

1 FAİZ PRENSİPLERİ

Para: Mal ve hizmetleri sağlamada kullanılan, fiyat ve borç miktarlarını belirleyen değişim aracına para denir. Para birimi bir değer ölçüsü olarak kullanılır ve kayıtları tutmada, değerler arasındaki ilişkileri saptamada, fiyatların belirlenmesinde önemli bir görevi vardır.

Faiz: Bir miktar parayı belirli bir süre için kullanmanın karşılığında bedel olarak ödenen ya da alınan paraya faiz denir.

Faizin hesaplanmasında üç temel faktörden yararlanır;

Anapara
Süre
Faiz Oranı

Anapara(Kapital, Sermaye): Faiz karşılığında borç alınan ya da verilen paradır.

Süre: Anaparanın kullanımı ile ilgili anlaşma genellikle belli bir süreyide içerir ve buna anaparanın faizde kalma süresi ya da kısaca süre denir. Bir başka deyişle, anaparanın kullanıma sunulmasıyla, faizin ödendiği zaman arasındaki zaman dilimine süre denir.

Dönem(Periyot, Devre): Faizde kalma süresini saptamak için kullanılan zaman birimidir.

Faiz Oranı: Bir dönemlik faizin anaparaya oranı, faiz oranı olarak nitelendirilir. Genellikle yüzde olarak ifade edilir.

Not: Faiz oranı dönem uzunluğu belirtilmeden ifade edildiğinde, bu oranın yıllık faiz oranı olduğu anlaşılır.

Faiz Geliri: Anaparanın faiz oranı ile çarpılmasından elde edilen miktar

Birikimli Değer: Belirtilen dönemin sonunda anapara ve faiz gelirinin toplamı

İki tür faiz vardır: Basit faiz ve bileşik faiz. Her iki faiz türünde de hesaplanan toplam faiz başlangıçtaki anaparayla doğru orantılıdır. Başka bir deyişle k sabit bir sayı olmak üzere, anapara k katına çıktığında faiz de k katına çıkar ve bu kural hem basit hemde bileşik faiz için geçerlidir. Eğer faiz, aynı zamanda süreylede doğru orantılı olarak hesaplanıyorsa, bu tür faize *basit faiz* denir. Buna karşın faizin hesaplanmasında her dönemin sonunda ortaya çıkan faiz anaparaya eklenerek bir sonraki dönemin faizi bu anapara üzerinden belirleniyorsa buna *bileşik faiz* denir.

2 BİRİKİMLİ DEĞER(ACCUMULATED VALUE)

2.1 Basit Faizde Birikimli Değer

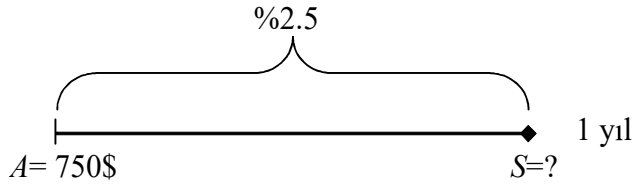
$$S = A + I$$

$$I = A * i$$

$$S = A + A * i = A * (1 + i)$$

Örnek: 750\$'in, yıllık %2.5 faizle, 1 yıl sonundaki birikimli değerini bulunuz.

Çizgi Diyagramı



$$S = A * (1 + i) = 750 * (1 + 0.025) = 768.25\$$$

Basit faiz, uygulamada genellikle bir yıldan kısa süreli faiz hesaplarında kullanılır.

Örnek: Yıllık faiz oranı % 8 ile 9 ay sonraki 250\$'ın birikimli değerini hesaplayınız.

$$\begin{aligned} I &= A * i * n \\ &= 250 * 0.08 * \frac{9}{12} = 15 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S &= A + I \\ &= 250 + 15 = 265\$ \end{aligned}$$

Örnek: Yıllık faiz oranı % 4 alındığında 500\$'ın 60 gün sonundaki birikimli değeri nedir? (Her ayın 30 çektiği ve 1 yılın 360 gün olduğu varsayalım)

$$\begin{aligned}
I &= A * i * n \\
&= 500 * 0.05 * \frac{60}{360} = 4.17\$
\end{aligned}$$

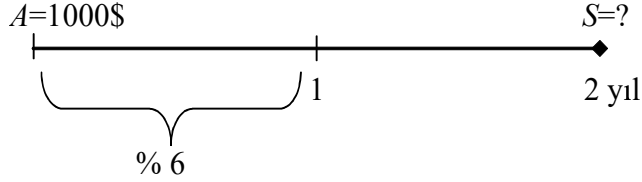
$$\begin{aligned}
S &= A + I \\
&= 500 + 4.17 = 504.17
\end{aligned}$$

2.2 Bileşik Faizde Birikimli Değer

$$S = A * (1 + i)^n$$

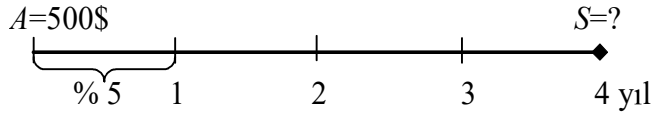
Örnek: Yıllık bileşik faiz oranı %6 ise 1000 birim paranın 2 yıl sonundaki birikimli değeri nedir?

Çizgi diyagramı



$$\begin{aligned}
S &= A * (1 + i)^n \\
&= 1000 * (1 + 0.06)^2 \\
&= 1123.60
\end{aligned}$$

Örnek: Yıllık faiz oranı % 5 ile 500\$ bir sigorta şirketine yatırılırsa, 4 yıl sonunda para ne kadar olur?



$$A = 500\$, \quad i = 0.05, \quad n = 4$$

$$\begin{aligned} S &= A * (1 + i)^n \\ &= 500 * (1 + 0.05)^4 = 607.75\$ \end{aligned}$$

Not: Bazen faiz oranı, paranın yatırıldığı süre içinde değişir, yani ilk yıl ile ikinci yıldaki faiz oranları birbirinden farklı olabilir. Örneğin 100\$, 3 yıllığına %6 faizle, 4 yıllığına %8 faizle yatırılırsa 7 yıl sonra birikimli değer;

$$100 * (1.06)^3 * (1.08)^4$$

şeklindedir.

2.3 Nominal ve Efektif Faiz Oranı

Nominal Faiz Oranı: Faize yatırılan paranın birikimi, her dönem sonunda anaparaya eklenen faizle orataya çıkar. Dönem uzunluğu bir yıl olabileceği gibi bir yıldan kısa bir zaman diliminde olabilir. Dönem uzunluğunun $1/m$ verilmesiyle, yılda m kez faiz ödemesi yapılması ya da bir yılın m dönemden oluşması aynı anlama gelir. Örneğin 3 ayda bir faiz ödemesi yapılıyorsa, bir yılda 4 dönem var ve dönem uzunluğu $1/4$ yıl demektir.

Bir yılda bulunan dönem sayısı genel olarak m ile gösterilirse, dönemlik faiz oranının m katı $i^{(m)}$ ile gösterilir ve nominal faiz oranı olarak adlandırılır. Yılda m kez faiz ödemeli bileşik faiz uygulamalarında genellikle yıllık nominal faiz oranı verilir ve dönemlik faiz oranı i ,

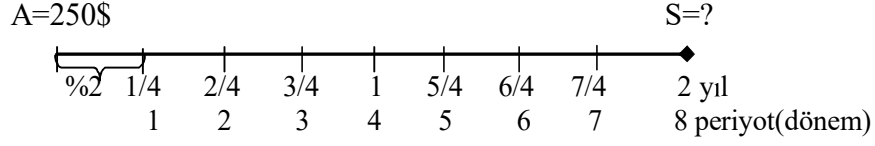
$$i = \frac{i^{(m)}}{m}$$

formülü ile elde edilir. Faiz yılda bir kez ödeniyorsa, faiz oranını yalnızca i ile göstermek yeterli olur.

Örnek: 3 aylık bileşik nominal %8 faizle, 250\$'ın 2 yıl sonraki birikimli değeri ne olur?

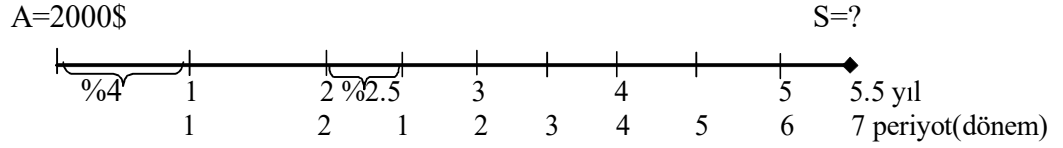
$$i = 0.08/4 = 0.02$$

Çizgi diyagramı



$$\begin{aligned}
 S &= A * (1 + i)^n \\
 &= 250 * (1 + 0.02)^8 \\
 &= 292.91\$
 \end{aligned}$$

Örnek: Bir kişi 2000\$'ı işletmek için yıllık bileşik faiz oranı %4 ile ilk 2 yıl, 6 aylık bileşik nominal faiz oranı %5 ile sonraki 3.5 yıl için yatırıyor. 5.5 yıl sonra birikimli değer ne olur?



$$\begin{aligned}
 S &= 2000 * (1.04)^2 * (1.025)^7 \\
 &= 2000 * (1.081600) * (1.188686) \\
 &= 2571.37\$
 \end{aligned}$$

Efektif Faiz Oranı: Nominal faiz oranı ile aynı birikimli değeri veren yıllık bir faiz oranı bulunabilir. Bu yıllık faiz oranı efektif faiz oranı olarak bilinir. Daha genel bir tanımla, anaparanın bir yılda sağladığı faize yıllık efektif faiz oranı denir. Örneğin; 6 aylık bileşik nominal faiz oranı %6 olsun. 100\$, 1 yılın sonunda 106.9\$ olur. Eğer faiz oranı yıllık %6.09 olsaydı, birikimli değer,

$$\begin{aligned}
 S &= A * (1 + i) \\
 &= 100 * (1 + 0.0609) \\
 &= 106.09\$
 \end{aligned}$$

olurdu. 6 aylık nominal faizle aynı sonuç çıkmış oldu. Nominal faize denk olan efektif faizi bulmak için aşağıdaki eşitlikler kullanılabilir.

$$Efektif\ Oran(Ondalık) = (1 + i)^n - 1$$

$$Efektif\ Oran(\%) = [(1 + i)^n - 1] * 100$$

Örnek. 3 aylık bileşik nominal %10 faize denk olan efektif faiz oranını bulunuz.

$$\begin{aligned} Efektif\ Oran(Ondalık) &= (1 + i)^n - 1 \\ &= (1.025)^4 - 1 \\ &= 0.103813 \end{aligned}$$

$$Efektif\ Oran(\%) = 0.103813 * 100 = \%10.3813$$

Örnek: Bir sigorta şirketinin yatırım bölümü iki türlü yatırım arasından birini seçmek istiyor. Birincisi 3 aylık bileşik nominal %8 faiz, ikincisi 6 aylık bileşik nominal %8.06 faiz. Bu yatırımlardan hangisi daha yüksek yıllık efektif faiz oranına sahiptir?

Birincisinde 4 periyot var. Faiz oranı, $i = 0.08/4 = 0.02$ olur. Buna göre,

$$\begin{aligned} Efektif\ Oran(\%) &= [(1 + i)^n - 1] * 100 \\ &= [(1.02)^4 - 1] * 100 \\ &= \%8.2432 \end{aligned}$$

İkincisinde 2 periyot var. Faiz oranı $i = 0.0806/2 = 0.0403$ dır.

$$\begin{aligned} Efektif\ Oran(\%) &= [(1 + i)^n - 1] * 100 \\ &= [(1.0403)^2 - 1] * 100 \\ &= \%8.222409 \end{aligned}$$

Buna göre ilk yatırımın efektif oranı, ikinci yatırıma göre daha yüksektir, yani daha fazla kazandırmaktadır.