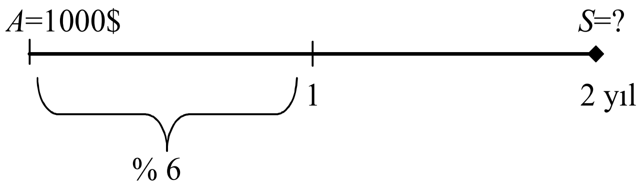
3 BİLEŞİK FAİZ

3.1 Bileşik Faizde Birikimli Değer

$S = A * (1 + i)^n$

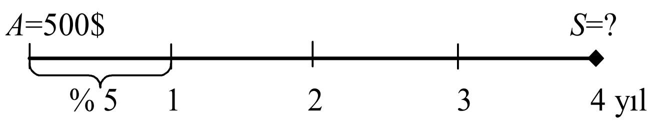
Örnek: Yıllık bileşik faiz oranı %6 ise 1000 birim paranın 2 yıl sonundaki birikimli değeri nedir?

Çizgi diyagramı



$$
\begin{aligned}
S &= A * (1 + i)^n \\
&= 1000 * (1 + 0.06)^2 \\
&= 1123.60
\end{aligned}
$$

Örnek: Yıllık faiz oranı % 5 ile 500$ bir sigorta şirketine yatırılırsa, 4 yıl sonunda para ne kadar olur?



$$A = 500\$, \quad i = 0.05, \quad n = 4$$

$$
\begin{aligned}
S &= A * (1 + i)^n \\
&= 500 * (1 + 0.05)^4 = 607.75\$
\end{aligned}
$$

Not: Bazen faiz oranı, paranın yatırıldığı süre içinde değişir, yani ilk yıl ile ikinci yıldaki faiz oranları birbirinden farklı olabilir. Örneğin 100$, 3 yıllığına %6 faizle, 4 yıllığına %8 faizle yatırılırsa 7 yıl sonra birikimli değer;

$$100 * (1.06)^3 * (1.08)^4$$

şeklindedir.

3.2 Nominal ve Efektif Faiz Oranı

Nominal Faiz Oranı: Faize yatırılan paranın birikimi, her dönem sonunda anaparaya eklenen faizle orataya çıkar. Dönem uzunluğu bir yıl olabileceği gibi bir yıldan kısa bir zaman dilimide olabilir. Dönem uzunluğunun $1/m$ verilmesiyle, yılda m kez faiz ödemesi yapılması ya da bir yılın m dönemden oluşması aynı anlama gelir. Örneğin 3 ayda bir faiz ödemesi yapılıyorsa, bir yılda 4 dönem var ve dönem uzunluğu 1/4 yıl demektir.

Bir yılda bulunan dönem sayısı genel olarak m ile gösterilirse, dönemlik faiz oranının m katı $i^{(m)}$ ile gösterilir ve nominal faiz oranı olarak adlandırılır. Yılda m kez faiz ödemeli bileşik faiz uygulamalarında genellikle yıllık nominal faiz oranı verilir ve dönemlik faiz oranı i,

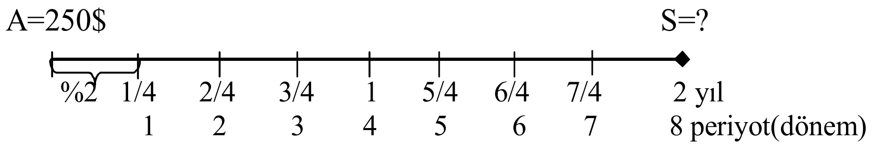
$$i = \frac{i^{(m)}}{m}$$

formülü ile elde edilir. Faiz yılda bir kez ödeniyorsa, faiz oranını yalnızca i ile göstermek yeterli olur.

Örnek: 3 aylık bileşik nominal %8 faizle, 250$'ın 2 yıl sonraki birikimli değeri ne olur?

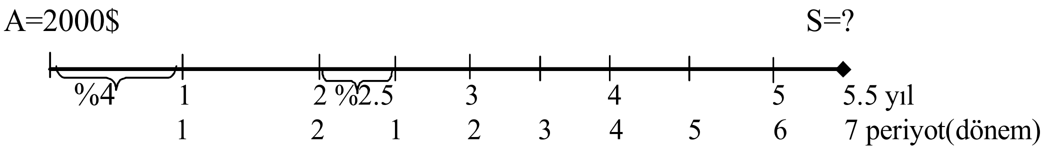
$i = 0.08/4 = 0.02$

Çizgi diyagramı



$$\begin{aligned} S &= A * (1+i)^n \\ &= 250 * (1+0.02)^8 \\ &= 292.91\$ \end{aligned}$$

Örnek: Bir kişi 2000$' ını işletmek için yıllık bileşik faiz oranı %4 ile ilk 2 yıl, 6 aylık bileşik nominal faiz oranı %5 ile sonraki 3.5 yıl için yatırıyor. 5.5 yıl sonra birikimli değer ne olur?



$$\begin{aligned} S &= 2000 * (1.04)^2 * (1.025)^7 \\ &= 2000 * (1.081600) * (1.188686) \\ &= 2571.37\$ \end{aligned}$$

Efektif Faiz Oranı: Nominal faiz oranı ile aynı birikimli değeri veren yıllık bir faiz oranı bulunabilir. Bu yıllık faiz oranı efektif faiz oranı olarak bilinir. Daha genel bir tanımla, anaparanın bir yılda sağladığı faize yıllık efektif faiz oranı denir. Örneğin; 6 aylık bileşik nominal faiz oranı %6 olsun. 100$, 1 yılın sonunda 106.9$ olur. Eğer faiz oranı yıllık %6.09 olsaydı, birikimli değer,

$$\begin{aligned} S &= A * (1+i) \\ &= 100 * (1+0.0609) \\ &= 106.09\$ \end{aligned}$$

olurdu. 6 aylık nominal faizle aynı sonuç çıkmış oldu. Nominal faize denk olan efektif faizi bulmak için aşağıdaki eşitlikler kullanılabilir.

$$Efektif\ Oran(Ondalık) = (1+i)^n - 1$$

$$Efektif\ Oran(\%) = [(1+i)^n - 1] * 100$$

Örnek. 3 aylık bileşik nominal %10 faize denk olan efektif faiz oranını bulunuz.

$$\begin{aligned} Efektif\ Oran(Ondalık) &= (1+i)^n - 1 \\ &= (1.025)^4 - 1 \\ &= 0.103813 \end{aligned}$$

$$Efektif\ Oran(\%) = 0.103813 * 100 = \%10.3813$$

Örnek: Bir sigorta şirketinin yatırım bölümü iki türlü yatırım arasından birini seçmek istiyor. Birincisi 3 aylık bileşik nominal %8 faiz, ikincisi 6 aylık bileşik nominal %8.06 faiz. Bu yatırımlardan hangisi daha yüksek yıllık efektif faiz oranına sahiptir?

Birincisinde 4 periyot var. Faiz oranı, $i = 0.08/4 = 0.02$ olur.Buna göre,

$$\begin{aligned} Efektif\ Oran(\%) &= [(1+i)^n - 1] * 100 \\ &= \left[(1.02)^4 - 1\right] * 100 \\ &= \%8.2432 \end{aligned}$$

İkincisinde 2 periyot var. Faiz oranı $i = 0.0806/2 = 0.0403$ dür.

$$\begin{aligned} Efektif\ Oran(\%) &= [(1+i)^n - 1] * 100 \\ &= \left[(1.0403)^4 - 1\right] * 100 \\ &= \%8.222409 \end{aligned}$$

Buna göre ilk yatırımın efektif oranı, ikinci yatırıma göre daha yüksekdir, yani daha fazla kazandırmaktadır.

KAYNAKLAR

Bowers, N. L. Jr., Gerber, H. U., Hickman, J. C., Jones, D. A., Nesbitt, C. J.(1997). *Actuarial Mathematics. Second Edition*, Society of Actuaries.

Moralı, N. (1997). *Hayat Sigortaları için Aktüeryal Teknikler*, Genç Sigortacılar Derneği Yayınları.

Workman, L. C. (1995). *Mathematical Foundation of Life Insurance*, Life Management Institute LOMA.