

# KOMPLEKS DEĞERLİ FONKSİYONLARIN İNTEGRALLERİ

$$w = u(t) + i v(t)$$

$$w'(t) = \frac{d}{dt}(w(t)) = u'(t) + i v'(t)$$

$$\frac{d}{dt} e^{z_0 t} = z_0 e^{z_0 t}$$

- $a \leq t \leq b$  aralığındaki belirli integral

$$\int_a^b w(t) dt = \int_a^b u(t) dt + i \int_a^b v(t) dt$$

$$\operatorname{Re}\left[\int_a^b w(t) dt\right] = \int_a^b \operatorname{Re}[w(t)] dt$$

$$\operatorname{Im}\left[\int_a^b w(t) dt\right] = \int_a^b \operatorname{Im}[w(t)] dt$$

$$w(t) = u(t) + i v(t) \quad W = U(t) + i V(t)$$

$$W' = w(t) \quad V'(t) = v(t) \quad U'(t) = u(t)$$

$$\int_a^b w(t) dt = U(t) \Big|_a^b + i V(t) \Big|_a^b$$

$$= U(b) - U(a) + i [V(b) - V(a)]$$

$$= [U(b) - i V(b)] - [U(a) - i V(a)]$$

$$= W(b) - W(a) = W(t) \Big|_a^b$$

## KONTUR İNTEGRALLERİ

- Çizgi integralleri -  $C$  konturu boyunca çizgi integrali

$$\int_a^b f(z) dz \quad \int_C f(z) dz$$

$$f(z) = u(x, y) + i v(x, y)$$

- $z(t) = x(t) + i y(t) \quad \Rightarrow \quad z'(t) = x'(t) + i y'(t)$

Fonksiyon  $a \leq t \leq b$  aralığında sürekli ise  $C$  yayı türevlenebilir yay olarak adlandırılır. Reel değerli fonksiyon,  $z'(t)$ ,  $a \leq t \leq b$  aralığı üzerinde integre edilebilir.

$$|z'(t)| = \sqrt{|x'(t)|^2 + |y'(t)|^2}$$

Yay uzunluğu

$$L = \int_a^b |z'(t)| dt$$

FIZ202

- $\int_C f(z) dz = \int_C (u + i v)(dx + i dy)$   
 $= \int_C \{u dx - v dy\} + i \int_C \{v dx + u dy\}$

- $\int_C \{f(z) + g(z)\} dz = \int_C f(z) dz + \int_C g(z) dz$

- **A bir sabit olmak üzere**

$$\int_a^c A f(z) dz = A \int_a^c f(z) dz$$

- $\int_a^b f(z) dz = - \int_b^a f(z) dz$

- $\int_a^b f(z) dz = \int_a^m f(z) dz + \int_m^b f(z) dz$

- TUV, eğri üzerindeki ardışık noktalar olsun.

$$\int_{TUV} f(z) dz = - \int_{VUT} f(z) dz$$

- $\int_{C_1+C_2} f(z) dz = \int_{C_1} f(z) dz + \int_{C_2} f(z) dz$

- $f(z)$  fonksiyonu  $C$  konturu üzerinde parçalı sürekli olsun,  $L$  yayın uzunluğunu gösterebilirsin.  $M$   $f(z)$ 'nin tanımlandığı  $C$  üzerinde tüm noktalarında negatif olmayan bir sabit olmak üzere

$$|f(z)| \leq M$$

$$\left| \int_C f(z) dz \right| \leq ML$$

$M \rightarrow |f(z)|$  fonksiyonunun üst sınırı

$L \rightarrow C$  yayının uzunluğu

## KAYNAKLAR

- Complex Variables and Applications, J.W. Brown and R.V. Churchill, 1990.
- Kısmi Diferansiyel Denklemler, Schaum's Outlines, P. Duchateau ve D.W. Zachmann, 2000.
- Complex Analysis, Theodore W. Gamelin, 2001.