ÜSTEL FORMDA ÇARPMA VE BÖLME

$$z_1 = r_1 e^{i\theta_1} \qquad z_2 = r_2\, e^{i\theta_2} \quad \textit{ise}$$

- $$z_1 z_2 = e^{i\theta_1} e^{i\theta_2} = e^{i(\theta_1 + \theta_2)}$$

- $$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1 e^{i\theta_1}}{r_2 e^{i\theta_2}} = \frac{r_1}{r_2} e^{i(\theta_1 - \theta_2)}$$

- $$z^n = r^n e^{in\theta} \qquad (n = 0, \pm 1, \pm 2 \ldots)$$

$$\arg(z_1 z_2) = (\theta_1 + \theta_2) + 2n\pi \quad , \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2 \ldots)$$

- de Moivre Formülü

$$(\cos\theta + i \sin\theta)^n = e^{in\theta} = \cos(n\theta) + i \sin(n\theta)$$

KOMPLEKS SAYILARIN KÖKLERİ

$$z = r e^{i\theta}$$

$$z^n = r^n e^{in\theta} \qquad (n = 0, \pm 1, \pm 2 ...)$$

$$r^n = r_0 \qquad \theta_o = n\theta$$

$$e^{2k\pi i} = 1 \qquad (k = 0, \pm 1, \pm 2 ...)$$

$$z^n = r_0 e^{in\theta} e^{2n\pi i} = r_0 e^{i(\theta_o + 2k\pi)}$$

$$\left\{ z^{n} = r_0 e^{i(\theta_0 + 2k\pi)} \right\}^{1/n} \Rightarrow \quad z = r_0^{1/n} e^{\frac{i(\theta_0 + 2k\pi)}{n}}$$

$$C_K = r_0^{1/n} e^{\frac{i(\theta_0 + 2k\pi)}{n}} \qquad (k = 0, 1, 2 \ldots n-1)$$

C_k komples sayının aşikâr (*distinct*) kökleridir.

Tüm kökler orijin civarında $|z| = r_0^{1/n}$ çemberinin üzerinde bulunurlar. Bu kökler eşit $\frac{2\pi}{n}$ radyan'lık aralıklar ile yerleşmiştir.

$\frac{\theta}{n} \rightarrow$ başlangıç argümanı, $k = 0, 1, 2 \ldots n-1$ olduğu zaman köklerin tamamı elde edilir.

KOMPLEKS DÜZLEMDEKİ BÖLGELER

- Kompleks sayılar kümesi ile (veya z düzlemindeki noktalarla) ve bu noktaların bir diğerine yakınlığı ile ilgili tanımlar yapılacaktır.

- $|z-z_0|<\in$: Verilen herhangi bir z_0 noktası için $\in$ komşuluğun bir ölçüsü. Bu değer z'nin içerisindeki tüm noktalarını kapsar, ancak $\in$ pozitif yarıçapı ile belirtilen yarıçap ve z_0 merkezli çember üzerinde değildir.

- Bir S kümesi içinde ∈ komşuluğunda z_0 noktası varsa, z_0 noktasına S kümesinin **iç noktası** denir.

- ∈ komşuluğunda S kümesinin noktalarını kapsamayan bir z_0 noktası varsa, z_0 noktasına S kümesinin **dış noktası** denir.

- z_0 noktası ne iç nokta ne de dış nokta değil ise S kümesinin **sınır noktası**dır.

- S kümesinin tüm sınır noktalarının kümesine S kümesinin **sınırı** denir.

- Bir küme sınır noktalarının hiç birini içermez ise **açık küme**dir.

$|z|<1$ kümesi ***açıktır***.

- Sınır noktalarının hepsini içeren kümeye **kapalı küme** denir.

$|z| \leq 1$ kümesi ***kapalıdır***.

- S kümesinin sınırına sahip, S'in içindeki tüm noktaları kapsayan kapalı bir küme **kapalıdır denir**.

- Kimi kümeler ne açıktır ne de kapalıdır. Açık olmayan bir küme içinde bulunan bir sınır noktası olmalıdır.

$$0 < |z| \leq 1$$

- Tüm kompleks sayılar kümesi sınır noktalarına sahip olmadığından hem açık, hem de kapalı kümedir.

KAYNAKLAR

- Complex Variables and Applications, J.W. Brown and R.V. Churchill, 1990.

- Kısmi Diferansiyel Denklemler, Schaum's Outlines, P. Duchateu ve D.W. Zachmann, 2000.

- Complex Analysis, Theodore W. Gamelin, 2001.