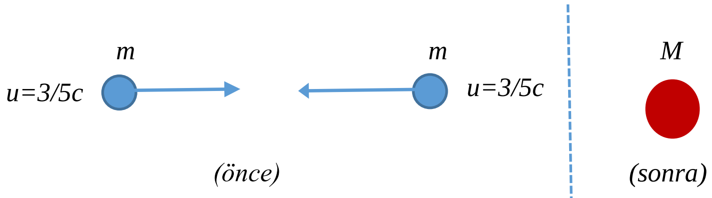
BÖLÜM-V: RELATİVİSTİK PARÇACIK MEKANİĞİ

3. Göreli Çarpışmalar ve Eşik Enerjileri

Göreli çarpışmalarda enerji ve momentum korunur. Başka bir ifadeyle, enerji-momentum 4-vektörünün tüm bileşenleri korunur. Klasik durumda olduğu gibi, kinetik enerji korunduğu ve korunmadığı durumlar olabilir.

$A+B \rightarrow C+D$ süreci için ➔ $P_A^\mu + P_B^\mu = P_C^\mu + P_D^\mu$

Örnek: Her birinin kütlesi m olan iki cisim 3/5 *c* hızı ile kafa kafaya çarpışıyorlar ve birbirlerine yapışıp duruyorlar. Son durumdaki birleşik cismin kütlesi ne olur?



$$P^\mu_{önce} = P^\mu_{sonra}$$

$$(E_1 + E_2, \vec{p}_1 + \vec{p}_2) = (E, 0) \quad E_1 + E_2 = E \quad ve \quad \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = 0$$

$$E_1 + E_2 = E$$

$$\gamma mc^2 + \gamma mc^2 = Mc^2 \qquad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{9}{25}}} = \frac{5}{4}$$

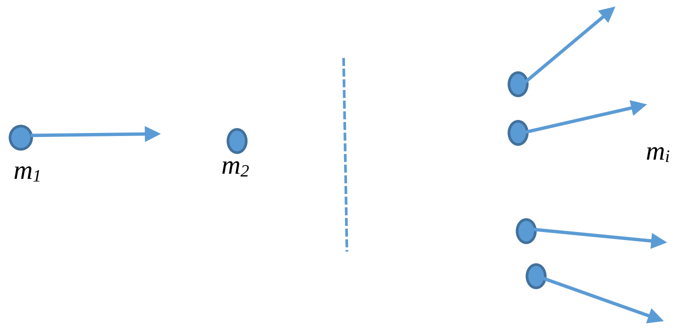
$$2\frac{5}{4}mc^2 = Mc^2 \quad \Rightarrow \quad M = \frac{5}{2}m$$

Sıfır momentum çerçevesi: Kütleleri m_1, m_2, m_3, ... ve sırasıyla hızları u_1, u_2, u_3, … olan çok parçacıktan oluşan bir sistemin (parçacıklar kümesinin) toplam göreli momentumunun, yani toplam 4-momentumun uzaysal bileşeninin sıfır olduğu bir çerçeve her zaman bulunur. Bu çerçeveye ***sıfır momentum çerçevesi*** (S_{ZM}) denir. Klasik olarak kütle merkezi çerçevesine karşılık gelir. Bu çerçevede, çerçevenin 4-hız vektörü şu şekildedir:

$$U_{ZM} = (c, 0, 0, 0)$$

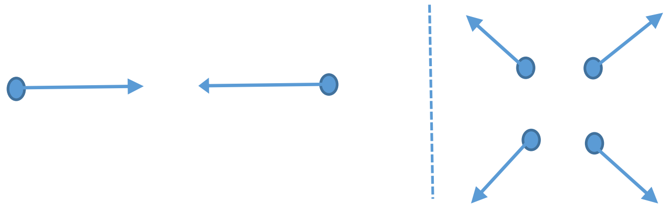
Eşik enerjisi: İki parçacık çarpışıyor ve sonuçta yeni parçacıklar açığa çıkıyor. Bu yeni parçacıkların üretilebilmesi için ***gerekli olan minumum enerjiye eşik enerjisi*** denir. Eşik enerjisi hesabı yaparken çarpışma öncesini laboratuvar çerçevesinde, çarpışma sonrasını ise sıfır momentum çerçevesinde incelemek büyük kolaylık sağlar.

Laboratuvar Çerçevesi (LAB): (Sabit hedef deneyleri)



(önce) *(sonra)*

Sıfır Momentum Çerçevesi (ZM) (Çarpışan parçacıklar deneyleri)



(önce) *(sonra)*

$$m_1 = m_B \Rightarrow Mermi\ (bullet)$$
$$m_2 = m_T \Rightarrow Hedef\ \ (t\arg et)$$

$$P^{\mu}_{önce} \rightarrow LAB'da \qquad\qquad P^{\mu}_{sonra} \rightarrow ZM'de$$

$$P^{\mu}_{önce} = P^{\mu}_B + P^{\mu}_T = \left(\frac{E_B}{c}, \vec{p}_B\right) + \left(\frac{E_{0T}}{c}, 0\right) = \left(\frac{E_B}{c} + m_T c, \vec{p}_B\right)$$

$$P^{\mu}_{sonra} = \sum_i P^{\mu}_i = \left(\left(\sum m\right)c, 0\right)$$

$$P^{\mu}_{önce} P_{\mu\, önce} = (P_{önce})^2 = \left(\frac{E_B}{c} + m_T c, \vec{p}_B\right)\left(\frac{E_B}{c} + m_T c, -\vec{p}_B\right)$$
$$= \frac{E_B^2}{c^2} + 2E_B m_T + m_T^2 c^2 - \vec{p}_B \cdot \vec{p}_B$$
$$= \frac{E_B^2}{c^2} + 2E_B m_T + m_T^2 c^2 - \left(\frac{E_B^2}{c^2} - m_B^2 c^2\right)$$
$$= 2E_B m_T + m_T^2 c^2 + m_B^2 c^2$$

$$P^{\mu}_{sonra} P_{\mu\, sonra} = (P_{sonra})^2 = \left(\sum m\right)^2 c^2$$

$$(P_{önce})^2 = (P_{sonra})^2$$
$$2E_B m_T + m_T^2 c^2 + m_B^2 c^2 = (\sum m)^2 c^2$$

⇨ Elde edilen bu son ifadede tek bilinmeyen mermi parçacığın enerjisi. Bunun dışında kalanlar ilk ve son durumdaki parçacıkların kütleleri ile ilgili ifadeler. Burada eşik enerjisi mermi parçacığın enerjisidir.

$$E_B = E_{esik} = \frac{(\sum m)^2 c^2 - m_T^2 c^2 - m_B^2 c^2}{2m_T}$$

4. De Broglie Dalgaları

- 4- dalga vektörü (ya da dört-frekans vektörü) şu şekilde tanımlanır:

$$L^\mu = \frac{1}{\lambda}(\frac{v}{c}, \hat{n})$$
$$= f(\frac{1}{c}, \frac{\hat{n}}{v}) \qquad f: frekans \quad v: dalga \quad hızı \quad \lambda f = v$$

- 4-dalga vektörü kullanılarak 4-momentum şu şekilde tanımlanır: $P^\mu = hL^\mu$

5. Dört-Kuvvet

Dört-kuvveti tanımlamak, özellikle yüklü hareketli parçacıkların elektromanyetik alanda hareketlerini tanımlamak için önemlidir. 4-kuvvet:

$$F^\mu \equiv \frac{dP^\mu}{d\tau} = \gamma(u)\frac{dP^\mu}{dt}$$
$$= \gamma(u)\frac{d}{dt}\left(\frac{E}{c}, \vec{p}\right) = \gamma(u)\left(\frac{1}{c}\frac{dE}{dt}, \frac{d\vec{p}}{dt}\right); \qquad \vec{f} \equiv \frac{d\vec{p}}{dt}(göreli\ 3-kuvvet)$$
$$= \left(\gamma(u)\frac{1}{c}\frac{dE}{dt}, \gamma(u)\frac{d\vec{p}}{dt}\right) = \left(\gamma(u)\frac{1}{c}\frac{dE}{dt}, \gamma(u)\vec{f}\right) \quad E: göreli\ enerji \quad \vec{p}: göreli\ 3-momentum$$

$$F^\mu = \left(F^0, \vec{F}\right)$$
$$F^0 = \gamma(u)\frac{1}{c}\frac{dE}{dt} \qquad \vec{F} = \gamma(u)\vec{f} = \gamma(u)\frac{d\vec{p}}{dt}$$

⇨ $u << c$ için f Newtonyen kuvvetle eşit olur.