ve bu nedenle KSK alan teorisinde bir olgudur.
- Bir sistemi tanımlayan Lagranjiyenin sahip olduğu simetri ile, sistemin vakum durumu aynı simetriye sahip değilse “kendiliğinden simetri kırılması” gerçekleşir.
- Sıfırdan farklı bir vakum durumunun olması, Lagranjiyenle vakumun aynı simetriyi sağlamamalarının nedenidir.

- Sıfırdan farklı bir vakum beklenen değerine sahip parçacık alanı "**spin-0**" olmalıdır. Çünkü sistem dejenere minimum durumlarından bir tanesini rastgele olarak taban durumu olarak seçmiştir. Bu vakum durumunun dönmeler altında simetrik olabilmesi için alanın spini sıfır olmalıdır.



- Higgs alanı, spin-0 bir alandır ve parçacıklar kütlelerini Higgs alanıyla etkileşmeleri yoluyla kazanırlar, parçacık ne kadar çok etkileşirse o kadar kütle kazanır.
- Higgs alanınınin kuantum uyarılmaları **Higgs parçacığı**nı oluşturur.

3. Kütle terimi:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi) (\partial^\mu \phi) - \underbrace{\frac{1}{2} m^2 \phi^2}$$

Kütle terimi

Skaler bir alan için yazdığımız bu Lagranjiyen, Euler-Lagrange denklemlerinde kullanılırsa, Klein-Gordon denklemini verir.

$$\frac{\partial}{\partial x_\mu} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial \phi / \partial x_\mu)} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} = 0,$$

Euler- Lagrange denklemi

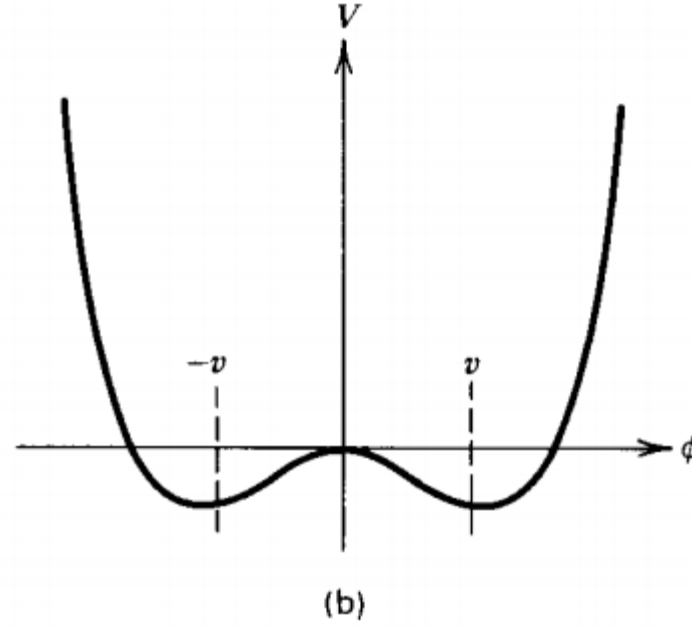
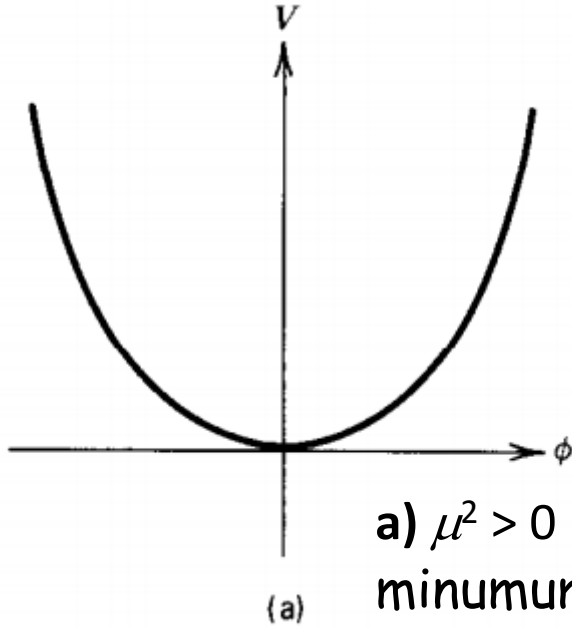
$$\partial_\mu \partial^\mu \phi + m^2 \phi \equiv (\square^2 + m^2) \phi = 0.$$

Klein-Gordon denklemi

Kendiliğinden Simetri Kırılması, «Gizlenmiş Simetri»

ϕ skaler alanı için Lagranjiyen aşağıdaki gibi olsun

$$\mathcal{L} \equiv T - V = \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi)^2 - \left(\frac{1}{2}\mu^2 \phi^2 + \frac{1}{4}\lambda \phi^4\right) \quad V(\phi) = \frac{1}{2}\mu^2 \phi^2 + \frac{1}{4}\lambda \phi^4$$



Sistem bu minimumlardan bir tanesinde bulunmayı seçerse simetri kırılmış olur.

→ Minumumlar şu şekilde bulunur:

$$\frac{\partial V}{\partial \phi} = \phi(\mu^2 + \lambda\phi^2) = 0 \quad \phi = \pm v \quad \rightarrow \quad \boxed{v = \sqrt{-\mu^2/\lambda}}$$

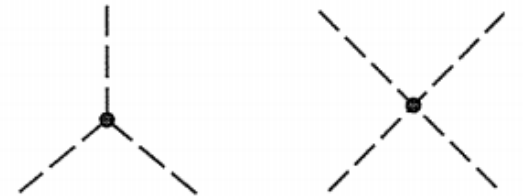
- Yeni bir η alanı bu minimum değerleri kullanılarak (minimumdan civarındaki dalgalanmaları (sapmaları) anlatacak şekilde) şu şekilde tanımlanabilir:

$$\phi(x) = v + \eta(x)$$

- η cinsinden Lagranjiyen yeniden yazılırsa;

$$\mathcal{L}' = \underbrace{\frac{1}{2}(\partial_\mu \eta)^2}_{\text{Kinetik terim}} - \underbrace{\lambda v^2 \eta^2}_{\text{Kütle terimi}} - \underbrace{\lambda v \eta^3 - \frac{1}{4}\lambda \eta^4}_{\text{Etkileşme terimleri}} + \text{Sabit bir terim}$$

$$m_\eta = \sqrt{2\lambda v^2} = \sqrt{-2\mu^2}$$



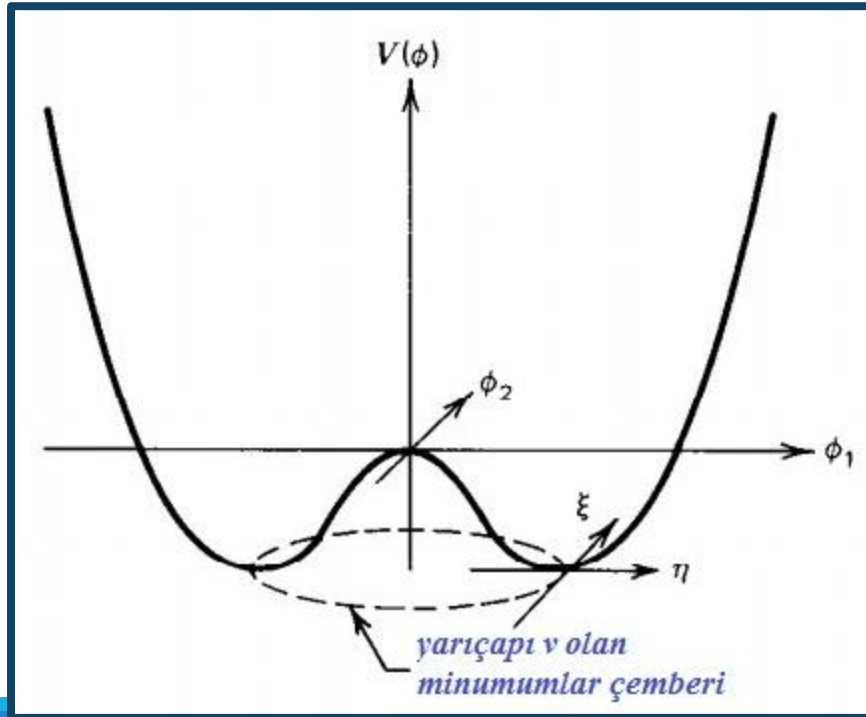
4. Global Bir Simetrinin Kendiliğinden Kırılması:

Ayar bozonları için kütle üretme amacımıza ulaşmak için önceki iki sayfada uyguladığımız prosedürü bir kompleks skaler alana uygulayalım. $\phi = (\phi_1 + i\phi_2)/\sqrt{2}$

$$\mathcal{L} = (\partial_\mu \phi)^* (\partial^\mu \phi) - \mu^2 \phi^* \phi - \lambda (\phi^* \phi)^2$$

Bu lagranjiyen $\phi \rightarrow e^{i\alpha} \phi$ altında invaryant olsun. Bu, lagranjiyenin U(1) global ayar simetrisini sağladığı anlamına gelir.

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi_1)^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi_2)^2 - \frac{1}{2}\mu^2(\phi_1^2 + \phi_2^2) - \frac{1}{4}\lambda(\phi_1^2 + \phi_2^2)^2$$



$v^2 = -\frac{\mu^2}{\lambda}$ olmak üzere minumlar şu denklemi sağlar:

$$\phi_1^2 + \phi_2^2 = v^2$$

$$\phi_1 = v = \sqrt{\frac{-\mu^2}{\lambda}}, \quad \phi_2 = 0 \quad \text{seçilip}$$

$$\eta \equiv \phi_1 - v, \quad \xi \equiv \phi_2$$

Vakum durumundan dalgalanmalar tanımlanıp, kompleks skaler alan yazılırsa

$$\phi(x) = \sqrt{\frac{1}{2}} [v + \eta(x) + i\xi(x)]$$

Yeni alanlar cinsinden Lagranjiyen;

$$\mathcal{L}' = \frac{1}{2}(\partial_\mu \xi)^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu \eta)^2 + \mu^2 \eta^2 + \text{Sabit terim} + \eta \text{ ve } \xi' \text{ ye göre üçüncü ve dördüncü mertebe terimler}$$

- ξ alanı olarak kütlelesiz olarak açığa çıkmıştır. Bu kazara olan bir şey değildir. Global sürekli simetriler kendiliğinden kırılırken bir ya da daha fazla kütlelesiz skaler bozon eşlik eder (**Goldstone Bozonları**).

→ **ÇÖZÜM:** Kendiliğinden simetri kırılmasını yerel ayar değişmezliğine uygulamak!

5. Lokal Bir Simetrinin Kendiliğinden Kırılması:

- Son aşama, lokal bir simetrinin kendiliğinden kırılmasını incelemektir. En basit durum olarak U(1) ayar simetrisini ele alabiliriz. Öncelikle Lagranjyenimizi U(1) lokal ayar dönüşümü altında invaryant yapmalıyız.

$$\phi \rightarrow e^{i\alpha(x)}\phi.$$

- Türevler kovaryant türev ile yer değiştirmelidir.

$$D_\mu = \partial_\mu - ieA_\mu.$$

- Ayar alanı ise şu şekilde dönüşür:

$$A_\mu \rightarrow A_\mu + \frac{1}{e} \partial_\mu \alpha$$

$$\mathcal{L} = (\partial^\mu + ieA^\mu)\phi^*(\partial_\mu - ieA_\mu)\phi - \mu^2\phi^*\phi - \lambda(\phi^*\phi)^2 - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$$

- Yeni alanlar cinsinden Lagranjiyen;

$$\mathcal{L}' = \frac{1}{2}(\partial_\mu \xi)^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu \eta)^2 - v^2 \lambda \eta^2 + \frac{1}{2} e^2 v^2 A_\mu A^\mu - ev A_\mu \partial^\mu \xi - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \text{Etkileşme terimleri}$$

$$m_\xi = 0, \quad m_\eta = \sqrt{2\lambda v^2}, \quad m_A = ev$$



Elimizde kütleli η alanı, kütsüz ξ alanı (Goldstone bozonu) ve kütleli A ayar alanı var.

- Hala kütsüz Goldstone bozonları mevcut, bu durumdan kurtulmak için;

$$\begin{aligned} \phi &= \sqrt{\frac{1}{2}} (v + \eta + i\xi) \\ &\approx \sqrt{\frac{1}{2}} (v + \eta) e^{i\xi/v} \end{aligned}$$



Buradan yola çıkarak, farklı bir reel alan seti h , θ ve A kullanarak;

$$\phi \rightarrow \sqrt{\frac{1}{2}} (v + h(x)) e^{i\theta(x)/v}$$

$$A_\mu \rightarrow A_\mu + \frac{1}{ev} \partial_\mu \theta$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}'' &= \frac{1}{2}(\partial_\mu h)^2 - \lambda v^2 h^2 + \frac{1}{2} e^2 v^2 A_\mu^2 - \lambda v h^3 - \frac{1}{4} \lambda h^4 \\ &+ \frac{1}{2} e^2 A_\mu^2 h^2 + v e^2 A_\mu^2 h - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}. \end{aligned}$$

- Bu durumda kütsüz Goldstone bozonları ortadan kalkar, teori θ' dan bağımsız olur.

- Bu Lagranjiyen etkileşen iki tane kütleli parçacığı anlatır; biri kütleli skaler h , diğeri vektör ayar bozonu A_μ .

Kaynaklar:

1. Ho-Kim, Q. and Pham, X. 1998. Elementary Particles and Their Interactions, Springer-Verlag, Berlin.
2. Aitchison, I. Jr. and Hey J. G. 2003. Gauge Theories in Particle Physics Vol. 1, IOP Publishing, 406 p, UK.
3. "Introduction to Elementary Particles" , D. Griffiths, Wiley, 2nd revised edition, 2013.
4. "Quarks and Leptons-An Introductory Course on Modern Particle Physics" , F. Halzen and A. D. Martin, John Wiley & Sons, 1984.
5. «Meraklısına Parçacık ve Hızlandırıcı Fiziği», B. Akgün, G. Ünel, S. Erhan, S. Sekmen, U. Köse ve V. Yıldız.