3. PRİM HESAPLAMA PRENSİPLERİ

Önceki bölümlerde prim kelimesi kullanıldı ancak henüz tanımlanmadı. Bir riski kısmen veya tamamen kapsam altına alabilmek için risk veren tarafından ödenen paraya denir. Bir sigortacı sadece riskin karakteristiklerini incelemez aynı zamanda rekabetçi ortamda rakiplerinin de primlerini takip eder.

Π_X: X riskinin primi

Π_X, X'in bir fonksiyonudur. $(\Pi_X : \Phi(x))$

3.1 Prim Prensiplerinin Özellikleri

Prim hesaplama prensipleri için istenen birçok özellik bulunmaktadır. Burada hepsinden bahsedilmeyecek ancak prim prensipleri için temel özelliklerin çoğu verilecektir.

i. Negatif Olmayan Yükleme

$\Pi_X \geq E(X)$ (Prim beklenen kayıptan az olamaz)

ii. Toplamsallık

X_1 ve X_2 bağımsız riskler olsun. X_1 ve X_2 riskleri için prim $\Pi_{X_1+X_2}$ olsun.

$$\Pi_{X_1+X_2} = \Pi_{X_1} + \Pi_{X_2}$$

iii. Çarpımsallık

$Z = aX \ , \ a > 0$

$$\Pi_Z = a\Pi_X$$

iv. Tutarlılık

$Y = X + c \ , \ c > 0$

$$\Pi_Y = \Pi_X + c$$

v. <u>No-ripoff (hilesiz)</u>

$\Pi_X \leq \mathrm{x}_m \quad \mathrm{x}_m$ sonlu

3.2 Prim Prensipleri Örnekleri

3.2.1 Saf (Net) Prim Prensibi

Net Prim $\Pi_X = E(X)$

Sigorta şirketi açısından Net Prim prensibi çok kullanışlı değildir. Beklenen hasarları kapsar, kar için bir yükleme yoktur. Net prim, hesaplama prensiplerinin 5 özelliğini de sağlar.

3.2.2 Beklenen Değer Prim Prensibi

$$\Pi_X = (1+\theta)E(X)\ , \theta > 0, \quad \theta \text{ prim yükleme katsayısı}$$

En basit prim hesaplama yöntemi olup, aynı ortalamalı tüm risklere aynı primi yüklemesi zayıf noktasıdır.

$$\Pi_X = E(X) + \theta E(X)$$

Özellikleri sağlayıp sağlamadığına bakılsın.

i. $\Pi_X > E(X)$

$\Pi_X = E(X) + \theta E(X) > E(X)$

ii. $\Pi_{X_1+X_2} = \Pi_{X_1} + \Pi_{X_2}$?

$$\Pi_{X_1+X_2} = (1+\theta)\mathrm{E}(\mathrm{X}_1 + \mathrm{X}_2) = (1+\theta)[E(X_1) + E(X_2)]$$
$$= (1+\theta)E(X_1) + (1+\theta)E(X_2)$$

olduğundan $\Pi_{X_1+X_2} = \Pi_{X_1} + \Pi_{X_2}$'dir.

iii. $\Pi_Z = \mathrm{a}\Pi_X, \qquad Z = aX$

$$\Pi_Z = (1+\theta)\mathrm{E}(Z) = (1+\theta)E(aX) = a(1+\theta)E(X) = a\Pi_x$$

olduğundan $\Pi_Z = a\Pi_X$'dir.

iv. $\Pi_Z = \Pi_X + c, \qquad \mathrm{Y} = \mathrm{X} + c, \qquad c > 0$

$$\Pi_Y = (1+\theta)\mathrm{E}(Y) = (1+\theta)E(X+c) = (1+\theta)[E(X)+c]$$

$$= (1+\theta)E(X) + (1+\theta)c \neq \Pi_X + c$$

olduğundan $\Pi_Y \neq \Pi_X + c$

v. Tersine bir örnek gösterilsin. $\qquad \Pi_Y \leq x_m$?

$$\mathrm{P} = (X = b) = 1, \qquad \mathrm{b} > 0 \text{ olsun}$$

$$\Pi_X = (1+\theta)\mathrm{E}(X) = (1+\theta)b \leq b \text{ olmalı}$$

$$\mathrm{E(X)} = b(P(X = b) = b$$

$(1+\theta)b > b$ olduğundan özellik sağlanmamıştır.

3.2.3 Varyans Prim Prensibi

$$\Pi_X = \mathrm{E}(X) + \alpha Var(X) \qquad \alpha > 0$$

(Burada yükleme varyansın belli bir orandadır. $\alpha > 0$ olduğundan non-negatif yükleme söz konusudur.)

i. $\Pi_X = \mathrm{E}(X) + \alpha Var(X) > E(X)$

ii. $\Pi_{X_1+X_2} = \mathrm{E}(\mathrm{X}_1 + \mathrm{X}_2) + \alpha \mathrm{Var}(\mathrm{X}_1 + \mathrm{X}_2)$

$$= \mathrm{E}(\mathrm{X}_1) + E(\mathrm{X}_2) + \alpha \mathrm{Var}(\mathrm{X}_1) + \alpha Var(\mathrm{X}_2)$$

$$= \Pi_{X_1} + \Pi_{X_2}$$

iii. $\Pi_Z = a\Pi_X$

$$\Pi_Z = \mathrm{E}(a\mathrm{X}) + \alpha \mathrm{Var}(a\mathrm{X})$$

$$= a\mathrm{E(X)} + \alpha a^2 \mathrm{Var(X)}$$

$$\neq a\Pi_X$$ olduğundan sağlanmadı.

iv. $\Pi_Z = \Pi_X + c$

$\Pi_Z = \mathrm{E}(\mathrm{X}+\mathrm{c}) + \alpha \mathrm{Var}(\mathrm{X}+\mathrm{c})$

$= \mathrm{E}(X) + c + \alpha \mathrm{Var}(\mathrm{X})$

$= \mathrm{E}(\mathrm{X}) + \alpha \mathrm{Var}(\mathrm{X}) + \mathrm{c}$

$= \Pi_X + c$

v. No-ripoff sağlanmıyor

Örneğin $\mathrm{P}(\mathrm{X}=8) = \mathrm{P}(\mathrm{X}=12) = 0.5$

$$\mathrm{E}(\mathrm{X}) = 8\frac{1}{2} + 12\frac{1}{2} = 4 + 6 = 10$$

$$\mathrm{E}(\mathrm{X}^2) = 8^2\frac{1}{2} + 12^2\frac{1}{2} = 32 + 72 = 104$$

$\mathrm{Var}(\mathrm{X}) = \mathrm{E}(\mathrm{X}^2) - [\mathrm{E}(\mathrm{X})]^2$ =104-100=4

$\Pi_X = \mathrm{E}(\mathrm{X}) + \alpha \mathrm{Var}(\mathrm{X}) = 10 + \alpha 4 = 10 + 4\alpha$

$\alpha > 0{,}5$ için $\Pi_X > 12$ oluyor. $\Pi_X \leq x_m$ olmalı.

3.2.4 Stardart Sapma Prim Prensibi

$$\Pi_X = \mathrm{E}(\mathrm{X}) + \alpha[\mathrm{Var}(\mathrm{X})]^{\frac{1}{2}} \qquad \alpha > 0$$

Varyans prensibi ile aynı olmasına karşın özellikleri farklıdır.

i. $\Pi_X > \mathrm{E}(\mathrm{X})$

ii. $\Pi_{X_1+X_2} = \mathrm{E}(\mathrm{X}_1 + \mathrm{X}_2) + \alpha[\mathrm{Var}(\mathrm{X}_1 + \mathrm{X}_2)]^{\frac{1}{2}}$ özellik sağlanmıyor

iii. $\Pi_Z = a\Pi_X \qquad Z = aX$

$\Pi_Z = E(aX) + \alpha[\mathrm{Var}(\mathrm{X}_1 + \mathrm{X}_2)]^{\frac{1}{2}} = aE(X) + \alpha(a^2)^{\frac{1}{2}}(Var(X))^{\frac{1}{2}}$

$= a[E(X) + \alpha\big(Var(X)\big)^{\frac{1}{2}} = a\Pi_X$

iv. $\Pi_Z = E(X+c) + \alpha\big(Var(X)\big)^{\frac{1}{2}} = E(X) + c + \alpha(Var(X))^{\frac{1}{2}}$

$= E(X) + \alpha Var(X)^{\frac{1}{2}} + c = \Pi_X + c$

v. Varyans prensibi ile aynı örnek verilebilir.