1. OLASILIK DAĞILIMLARI VE SİGORTA UYGULAMALARI

1.1 Önemli Kesikli Dağılımlar

Burada sigortacılık ve aktüeryada sıklıkla kullanılan bazı önemli kesikli dağılımlara yer verilmiştir.

1.1.1 Poisson Dağılımı

N rastgele değişkeni λ parametreli Poisson dağılımına sahip olsun. Poisson dağılımının olasılık fonksiyonu aşağıdaki gibidir:

$$\mathrm{P}(N = x) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!}, x = 0,1,2,..$$

Moment çıkaran fonksiyonu

$$M_N(t) = E(e^{tX}) = e^{\lambda(e^t - 1)}$$

Olasılık çıkaran fonksiyonu

$$P_N(r) = E(r^X) = e^{\lambda(r-1)}$$

Moment çıkaran fonksiyon yardımıyla N rd. ‘nin momentleri aşağıdaki gibi bulunabilir.

$$E(N) = \frac{dM_N(t)}{dt}\bigg|_{t=0} = \lambda$$

$$E(N^2) = \frac{d^2M_N(t)}{dt^2} = \lambda + \lambda^2$$

N rd.'nin varyansı ise

$$Var(N) = E(N^2) - [E(N)]^2 = \lambda + \lambda^2 - \lambda = \lambda$$

olarak elde edilir.

1.1.2 Binom Dağılımı

N rastgele değişkeni $Binom$ dağılımına sahip olsun. $N \sim Binom(n, p)$, $0 < p < 1$ Binom dağılımının olasılık fonksiyonu aşağıdaki gibidir:

$$\mathrm{P}(N = x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}, \qquad x = 0,1,2 \dots, n$$

Moment çıkaran fonksiyonu

$$M_N(t) = E(e^{tX}) = (q + pe^t)^n, \;\; t\epsilon\mathcal{R}$$

Olasılık çıkaran fonksiyonu

$$P_N(r) = E(r^X) = (q + pr)^n$$

Moment çıkaran fonksiyon yardımıyla N rd. 'nin momentleri aşağıdaki gibi bulunabilir.

$$E(N) = \frac{dM_N(t)}{dt} \Big|_{t=0} = np$$

$$E(N^2) = \frac{d^2 M_N(t)}{dt^2} = np + n^2p^2 - np^2$$

N rd.'nin varyansı ise

$$Var(N) = E(N^2) - [E(N)]^2 = np + n^2p^2 - np^2 - n^2p^2 = np - np^2 = npq$$

olarak elde edilir.

1.1.3 Negatif Binom Dağılımı

N rastgele değişkeni $Negatif\ Binom$ dağılımına sahip olsun. $N \sim NB(k, p),\ k > 0,\ 0 < p < 1$. Negatif binom dağılımının olasılık fonksiyonu aşağıdaki gibidir:

$$\mathrm{P}(N = x) = \binom{k + x - 1}{x} p^k q^x, \qquad x = 0,1,2 \ldots, n \qquad q = 1 - p$$

Moment çıkaran fonksiyonu

$$M_N(t) = E(e^{tX}) = \left(\frac{p}{1 - qe^t}\right)^k,\ \ t < -\log q$$

Olasılık çıkaran fonksiyonu

$$P_N(r) = E(r^X) = \left(\frac{p}{1 - qr}\right)^k$$

Moment çıkaran fonksiyon yardımıyla N rd. 'nin beklenen değeri,

$$E(N) = \frac{dM_N(t)}{dt} \bigg|_{t=0} = \frac{kq}{p}$$

varyansı ise

$$Var(N) = \frac{kq}{p^2}$$

şeklindedir.

1.1.4 Geometik Dağılım

N rastgele değişkeni $Geometrik$ dağılımına sahip olsun. $N \sim GM(p), 0 < p < 1$. Geometrik dağılım, negatif binom dağılımının özel bir halidir. Negatif binom dağılımında $k = 1$ alınırsa geometrik dağılım elde edilir. Geometrik dağılımın olasılık fonksiyonu aşağıdaki gibidir:

$$\mathrm{P}(N = x) = pq^x, \qquad x = 0,1,2 \ldots, n \qquad q = 1 - p$$

Moment çıkaran fonksiyonu

$$M_N(t) = \frac{p}{1 - qe^t}, \;\; t < -\log q$$

Olasılık çıkaran fonksiyonu

$$P_N(r) = \frac{p}{1 - qr}$$

Beklenen değeri,

$$E(N) = \frac{q}{p}$$

varyansı ise

$$Var(N) = \frac{kq}{p^2}$$

şeklindedir.