

KOMPLEKS EŞLENİK

- $z = x + iy$ $\bar{z} \equiv z^*$ $z^* = x - iy$

$$z_1 = x_1 + iy_1 \qquad z_2 = x_2 + iy_2$$

- $(z_1 \pm z_2)^* = z_1^* \pm z_2^*$

- $(z_1 z_2)^* = z_1^* z_2^*$

- $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^* = \frac{z_1^*}{z_2^*} \qquad z_2 \neq 0$

MUTLAK DEĞER (NORM)

- $z = x + iy$ olmak üzere mutlak değer (norm veya büyüklük olarak da adlandırılabilir) :

$$|z| = \sqrt{x^2 + y^2} \quad |z|^2 = z z^*$$

Geometrik anlamı: (x,y) noktasının orijine olan uzaklığı

- $z_1 = x_1 + iy_1$ $z_2 = x_2 + iy_2$

$$|z_1 - z_2| = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

- z_0 merkezli R yarıçaplı bir çember üzerinde bulunan noktalara karşı gelen kompleks sayılar, $|z - z_0| = R$ denklemi sağlarlar.

- $z = x + iy$ olmak üzere

$$\operatorname{Re}(z) = x \quad , \quad \operatorname{Im}(z) = y$$

$$|z|^2 = [\operatorname{Re}(z)]^2 + [\operatorname{Im}(z)]^2$$

$$\operatorname{Re}(z) \leq |\operatorname{Re}(z)| \leq |z|$$

$$\operatorname{Im}(z) \leq |\operatorname{Im}(z)| \leq |z|$$

$$\begin{aligned} |z_1 z_2|^2 &= (z_1 z_2)(z_1 z_2)^* = (z_1 z_1^*)(z_2 z_2^*) \\ &= |z_1|^2 |z_2|^2 = (|z_1| |z_2|)^2 \end{aligned}$$

$$|z_1 z_2| = |z_1| |z_2|$$

$$\left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \left| \frac{z_1}{z_2} \right|$$

$$z_2 \neq 0$$

- Üçgen eşitsizliği: İki kompleks sayının toplamlarının mutlak değeri, mutlak değerlerinin toplamını aşamaz.

$$|z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$$

- Üçgen eşitsizliği, sonlu sayıda toplam içeren matematiksel bir ifade yardımıyla genelleştirilebilir.

$$|z_1 + z_2 + \dots + z_n| \leq |z_1| + |z_2| + \dots + |z_n|$$

$$n = 2, 3, \dots$$

KUTUPSAL KOORDİNATLAR VE EULER FORMÜLÜ

- "z" bir kompleks sayı ise (x,y) noktasının kutupsal koordinatları, (r, θ) sıfır olmayan bir kompleks sayıya karşılık gelir.

$$\left. \begin{array}{l} x = r \cos \theta \\ y = r \sin \theta \end{array} \right\} z = x + iy$$

$$z = r(\cos \theta + i \sin \theta) = r e^{i\theta}$$

$$r = |z| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x}$$

$$\text{Euler formülü : } \cos \theta + i \sin \theta = e^{i\theta}$$

$\theta \rightarrow$ radyan cinsinden ölçülen reel sayıdır, sonsuz sayıda olası değeri vardır. θ 'nin her bir değerine z 'nin argümanı denir. Bu değerlerin kümesi $\arg z$ ile gösterilir.

Prensip argüman $\theta = \text{Arg } z$

$$\arg z = \text{Arg } z + 2\pi n \quad ; \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

- r yarıçaplı, merkezi orjinde olan

$z = r e^{i\theta}$ noktasını düşünelim. θ artarken z çemberde saat yönünün tersi istikametinde hareket eder. θ , 2π kadar döndüğünde aynı z noktasına ulaşılır.

$$z = z_0 + R e^{i\theta}, \quad |z - z_0| = R \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi$$

KAYNAKLAR

- Complex Variables and Applications, J.W. Brown and R.V. Churchill, 1990.
- Kısmi Diferansiyel Denklemler, Schaum's Outlines, P. Duchateu ve D.W. Zachmann, 2000.
- Complex Analysis, Theodore W. Gamelin, 2001.