

FİZ0423 Özel Görelilik Teorisi Uygulamalar

Uygulama-1

1. γ Lorentz faktörünün şu özelliklerini ispat ediniz.
 - i) $v \neq 0 \rightarrow \gamma > 1$
 - ii) $\gamma v = c(\gamma^2 - 1)^{1/2}$
 - iii) $c^2 d\gamma = \gamma^3 v dv$
 - iv) $d(\gamma v) = \gamma^3 dv$
2. **(Griffiths, 3.2)** S sitemindeki saatlere göre, birbirinden 4 km arayla duran A ve B sokak lambaları tam olarak akşam 8 de yanıyor. A' dan B' ye $3/5c$ hızında hareket eden bir trendeki gözlemciye göre hangi lamba ilk olarak yanar?
3. **(Griffiths, 3.3)** a) *Hacimler* nasıl dönüşür? (Bir kutu kendisinin durgun olduğu (S') çerçevesinde V' hacmine sahipse v hızıyla hareket ettiği S çerçevesindeki bir gözlemci tarafından ölçülen hacmi nedir? b) *Yoğunluklar* nasıl dönüşür? (Eğer kutu (S') durgunluk çerçevesinde birim hacim başına ρ' tane moleküle sahipse, S sisteminde birim hacim başına taşıdığı molekül sayısı nedir?
4. A ve B ile etiketlenen iki uzay gemisi birbirlerine göre zıt yönlerde hareket ediyor olsunlar. Dünya' daki bir gözlemci A' nın hızını $0,75 c$ ve B' nin hızını $0,85 c$ ölçerse, B' nin A' ya göre hızı nedir?
5. **(S. Banerji and A. Banerjee, 2.9)** Bir (S') eylemsiz gözlem çerçevesinde bir çubuk L_0 has uzunluğuna sahiptir. Çubuk (S') çerçevesinin x' eksenine göre θ' açısı kadar eğimlidir. Eğer (S'), (S)ye göre düzgün olarak x-ekseni boyunca v hızı ilerliyorsa, çubuğun S deki boyu ve eğimi nedir?
6. **(Griffiths, 3.5)** Kozmik ışın müonları atmosferin yüksek kısımlarında üretilirler (örneğin $8000 m'$ de) ve yere doğru hemen hemen ışık hızında (yaklaşık olarak $0,998c$) yol alırlar. a) Müonun ömrü yaklaşık $2,2 \times 10^{-6} s$ olarak verilmektedir. Görelilik öncesi fiziğe göre, müon bozunmadan önce ne kadar yol alır? Müonlar yere ulaşabilir mi? b) Şimdi aynı soruyu görelî fiziği kullanarak cevaplayın (Zaman genişlemesi nedeniyle müonlar daha uzun yaşarlar ve daha uzağa gidebilirler).c) Pionlar da atmosferin üst kısmında üretilirler. Sıra şöyledir: proton (dış uzaydan gelen) protona (atmosferdeki) çarpar ve pionlar oluşur. Sonra pionlar müonlara bozunur: $\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$ ve $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$. Ancak pionun ömrü çok daha kısadır ($2,6 \times 10^{-8} s$). Pionların aynı hızla ($0,998c$) sahip olduklarını farzederek yere ulaşabilirler mi?
7. Deniz seviyesinden 50 km yükseklikte kozmik ışınların 10.000 müon ürettiğini varsayınız. Eğer müonların ortalama has zamanları $2,2 \times 10^{-6} s$ ve hızları $0,995c$ ise, bozunmadan deniz seviyesine ulaşan müon sayısı nedir?
8. S ve S' eylemsiz referans çerçeveleri standart şekillenimdedirler. S deki gözlemci $u_y = c$, $u_x = u_z = 0$ olarak ölçüyor. (S') gözlem çerçevesinden ölçülen hız bileşenleri nelerdir, hızın büyüklüğü nedir? Görelî sapma açısını hesaplayınız.

(Rindler, 2.15) Hiperbolik parametre ϕ (ya da rapidite=hızlılık) $e^\phi=\gamma (1+v/c)$ olarak tanımlanır. Buna göre $\cosh\phi=\gamma$, $\sinh\phi=\beta\gamma$, ve $\tanh\phi=\beta$ olduğunu ispatlayınız.

Uygulama-2

1. **(Krane, Modern Physics, 3rd ed, 2.8):** Laboratuvarlarda yüksek enerjili parçacıklar, detektörlerde bıraktıkları belirli izlerin fotoğrafları çekilerek gözlenebilirler. İzlerin uzunluğu parçacıkların hızlarına ve yaşam sürelerine bağlıdır. $0,995c$ hızı ile hareket eden bir parçacık $1,25 \text{ mm}$ uzunluğunda bir iz bırakıyor. Parçacığın has yaşam süresi nedir?
2. **(Griffiths, Int. Electrodynamics, 3rd ed., 12.30):** Hepsi x -yönünde hareket eden görelî enerjileri E_1, E_2, \dots ve momentumları p_1, p_2, \dots olan parçacıklar topluluğunu dikkate alın. Toplam momentumun sıfır olduğu momentum merkezi çerçevesinin hızını bulunuz.
3. **(Griffiths, Int. Electrodynamics, 3rd ed., 12.32):** Kütlesi m olan bir parçacığın toplam enerjisi durgun enerjisinin iki katıdır. Bu parçacık durgun olan özdeş başka bir parçacığa çarpıyor. İki parçacık birbirine yapışıyor birleşik parçacığın kütlesi ne olur? Hızı ne olur?
4. Has hız (η) ile rapidite (ϕ) arasında bir ilişki kurunuz.
5. $A^\mu = (2, -1, 0, 4)$ ve $B^\mu = (5, 1, 1, -2)$ iki dört-vektör olmak üzere, $A_\mu B^\mu$ skaler çarpımı nedir? A ve B dört-vektörleri zamansal mı, uzaysal mı, ışıksal mıdır?
6. **(Griffiths, Int. Elementary Particles, 2nd ed., 3.13):** m kütleli gerçek bir parçacık için P^μ zamansal mı, uzaysal mı, ışıksal mıdır? Kütleli bir parçacık için durum nedir? Virtüel bir parçacık için durum nedir?
7. **(Banerji, The Special Theory of Relativity, Ex. 2.7):** 6000 \AA dalga boylu ışık ışınları için Doppler kaymasını **a)** kaynak gözlemciye $0,2 c$ hızı ile yaklaşırken, **b)** kaynak görüş çizgisine göre dik olarak $0,6c$ hızı ile hareket ederken hesaplayınız.
8. **(Krane, Modern Physics, 3rd ed, 2.12):** Uzak galaksilerden gözlenen en güçlü yayınım (emisyon) çizgilerinden biri hidrojenin 122 nm dalga boyuna (UV bölgesi) sahiptir. **a)** 366 nm görünür bölgede bu çizginin gözlenmesi için galaksi hangi hızla uzaklaşmalıdır? **b)** Eğer galaksi aynı hızla bize doğru hareket ediyorsa bu çizginin dalga boyu ne olmalıdır?
9. **(Rindler, Relativity, 6.17):** Eğer bir nötron ve bir pion (π -mezon), bir fotonun durgun bir protona çarpması sonucu açığa çıkıyorsa; fotonun eşik frekansını M (nötron veya protonun kütlesi) ve m (pionun kütlesi) cinsinden bulunuz.

- 10. (Banerji, The Special Theory of Relativity, Ex. 3.11) :** ε enerjili bir foton, θ açısı ile E enerjili başka bir fotonla çarpışıyor. Her birinin kütlesi m olan bir parçacık çiftinin oluşabilmesine izin verecek minimum ε enerjisinin $\varepsilon_{esik} = \frac{2m^2 c^4}{E(1 - \cos \theta)}$ ile verildiğini gösteriniz.
- 11.** Bir fotonun bir elektron ve bir pozitrona bozunamayacağını gösteriniz.
- 12. (Griffiths, Int. Elementary Particles, 2nd ed., 3.15):** v hızıyla hareket eden bir pion bir müon ve bir nötrinoya bozunuyor. $\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$. Eğer nötrino orijinal pion yönüyle 90° de ortaya çıkarsa, müon hangi açıda çıkar?
- 13.** $p + p \rightarrow p + p + \pi^+ + \pi^-$ süreci için eşik enerjisini MeV ve J cinsinden hesaplayınız.

Uygulama-3

1. Kaynaklı Maxwell denklemleri $\partial_\mu F^{\mu\nu} = \mu_0 J^\nu$ ile verilir. Bu ifadeden yola çıkarak süreklilik denklemini 4-lü formda elde ediniz.
2. $J_\mu J^\mu$ ve $J_\mu A^\mu$ dörtlü skaler çarpımlarını yapınız.
3. Anlık durgun bir çerçevede $J^\mu = (c\rho_0, 0)$ olarak verilen dört-akım yoğunluğu vektörünün Lorentz dönüşümleri altında nasıl dönüştüğünü gösteriniz ve sonucu yorumlayınız.
4. 4-lü notasyonda 4-potansiyel için ayar dönüşümü ifadesi χ uzay ve zamanın bir fonksiyonu olmak üzere $A'_\mu = A_\mu - \partial_\mu \chi$ ile verilir. Bu ayar dönüşümü altında elektromanyetik alan tensörünün değişmez kaldığını gösteriniz.