3.6 Dönem Başı ile Dönem Sonu Annüitelerin Birikimli Değerleri Arasındaki İlişki

Dönem başı ile dönem sonu annüitelerin birikimli değerleri arasındaki ilişki için, aşağıdaki iki eşitlik kullanılabilir.

1) $\ddot{s}_{n\rceil i} = (1+i) * s_{n\rceil i}$

2) $\ddot{s}_{n\rceil i} = s_{n+1\rceil i} - 1$

Örnek: Yıllık faiz oranı %3 ile dönem başlarında 50$ yatırılırsa, 4 yıl sonunda birikimli değer ne olur?

Örnek, her iki ilişki ile çözülsün.

1) $\ddot{s}_{n\rceil i} = (1+i) * s_{n\rceil i}$

$$\begin{aligned} \textit{Birikimli Değer} &= 50 * \ddot{s}_{4\rceil\%3} \\ &= 50 * (1.03) * s_{4\rceil\%3} \\ &= 50 * (1.03) * (4.183627) \\ &= 215.46\$ \end{aligned}$$

Burada $s_{4\rceil\%3} = 4.183627$ Tablo I' den elde edildi.

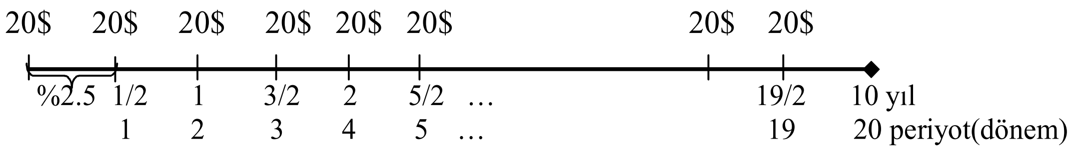
2) $\ddot{s}_{n\rceil i} = s_{n+1\rceil i} - 1$

$$\begin{aligned} \textit{Birikimli Değer} &= 50 * \ddot{s}_{4\rceil\%3} \\ &= 50 * \left[s_{5\rceil\%3} - 1\right] \\ &= 50 * (5.309136 - 1) \\ &= 215.46\$ \end{aligned}$$

Burada $s_{5\rceil\%3} = 5.309136$ Tablo I ' den elde edildi.

Örnek: 6 aylık bileşik nominal %5 faizle, 6 ayda bir dönem başlarında 20$ yatırıldığında, 10 yıl sonraki birikimli değer ne olur?

Çizgi diyagramı



$$\begin{aligned} \textit{Birikimli Değer} &= 20 * \ddot{s}_{\overline{20}|\%2.5} \\ &= 20 * \left[s_{\overline{21}|\%2.5} - 1\right] \\ &= 20 * [27.183274 - 1] \\ &= 523.67\$ \end{aligned}$$

3.7 Borç Fonu Ödemeleri (Sinking Fund Payments) (Azalan Fon Ödemeleri)

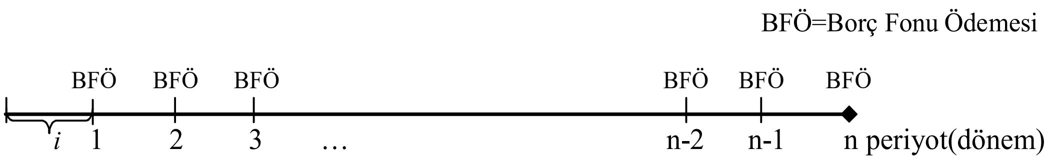
Belli bir tarihte, belli bir miktarı biriktirebilmek için, bir fona yapılan düzenli periyodik ödemeler, borç fonu ödemesi olarak bilinir. Biriktirilecek fon, borç fonu olarak adlandırılır. Örneğin, bir aile, çocuğunun üniversite masrafları için, çocuk 18 yaşına gelene kadar 10000$ biriktirmek istiyor. Bunun için düzenli periyodik olarak ödediği para, borç fonu ödemesidir.

Şimdiye kadar periyodik düzenli ödemeler biliniyor, birikimli değer hesaplanıyordu. Burada ise birikimli değer bilindiğinde, her bir ödemenin değeri hesaplanacak.

Borç fonu ödemelerinin n dönem boyunca yapıldığı varsayılsın ve faiz oranı i olsun. Eğer borç fonu ödemesi her dönemin sonunda yapılırsa, bu dönem sonu annüiteyi oluşturur.

$$(\textit{Borç Fonu Ödemesi}) * s_{\overline{n}|i} = \textit{Birikimli Değer}$$

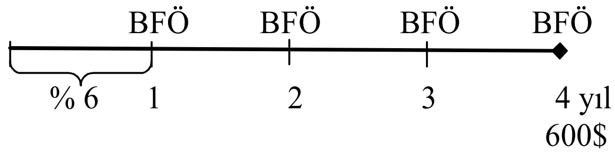
Çizgi diyagramı,



$$Borç\ Fonu\ Ödemesi(BFÖ) = \frac{Birikimli\ Değer}{s_{n\rceil i}}$$

Örnek: 4 yılın sonunda birikimli değerin 600$ olabilmesi için 4 yıl boyunca her yılın sonunda yapılan borç fonu ödemesi ne olmalıdır? Faiz oranı %6 olarak alınsın.

Çizgi diyagramı



$$BFÖ = \frac{Birikimli\ Değer}{s_{n\rceil i}} = \frac{600\$}{s_{4\rceil \%6}} = \frac{600\$}{4.374616} = 137.15\$$$

Aşağıdaki, tablo, borç fonunun yıl yıl nasıl değiştiğini göstermektedir:

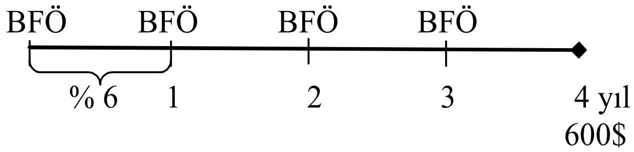
[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	[6]
Yıl	Yıl Başındaki Toplam	Faizin Yıl Boyunca Kazandırdığı [2]*0.06	Yıl Sonundaki Depozit	Bir Yıl için Fondaki Büyüme [3]+[4]	Yıl Sonunda Fondaki Toplam [2]+[5]
1	0$	0$	137.15$	137.15$	137.15$
2	137.15	8.23	137.15	145.38	282.53
3	282.53	16.95	137.15	154.10	436.63
4	436.63	26.20	137.15	163.35	599.98

Ödemeler her dönemin başında yapıldığında, bu dönem başı annüiteyi oluşturur. n dönem sayısını, i faiz oranını göstermek üzere;

$$BFÖ = \frac{Birikimli\ Değer}{\ddot{s}_{n\rceil i}}$$

Burada $\ddot{s}_{n\rceil i}$ ifadesi $\ddot{s}_{n\rceil i} = (1+i) * s_{n\rceil i}$ ya da $\ddot{s}_{n\rceil i} = s_{n\rceil i} - 1$ eşitliklerinden biri kullanılarak bulunur.

Örnek: 4 yılın sonunda birikimli değerin 600$ olabilmesi için 4 yıl boyunca her yılın başında yapılan borç fonu ödemesi ne olmalıdır?. Faiz oranı %6 olarak alınsın.



$$
\begin{aligned}
BF\ddot{O} &= \frac{Birikimli\ De\breve{g}er}{\ddot{s}_{n\rceil i}} = \frac{Birikimli\ De\breve{g}er}{s_{n+1\rceil i} - 1} \\
&= \frac{600\$}{s_{5\rceil\%6} - 1} = \frac{600\$}{5.637093 - 1} = 129.39\$
\end{aligned}
$$

Aşağıdaki, tablo, borç fonunun yıl yıl nasıl değiştiğini göstermektedir:

[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	[6]
Yıl	Yıl Başındaki Fon	Yıl Başındaki Depozit	Yıl Başında Fondaki Toplam [2]+[3]	Yıl Boyunca Faizin Kazandırdığı [4]*0.06	Yıl Sonunda Fondaki Toplam [4]+[5]
1	0$	129.39$	129.39$	7.76$	137.15$
2	137.15	129.39	266.54	15.99	282.53
3	282.53	129.39	411.92	24.72	436.64
4	436.63	129.39	566.03	33.96	599.99

KAYNAKLAR

Bowers, N. L. Jr., Gerber, H. U., Hickman, J. C., Jones, D. A., Nesbitt, C. J.(1997). *Actuarial Mathematics. Second Edition*, Society of Actuaries.

Moralı, N. (1997). *Hayat Sigortaları için Aktüeryal Teknikler*, Genç Sigortacılar Derneği Yayınları.

Workman, L. C. (1995). *Mathematical Foundation of Life Insurance*, Life Management Institute LOMA.