



ANKARA ÜNİVERSİTESİ
NÜKLEER BİLİMLER ENSTİTÜSÜ

**RADYASYONDAN KORUNMA
PRENSİPLERİ VE YÜKLÜ PARÇACIK
ETKİLEŞİMLERİ**

101538

PROF. DR. HALUK YÜCEL

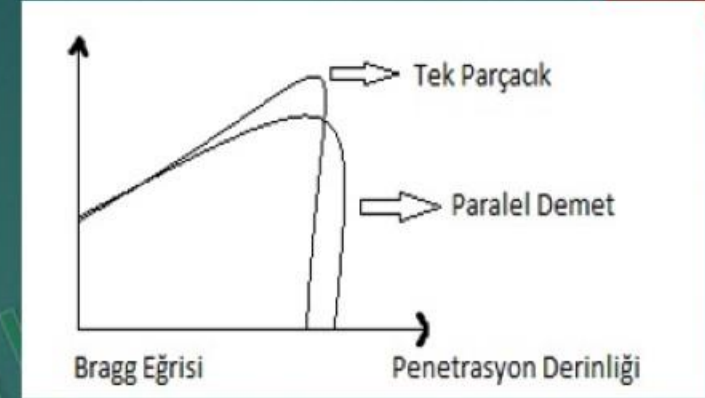
Yüklü Parçacıkların Madde İle Etkileşimi

- Lineer Durdurma Gücü

$$S = -\frac{dE}{dx}$$
$$-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi e^4}{m_0 V^2} * z^2 * N * Z \left[\ln \frac{2m_0 V^2}{I} - \ln(1 - \beta^2) - \beta^2 \right]$$

- ✓ $\beta = v/c$,
- ✓ v : Parçacık hızı,
- ✓ Ze = parçacık yükü,
- ✓ N : atom yoğunluğu,
- ✓ Z : soğurucu malzemenin atom numarası,
- ✓ Non-relativistik $v \ll c$,
- ✓ I : Soğurucunun ortalama uyarılma ve iyonizasyon potansiyeli

- ICRP yumuşak dokusu için $I = 72,3 \text{ eV}$, $\rho = 1 \text{ g/cm}^3$
- ICRU dokusu için $I = 74,7 \text{ eV}$, $\rho = 1,06 \text{ g/cm}^3$



- Yüklü Parçacıkların Enerji Kayıp Mekanizmaları:
 1. Yüklü parçacıklar elektron çekirdeklerle Coulomb etkileşimleri yapabilirler.
 2. Elektromanyetik (Bremsstrahlung) radyasyonu yayınımları yapabilirler.
 3. Nükleer Etkileşim yapabilirler.
 4. Cherenkov radyasyonu yayımlayabilirler.

1. Coulomb Etkileşimleriyle Enerji Kaybı

- Yüklü parçacıklar; atomik elektronlar ile ya da atom çekirdeği olarak iki farklı şekilde etkileşime girebilirler.
- Çekirdek yarıçapı, $R \cong 10^{-14}m - 10^{-15}m$
- Atom yarıçapı, $r_a \cong 10^{-10}m$

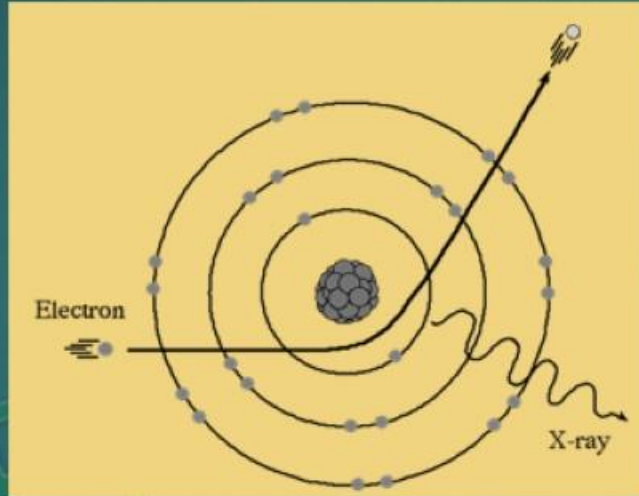
$$\frac{\text{(Beklenen) elektronlarla yapılacak etkileşim sayısı}}{\text{(Beklenen) çekirdekle yapılacak etkileşim sayısı}} = \frac{R_{atom}^2}{R_{çekirdek}^2} = \frac{(10^{-10})^2}{(10^{-15})^2} = 10^{10}$$

- Bu yaklaşım gösteriyor ki atomlar ile yapılan etkileşimler 10^{10} kat daha büyüktür.
- Coulomb Kuvveti, $F_{coul} = k * \frac{z * e^3}{r^2}$

Elektronun kinetik enerjisi = yüklü parçacıklar tarafından verilen enerji – iyonlaşma potansiyeli

2. Elektromanyetik Radyasyon Yayınlanması ile Enerji Kaybı (Bremsstrahlung)

- İvmeli hareket yapan yüklü parçacık elektromanyetik enerji yayımlar. Bir X-ışını tüpünün metal hedefine çarptırıldığında elektronlar çekirdeğin coulomb alanıyla etkileşir ve hızlarında değişme olarak bir yavaşlama meydana gelir. Frenleme radyasyonu, bu proses sırasında meydana gelir.



$$\text{Radyasyonun şiddeti, } I_{\text{Bremsth}} \propto \frac{Z_{\text{traget}}^2 * z^4 * e^6}{m^2}$$

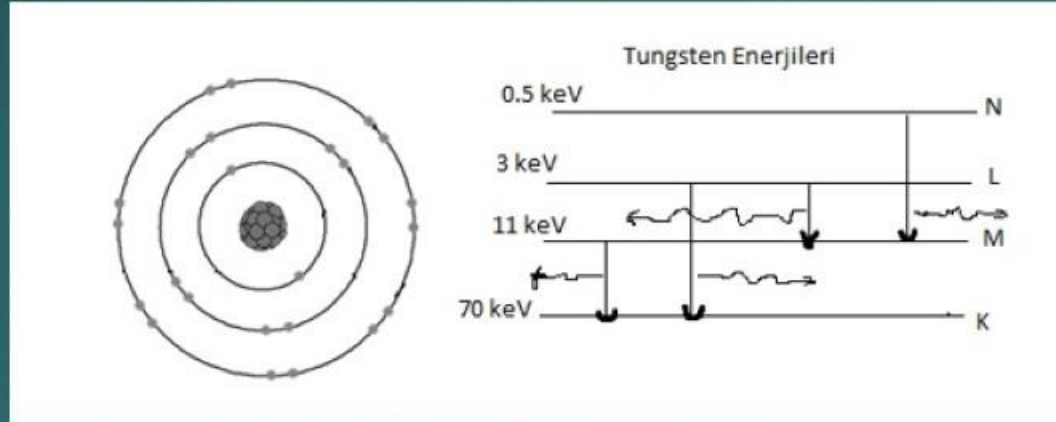
m= parçacık kütlesi,

Z: hedef nükleit atom numarası,

z: parçacık atom numarası

Karakteristik X-Radyasyonu Yayınlanması

- Bremsstrahlung X-ışınları, enerjetik elektronlar hedef çekirdekler üzerine geldiğinde üretilir. Karakteristik X-ışınları ise hedef malzemedeki atomik elektronlarla etkileştiğinde meydana gelir.



$$70 - 11 = 59 \text{ keV} = K_{\alpha}$$

$$70 - 3 = 67 \text{ keV} = K_{\beta}$$

• Coulomb Kuvveti , $F_{coul} \sim \frac{ze*Z}{r^2}$, r: iki yük arasındaki mesafe

• İvmelenme, $a = \frac{F}{m} \sim \frac{z*Ze^2}{m}$,m: yüklü parçacığın kütlesi

• Yayınlanan Radyasyonun Şiddeti $I \sim \left(\frac{z*Ze^2}{m}\right)^2$
 $\left(\frac{dE}{dx}\right)_{Bremsstrahlung} = \frac{Z * T(MeV)}{750} * \left(\frac{dE}{dx}\right)_{Ionization}$

$\left(\frac{dE}{dx}\right)_{Ionization}$ = İyonlaşma ve uyarma nedeniyle durdurma gücü

• Çarpan parçacık:

✓ Hafif kütleli ise daha fazla Bremsstrahlung radyasyonu yayımlar.

✓ Soğurucu malzeme yüksek atom numarasına (Z) sahipse daha fazla Bremsstrahlung radyasyonu yayımlar.

Örnek: Kinetik enerjisi T=5 MeV enerjili elektronların ne kadarlık kısmı bremsstrahlung radyasyonu ile kaybolur?

Alüminyum Z =13 içinde hareket ederse

Kurşun Z = 82 içinde hareket ederse

Çözüm:

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_{Bremsstrahlung} = \frac{13 \cdot 5}{750} * \left(\frac{dE}{dx}\right)_{Ionization} = 0.086 \left(\frac{dE}{dx}\right)_{Ionization}$$

İyonlaşmada kaybedilen enerjinin % 9 u kadarını bremsstrahlung ile kaybetmektedir.

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_{Bremsstrahlung} = \frac{82 \cdot 5}{750} * \left(\frac{dE}{dx}\right)_{Ionization} = 0.5467 \left(\frac{dE}{dx}\right)_{Ionization}$$

İyonlaşmada kaybedilen enerjinin % 55 i kadarını bremsstrahlung ile kaybetmektedir.

O halde parçacık yavaşlarken T enerjisini ve $\left(\frac{dE}{dx}\right)_{rad}$ = birlikte azalır. Bremsstrahlung olarak yayınlanan toplam enerji yaklaşık olarak $T_{rad} (MeV) = 4 \times 10^{-4} Z T^2$ olur.

3. Nükleer Etkileşimler İle Enerji Kaybı

- Düşük enerjilerde yok denecek kadar azdır. (20-30 MeV'den daha yüksek olmalı). Ağır iyonların hızlandırılması ile oluşabilir. (He, Ar gibi)

4. Çerenkov Radyasyonu ile Enerji Kaybı

- Şeffaf ortamlarda faz hızlarının $> c$ olması ile ikincil ışık üretimi olur (mavi ışık). Radyonüklid metrolojisinde aktivite belirlemede kullanılır. Yönlü bir radyasyondur. Medikal sahada çok fazla kullanımı yoktur.

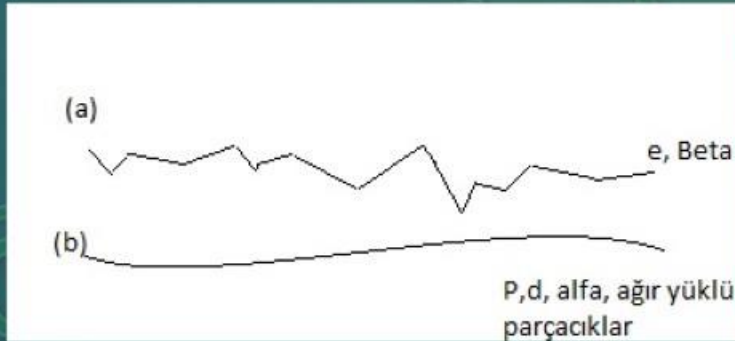
İyonlaşma ve Uyarılma Nedeni İle Enerji Kaybı

- Malzemenin içinde hareket eden yüklü parçacıklar coulomb kuvveti ile eş zamanlı olarak birçok atom üzerine etki eder. Her bir atomun farklı iyonizasyon ve uyarılma potansiyeli vardır. Her etkileşmenin belirli bir meydan gelme ve enerji kaybetme olasılığı vardır. Ancak “ortalama kayıp” gidilen mesafede hesapla belirlenir.
- Elektron kütleini 1 var sayarsak,

Bağıl proton kütlesi $\cong 1840$

Bağıl döteron kütlesi $\cong 2 * 1840$

Bağıl alfa kütlesi $\cong 4 * 1840$



(a) Elektron ve Pozitron tek bir çarpışmada tüm enerjisini kaybedebilir. Ya da büyük bir kısmını kaybederek büyük açılarda saçılırlar. Bu yüzden zikzak çizerler.

(b) Ağır iyonlar ($A > 4$) ve ağır yüklü parçacıklar (P,d,a) çarpışma başına sahip oldukları enerjinin sadece küçük bir kısmını kaybederler. Bu yüzden çizdikleri yol (trajectory) hemen hemen düz bir çizgidir.

i. Yüklü parçacıklar p, d, T ve a için durdurma gücü

$$-\frac{dE}{dx} \left[\frac{\text{MeV}}{m} \right] = 4\pi r_0^2 z^2 \frac{mc^2}{\beta^2} * N * Z \left[\ln \left(\frac{2mc^2}{I} \beta^2 \gamma^2 \right) - \beta^2 \right]$$

$$1\text{MeV} = 1.602 \times 10^{-13} \text{J}$$

$$r_0 = \frac{e^2}{mc^2} = 2.818 \times 10^{-15} \text{ m}$$

$$4\pi r_0^2 = 9.98 \times 10^{-29} \text{ m}^2$$

$$\beta = v/c, \quad \gamma = \left(\frac{T + mc^2}{mc^2} \right) = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

ii. Elektronların iyonlaşma ve uyarma nedeni ile durdurma gücü

$$-\frac{dE}{dx} \left[\frac{\text{MeV}}{m} \right] = 4\pi k r_0^2 \frac{mc^2}{\beta^2} * N * Z \left[\left(\ln \frac{\beta \sqrt{k-1}}{1} mc^2 \right) + \frac{1}{2k^2} \left[\frac{(k-1)^2}{8} + 1 - (k^2 - 2k - 1) \ln 2 \right] \right]$$

$$k = \left(\frac{T + mc^2}{mc^2} \right) = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

Örnek:

a) Alüminyum $T_{\text{rad}} = (4 \times 10^4) \times 13 \times 5^2 = 0.13 \text{ MeV}$

b) Kurşun $T_{\text{rad}} = (4 \times 10^4) \times 82 \times 5^2 = 0.82 \text{ MeV}$

Elektron ve pozitronlar için toplam durdurma gücü

$$\left(\frac{dE}{dx} \right)_{\text{toplam}} = \left(\frac{dE}{dx} \right)_{\text{iyonizasyon}} + \left(\frac{dE}{dx} \right)_{\text{rad}} = \left(1 + \frac{ZT}{750} \right) * \left(\frac{dE}{dx} \right)_{\text{iyonizasyon}}$$

iii. Pozitronların iyonlaşma ve uyarma nedeni ile durdurma gücü

$$-\frac{dE}{dx} \left[\frac{\text{MeV}}{m} \right] = 4\pi r_0^2 \frac{mc^2}{\beta^2} * N * Z \left[\left(\ln \frac{k\beta\sqrt{k-1}}{I} mc^2 \right) - \frac{\beta^2}{24} \left[23 + \frac{14}{k+1} + \frac{10}{(k+1)^2} + \frac{4}{(k+1)^3} \right] \frac{\ln 2}{2} \right]$$

$$\beta = v/c, \quad k = \left(\frac{T + mc^2}{mc^2} \right) = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

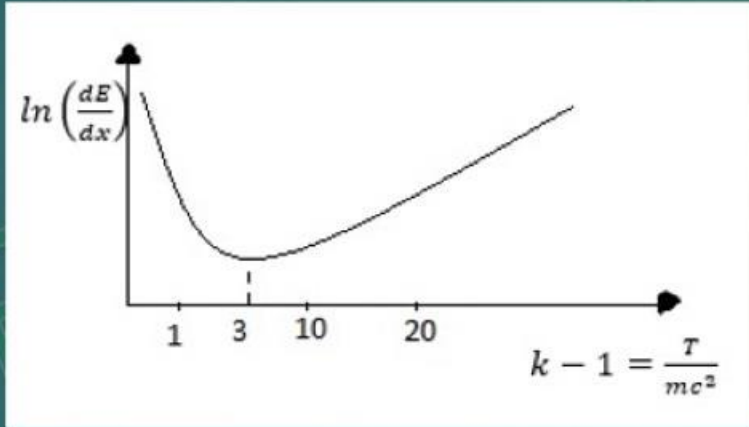
T: Kinetik enerji, m: parçacığın durgun kütlesi, N: parçacığın hareket ettiği ortamın (homojen) atom yoğunluğu, Z: malzemenin atom numarası, z: yüklü parçacığın atom numarası (alfa için z=2, elektron, pozitron, P, d için z=1),

I: malzemenin ortalama iyonlaşma potansiyelidir. Z>12 olduğunda yaklaşık formül:

$$I(\text{eV}) = \left(9.76 + \frac{58.8}{Z^{1.9}} \right)^2$$

- $\frac{dE}{dx}$ 'nin anlamı enerji kaybı (energy loss), özgül enerji kaybı (specific energy loss), diferansiyel enerji kaybı (differential energy loss), durdurma gücü (stopping power)

- Durdurma gücü {
 - Parçacığın yükünün karesi ile orantılıdır.
 - Parçacığın hızına bağlıdır
 - Malzemenin yoğunluğuna bağlıdır.
 - Parçacığın kütlesine bağlıdır



Tüm parçacıklar için $k = 3$ 'te $\frac{dE}{dx}$ minimumdur.

- Tablo 1: Farklı Elementlerin Ortalama Uyarılma/İyonlaşma Potansiyelleri

| Element | I (eV) | Element | I (eV) |
|---------|--------|---------|--------|
| He | 20.4 | Fe | 281 |
| Be | 65.5 | Ni | 303 |
| B | 70.3 | Cu | 321 |
| C | 73.8 | Ge | 280.6 |
| N | 97.8 | I | 491 |
| O | 115.7 | Cs | 488 |
| Na | 149 | Au | 771 |
| Al | 460 | Pb | 818.8 |
| Si | 174.5 | U | 839 |

- Elektronlar için $\gamma = 3$ alınırsa $T = 1 \text{ MeV}$

Alfalar için $\gamma = 3$ alınırsa $T = 7452 \text{ MeV}$

Protonlar için $\gamma = 3$ alınırsa $T = 1876 \text{ MeV}$

Bu nedenle dE/dx , alfalar ve protonlar için parçacık kinetik enerjisi azaldığında da artar (Eğrinin sol tarafı minimum sol tarafına bakılmalı)

- Elektronlar için ise kinetik enerjisiyle bağlı olarak, elektronlar yavaşlarken, dE/dx artabilir veya azalabilir.
- $T < 100 \text{ keV}$, çok düşük kinetik enerjili elektronlar için **“nükleer kabuk düzeltmesi”** yapılmalıdır.

$$(2mc^2\beta^2k^2)/I \leq 1 \text{ olmalıdır.}$$

$$-\frac{dE}{dx} = 4\pi r_0^2 \frac{mc^2}{\beta^2} * N * Z * \ln\left(\frac{mc^2}{I} * \sqrt{\frac{2.7183}{\gamma}}\right), \quad |\beta \ll 1|$$

Örnek: Silisyum içinde hareket eden 5 MeV'lik alfalar için durdurma gücü nedir?

$$A=28, Z=14, \rho = 2.3 \text{ kg/m}^3$$

Çözüm:

$$-\frac{dE}{dx} = 4\pi r_0^2 z^2 \frac{mc^2}{\beta^2} * N * Z \left[\ln \left(\frac{2mc^2}{I} \beta^2 \gamma^2 \right) - \beta^2 \right]$$

$$-\frac{dE}{dx} = 10^{-28} * 2^2 \frac{0.511}{0.00268} * \frac{2.33 \times 10^3 * 6.022 \times 10^{23}}{28 \times 10^{-3}} * 14 \left[\ln \left(\frac{2 * 0.511}{174.3 \times 10^{-6}} * 0.00268 * 1.00134^2 \right) - 0.00268 \right]$$

$$-\frac{dE}{dx} = 0.148 \frac{\text{MeV}}{\mu\text{m}}$$

Örnek: T=5 Mev enerjili elektronların Silisyum içindeki durdurma gücü nedir?

$$A=28, Z=14, \rho = 2.3 \text{ kg/m}^3$$

Çözüm:

$$-\frac{dE}{dx} = 10^{-28} \frac{0.511}{0.9914} * \frac{2.33 \times 10^3 * 6.022 \times 10^{23}}{28 \times 10^{-3}} * 14 * \left[\left(\ln \frac{0.9914 \sqrt{9.785}}{174.3 \times 10^{-6}} * 0.511 \right) + \frac{1}{2 * 10.785^2} \left[\frac{9.785^2}{8} + 1 - (10.785^2 - 2 * 10.785 - 1) \ln 2 \right] \right]$$

$$-\frac{dE}{dx} = 403.5 \frac{\text{MeV}}{\text{m}} \text{ veya}$$

$$\frac{4.035 \text{ MeV/cm}}{2.33 \text{ g/cm}^3} = 1.73 \frac{\text{MeV}}{(\text{g/cm}^2)}$$

- Özellikle gazlarda gerekli olan ve durdurma ortamın yoğunluğunu tanımda elimine etmek için:

$$\frac{1}{\rho} \left[\frac{\text{cm}^3}{\text{g}} \right] * \frac{dE}{dx} \left[\frac{\text{MeV}}{\text{cm}} \right] = \frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} \left[\frac{\text{MeV cm}^2}{\text{g}} \right]$$

Karışımın Etkin Atom Numarası:

$$Z_{eff} = \frac{\sum_{i=1} (w_i / A_i) * Z_i^2}{\sum_{i=1} (w_i / A_i) * Z_i}$$

w_i : i'inci elementin kütle kesri,

A_i : i'inci elementin atom ağırlığı,

N_i : molekül ağırlığı

Z_i : i'inci elementin atom numarasıdır.

Molekül şeklinde olan karışım için:

$$w_i = \frac{N_i * A_i}{m}$$

Karışım veya Bileşik İçin dE/dx Hesabı

- Durdurma gücü,

$$\left(\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx}\right)_{\text{bileşik}} = \sum_{i=1} w_i * \frac{1}{\rho_i} * \left(\frac{dE}{dx}\right)_i$$

ρ : bileşik veya karışımın yoğunluğu,

ρ_i : i'inci element yoğunluğu,

$\frac{1}{\rho_i} * \left(\frac{dE}{dx}\right)_i$:MeV/(kg/m²) biriminde durdurma gücü.

Örnek: T=10 MeV'lik elektronların havadaki durdurma gücü nedir? Hava için var sayılan %79 N, % 21

$$k = \left(\frac{T + mc^2}{mc^2} \right) = \left(\frac{10 + 0.511}{0.511} \right) = 20.569$$

$$\beta = \sqrt{\frac{k^2 - 1}{k^2}} = 0.9988, \quad \beta^2 = 0.9976$$

Oksijen için,

$$\left(\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} \right)_{\text{oksijen}} = 10^{-28} \frac{0.511}{0.9976} * \frac{6.022 \times 10^{24}}{16 \times 10^{-3}} *$$

$$8 * \left[\left(\ln \frac{0.9988 * (20.569) \sqrt{19.569}}{115.7 \times 10^{-4}} * 0.511 \right) + \frac{1}{2(20.569)^2} \left[\frac{(19.569)^2}{8} + 1 - (20.569^2 - 2 * (20.569) - 1) \ln 2 \right] \right]$$

$$\left(\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} \right)_{\text{oksijen}} = 0.194 \frac{\text{MeV}}{\frac{\text{kg}}{\text{m}^2}} = 1.94 \frac{\text{MeV}}{\frac{\text{g}}{\text{cm}^2}} = 3.1 \times 10^{-14} \frac{\text{J}}{\frac{\text{kg}}{\text{m}^2}}$$

Azot için,

$$\left(\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx}\right)_{azot} = 10^{-28} \frac{0.511}{0.9976} * \frac{6.022 \times 10^{24}}{14 \times 10^{-3}} *$$

$$7 * \left[\left(\ln \frac{0.9988 * (20.569) \sqrt{19.569}}{97.8 \times 10^{-6}} * 0.511 \right) + \frac{1}{2(20.569)^2} \left[\frac{(19.569)^2}{8} + 1 - (20.569)^2 - 2 * (20.569) - 1 \right] \ln 2 \right]$$

$$\left(\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx}\right)_{azot} = 0.194 \frac{MeV}{\frac{kg}{m^2}} = 1.94 \frac{MeV}{\frac{g}{cm^2}} = 3.14 \times 10^{-14} \frac{J}{\frac{kg}{m^2}}$$

$$\left(\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx}\right)_{hava} = \left(0.21 * \left(\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx}\right)_{oksijen} \right) + \left(0.79 * \left(\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx}\right)_{azot} \right) = [(0.21 * 3.1 \times 10^{-14}) + (0.79 * 3.14 \times 10^{-14})]$$

$$\left(\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx}\right)_{hava} = 3.136 \times 10^{-14} \frac{J}{\frac{kg}{m^2}}$$

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_{hava} = 3.136 \times 10^{-14} \frac{J}{\frac{kg}{m^2}} * 1.293 \frac{kg}{m^3} = 4.05 \times 10^{-14} \frac{J}{m} = 0.253 \frac{MeV}{m}$$

Yüklü Parçacık Menzilleri

Range(menzil): T enerjili, m kütleli ve Z yüklü parçacığın durdurulduğu kalınlıktır.

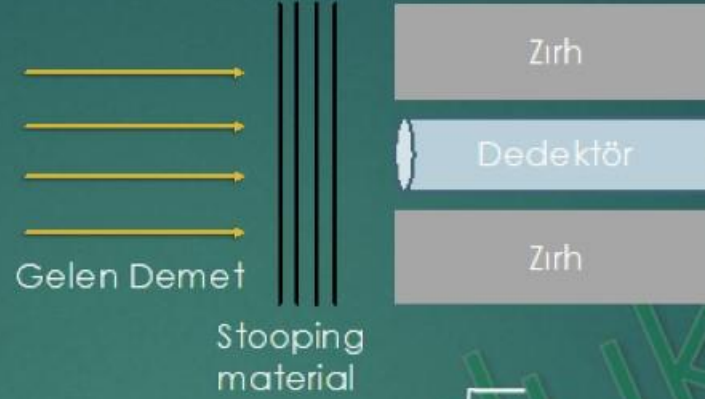
$$R \left[\frac{kg}{m^2} \right] (\text{Ortalama bir niceliktir}) = R(m) * \rho \left[\frac{kg}{m^3} \right]$$

S: path length veya parçacığın gidebildiği yol (g/cm^2) $R \leq S$

Havada Alfalar için Menzil N.Ş.A.

$$R(mm) = e^{[1.61x\sqrt{T(MeV)}]}, \quad 1 < T < 4 \text{ MeV}$$
$$R(mm) = (0.05xT + 2.85)xT^{3/2} \text{ MeV}, \quad 4 < T < 15 \text{ MeV}$$

Bragg-Kleeman Kuralı



$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1} * \sqrt{\frac{A_1}{A_2}}$$

!!! Bir malzemedeki menzil bilinirse diğer malzemedeki menzil hesaplanabilir.

- Karışım veya Bileşimler için Etkin Molekül Ağırlığı

$$\sqrt{A_{eff}} = \left(\sum_{i=1}^N \frac{w_i}{\sqrt{A_i}} \right)^{-1}$$

Örnek:

Suyun etkin molekül ağırlığı nedir? H₂O (%11 H, %89 O)

$$\sqrt{A_{su}} = \left(\frac{0.11}{\sqrt{1}} + \frac{0.89}{\sqrt{16}} \right)^{-1} = 3.0075$$

$$A_{su} \cong 9$$

Örnek:

Havanın etkin ağırlığı nedir? Hava (%74,5 N, %22,9 O, % 2.6 Ar olarak kabul edilirse)

$$\sqrt{A_{hava}} = \left(\frac{0.229}{\sqrt{16}} + \frac{0.745}{\sqrt{14}} + \frac{0.026}{\sqrt{40}} \right)^{-1} = 3.84$$

$$A_{su} \cong 14.74$$

- Hava için $\rho = 1.293 \text{ kg/m}^3$ ve $\sqrt{A_{hava}} = 3.84$. Herhangi bir malzeme için:

$$R(\text{mm}) = (3.36 \times 10^{-1}) * \frac{\sqrt{A_{eff}}}{\rho(\text{kg/m}^3)} * R_{hava}(\text{mm})$$

Örnek: $T=10 \text{ MeV}$ enerjili alfanın alüminyumda menzili nedir?

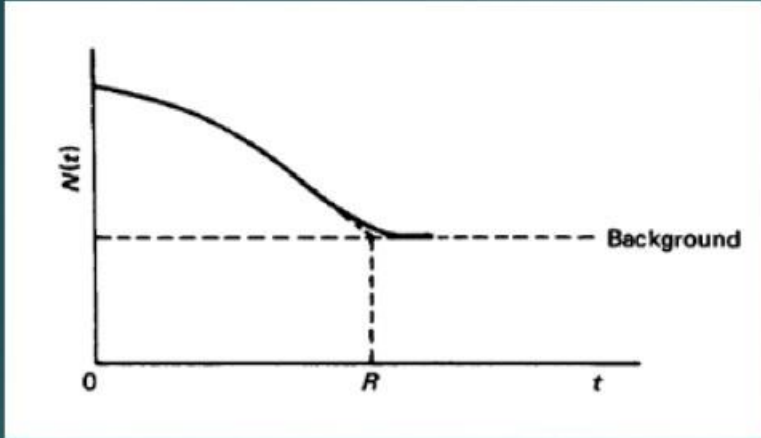
Silisyumda $R=72 \mu\text{m} = 72 \times 10^{-5} \text{ m}$

$$R_{Al} = (72 \mu\text{m}) * \frac{2.33 \times 10^3}{2.7 \times 10^3} * \sqrt{\frac{27}{28}} = 61.014 \mu\text{m}$$

Veya

$$R_{Al} = (3.36 \times 10^{-1}) * \frac{\sqrt{27}}{2.7 \times 10^3} * (0.05 \times 10 + 2.85) \times 10^{3/2} \text{ MeV} = 68.5 \mu\text{m}$$

Elektron ve Pozitronların Menzilleri



$N(t)$ = kalınlığı geçen elektronların sayısı

$$R \left(\text{kg} / \text{m}^2 \right) = a_1 * \left[\frac{\ln(1 + a_2 * (k - 1))}{a_2} + \frac{a_3 * (k - 1)}{1 + a_4 * (k - 1)^{a_5}} \right]$$

$$a_1 = \frac{2.335 * A}{Z^{1.209}}, \quad a_2 = 1.78 \times 10^{-4} * Z, \quad a_3 = 0.9891 - (3.1 \times 10^{-4} * Z),$$

$$a_4 = 1.468 - (1.18 \times 10^{-2} * Z), \quad a_5 = \frac{1.232}{Z^{0.109}}, \quad k = \left(\frac{T + mc^2}{mc^2} \right) = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

- Soğurucu malzemenin bileşik veya karışım olması durumunda atom numarası ve atom ağırlığı,

$$Z_{eff} = \sum_{i=1}^L w_i x Z_i$$

$$A = Z_{eff} x \sum_{i=1}^L \left(w_i x \frac{Z_i}{A_i} \right)^{-1}$$

Örnek: T=1 MeV'lik elektronların (Z=13, A=27) Alüminyum içindeki menzili nedir?

$$a_1 = \frac{2.335 * 27}{13^{1.209}} = 2.837, \quad a_2 = 1.78x10^{-4} * 13 = 2.314x10^{-3},$$

$$a_3 = 0.9891 - (3.1x10^{-4}x13) = 0.985, \quad a_4 = 1.468 - (1.18x10^{-2}x13) = 1.3146,$$

$$a_5 = \frac{1.232}{13^{0.109}} = 0.9315$$

$$R = 2.837 * \left[\frac{\ln(1.0045)}{0.00231} + \frac{1.928}{3.457} \right] = 3.93 \text{ kg/m}^2 = 0.3939 \text{ g/cm}^2$$

$$\text{Al } \rho = 2.7 \text{ g/cm}^3$$

$$R = \frac{0.3939}{2.7} = 0.146 \text{ cm} = 1460 \mu\text{m}$$

Enerji ve Menzil Arasında Deneysel (amprical) İfadeler

$$y = a + b * x + c * x^2$$

$$y = \log_{10}R \left(\frac{g}{cm^2} \right)$$

$$x = \log_{10}T(MeV)$$

- Elektronlar için:

| Hedef Materyal | a | b | c |
|----------------|----------|--------|----------|
| Al | -0.27957 | 1.2492 | -0.18247 |
| Fe | -0.23199 | 1.2165 | -0.19504 |
| Au | -0.13552 | 1.1392 | -0.20899 |
| Hava | 0.33545 | 1.2615 | -0.18124 |
| Su | -0.38240 | 1.2799 | -0.17378 |
| Doku | -0.37829 | 1.2803 | -0.17374 |
| Kemik | -033563 | 1.2661 | -0.17924 |

Örnek: T=2 MeV enerjili elektronlar için Al içindeki menzilleri nedir?

$$x = \log_{10} 2 = 0.301,$$

$$y = -0.27957 + 1.2492 * 0.301 - 0.18247 * 0.301^2 = 0.07991$$

$$R = 10^{0.07991} = 1.202 \frac{g}{cm^2} = \frac{1.202 \frac{g}{cm^2}}{2.7 \frac{g}{cm^3}} = 0.4453 \text{ cm}$$

© Prof. Dr. Haluk YÜCEL

Örnek: 2.2 MeV ve 0.547 MeV lik $^{90}\text{Sr}/^{90}\text{Y}$ dan çıkan betaların dokudaki menzillerini hesaplayınız

$$a = -0.37829, b = 1.2803, c = -0.17374$$

T=2.2 MeV için:

$$x = \log_{10} 2.2 = 0.3424, \quad y = 0.37829 + 1.2803 * 0.3424 - 0.17374 * 0.3424^2 = 0.03972$$

$$R = 10^{0.03972} = 1.09576 \frac{\text{g}}{\text{cm}^2} = \frac{1.09576 \frac{\text{g}}{\text{cm}^2}}{1.06 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = 1.0337 \text{ cm}$$

T=0.547 MeV için:

$$x = \log_{10} 0.547 = -0.2620, \quad y = 0.37829 + 1.2803 * -0.2620 - 0.17374 * (-0.2620)^2 = -0.7257$$

$$R = 10^{-0.7257} = 0.18808 \frac{\text{g}}{\text{cm}^2} = \frac{0.18808 \frac{\text{g}}{\text{cm}^2}}{1.06 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = 0.1774 \text{ cm}$$

Betaların Transmisyonu

- Betalar sürekli bir enerji spektrumuna ($0 \rightarrow E_{\max}$) Transmisyon deneyine göre,

$$N(t) = N(0) * e^{-\mu t}$$

Burada μ : kütle soğurma katsayısı (m^2/kg) verilir ve deneysel olarak aşağıdaki eşitlikten hesaplanır,

$$\mu(m^2/kg) = 1.7 E_{\max}^{-1.14} (MeV)$$

- Benzer başka ampirik denklemlerde bu amaçla literatürde mevcuttur.

Örnek: $E=2$ MeV enerjili betaların 0.1 mm Al tablodaki % kaç geçecektir?

$$\mu(m^2/kg) = 1.7 * 2^{-1.14} = 0.7714,$$

$$\frac{N(t)}{N(0)} = \exp(-0.7714 * 0.1 \times 10^{-3} * 2.7 \times 10^{-3}) = 0.999$$

Fotonun Madde ile Etkileşmesi

Fotonlar için Ortalama Serbest Yolları

$$\lambda (m) = \frac{\int_0^{\infty} x e^{-\mu x} dx}{\int e^{-\mu x} dx} = \frac{1}{\mu}$$

Bileşik veya karışımlar için,

$$\lambda (m^2/kg) = \sum_i w_i \mu_i (m^2/kg)$$

Örnek: $E_\gamma = 1.25$ MeV'lik fotonların NaI kristali içindeki ortalama serbest yolu kaçtır?

Na için,

$$\mu = 0.00546 \text{ m}^2/kg, w = 23/150 = 0.153$$

I için,

$$\mu = 0.00502 \text{ m}^2/kg, w = 127/150 = 0.847$$

$$\mu (NaI) = 0.00546 \times 0.153 + 0.00502 \times 0.847$$

$$= 0.00509 \text{ m}^2/kg \rightarrow \rho = 3.67 \times 10^3 \text{ kg/m}^3 \rightarrow \mu = 18.567 \text{ m}^{-1}$$

- Enerji birikimi (deposition),

$$E_d = \phi * \mu_a * E_\gamma$$

Örnek: 1 Ci ^{137}Cs kaynağı bir su kabına konulursa 0.05m'deki aktarılan enerji ne olur?

$$\mu_{\text{total}} = 0.00862 \text{ m}^2/\text{kg} , \mu_a = 0.00327 \text{ m}^2/\text{kg}$$

$$E_d \left(\frac{\text{MeV}}{\text{kg/s}} \right) = \frac{S}{4\pi r^2} * e^{-\mu r} \left(\frac{\gamma}{\text{m}^2\text{s}} \right) * \mu_a \left(\frac{\text{m}^2}{\text{kg}} \right) * E_\gamma \left(\frac{\text{MeV}}{\gamma} \right)$$

$$E_d = \frac{3.7 \times 10^{10}}{4\pi(0.05)^2} * [e^{-0.00862 \times 10^3 \times 0.05}] * 0.00327 * 0.662$$

$$E_d = 1.66 \times 10^9 \text{ MeV}/(\text{kgs}) = 2.65 \times 10^{-4} \text{ J}/(\text{kgs})$$

$$E_d = P_\gamma * 2.65 \times 10^{-4} \text{ J}/(\text{kgs}) , P_\gamma = 0.85$$

$$E_d = 2.25 * 10^{-4} \text{ J}/(\text{kgs})$$

Yüklü Parçacıkların Soğurulması ve Saçılması

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right) \sim n_a * z^2 * Z$$

$$n_a = \frac{\rho}{A * u}, u = akb$$

$$d = \rho * x \text{ mass per area}$$

- Lineer durdurma gücü S,

$$\frac{S}{\rho} = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{dE}{dx}\right) \sim \frac{n_a * z^2 * Z}{\rho} \sim \frac{z^2 * Z}{\rho}$$

Ağır Yüklü Parçacıkların Menzili

$$R = \int_E^0 \frac{dE}{\left(\frac{dE}{dx}\right)}$$

- Alfaların havadaki menzili ($E > 2.5$ MeV ise),

$$R_{\alpha}^{hava}(cm) = 0.31 * [E(MeV)]^{3/2}$$

- Alfaların herhangi bir maddedeki menzili,

$$R_{\alpha}(cm) = 5.6 * 10^{-4} * \frac{A^{1/3}}{\rho(g/cm^3)} * R_{\alpha}^{hava}(cm)$$

- Protonların havadaki menzili,

$$R_{proton}^{hava}(cm) = 10^2 * \left[\frac{E(MeV)}{9.3 MeV} \right]^{1.8}$$

- Elektronlar için ($E > 0.6$ MeV ise),

$$\rho * R_e = 0.526 * E(MeV) - 0.094$$

- Betalar için,

$$\rho * R_{max} = 0.11 * \left[\sqrt{(1 + 22.4 * E_{max}^2)} - 1 \right]$$