



GGY 112

İSTATİSTİK

Doç. Dr. Furkan BAŞER
Ankara Üniversitesi Uygulamalı Bilimler Fakültesi



INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL



RICS



8. HAFTA

HİPOTEZ TESTİ



INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL



RICS

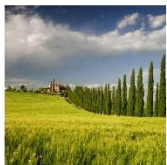


ANLAM DÜZEYLERİ

F_θ dağılımına sahip bir yığın dikkate alınsın, burada θ ile bilinmiyor ve θ ile ilgili özel bir hipotezin test edilmek istendiği varsayılınsın. Bu hipotez H_0 ile gösterilir ve *sıfır hipotezi* olarak adlandırılır. Örneğin, F_θ , ortalama θ ve varyans 1 ile normal dağılımlı ise, bu durumda θ hakkında iki mümkün sıfır hipotezi şunlardır:

(a) $H_0 : \theta = 1$

(b) $H_0 : \theta \leq 1$



INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL



RICS



NORMAL BİR YIĞININ ORTALAMASIYLA İLGİLİ TESTLER



VARYANSIN BİLİNMESİ DURUMU

X_1, \dots, X_n ortalaması bilinmeyen μ ve varyansı bilinen σ^2 ile normal dağılımdan n çaplı bir örnek olsun ve μ_0 belirtilmiş bir sabit olmak üzere

$$H_1 : \mu \neq \mu_0$$

alternatif hipotezine karşı

$$H_0 : \mu = \mu_0$$

sıfır hipotezinin testiyle ilgilenildiğini varsayalım.



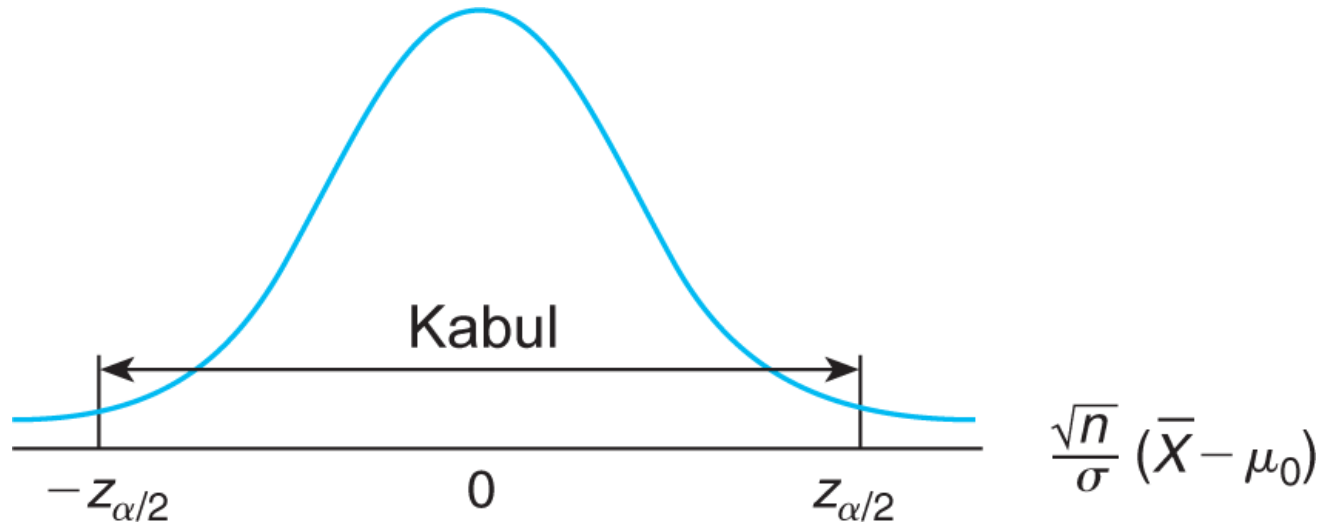
INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL



RICS



NORMAL BİR YIĞININ ORTALAMASIYLA İLGİLİ TESTLER



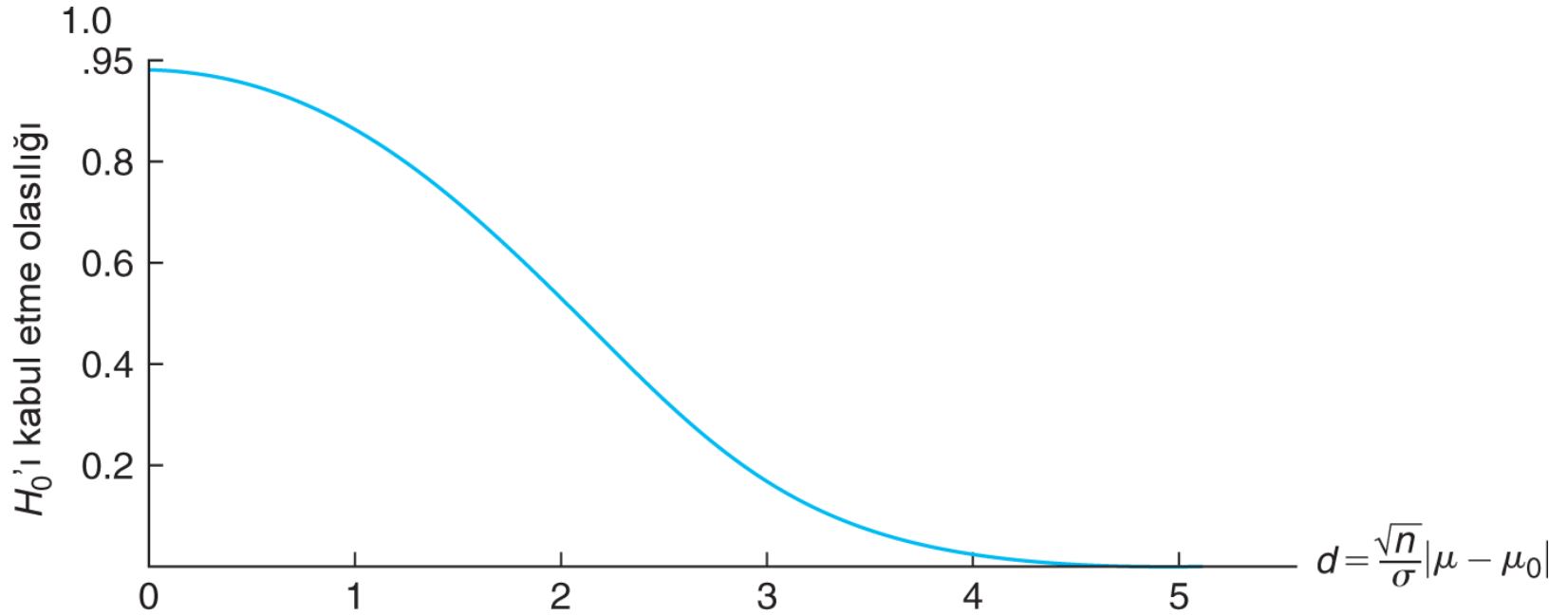
INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL



RICS



NORMAL BİR YIĞININ ORTALAMASIYLA İLGİLİ TESTLER



$\alpha = .05$ anlam düzeyinde çift yanlı normal test için İK eğrisi



INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL



RICS



NORMAL BİR YIĞININ ORTALAMASIYLA İLGİLİ TESTLER



- Tek yanlı testler
- Varyansın bilinmemesi durumu: *t*-testi



INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL



RICS



NORMAL BİR YIĞININ ORTALAMASIYLA İLGİLİ TESTLER

H_0	H_1	Test İstatistiği Tİ	α Anlam Düzeyi Testi	$TS = t$ ise p -değeri
$\mu = \mu_0$	$\mu \neq \mu_0$	$\sqrt{n}(\bar{X} - \mu_0)/\sigma$	Eğer $ TS > z_{\alpha/2}$ ise	$2P\{Z \geq t \}$
$\mu \leq \mu_0$	$\mu > \mu_0$	$\sqrt{n}(\bar{X} - \mu_0)/\sigma$	Eğer $TS > z_{\alpha}$ ise	$P\{Z \geq t\}$
$\mu \geq \mu_0$	$\mu < \mu_0$	$\sqrt{n}(\bar{X} - \mu_0)/\sigma$	Eğer $TS < -z_{\alpha}$ ise	$P\{Z \leq t\}$

Z bir standart normal rastgele değişkendir



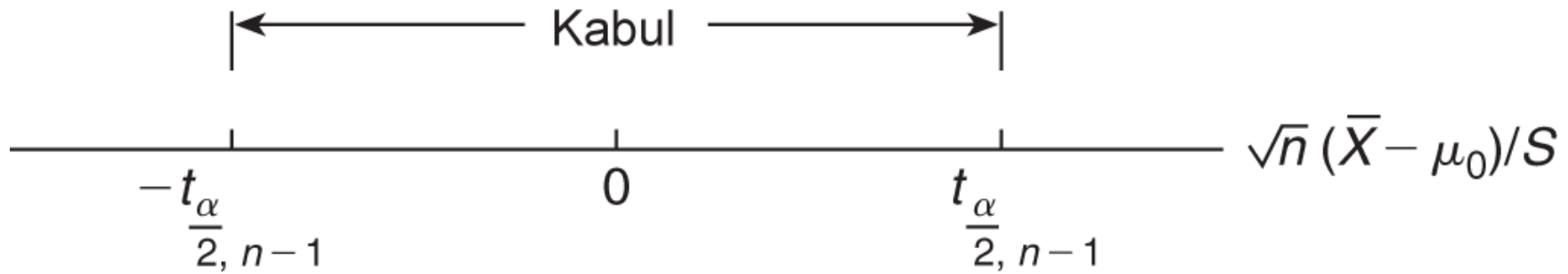
INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL



RICS



NORMAL BİR YIĞININ ORTALAMASIYLA İLGİLİ TESTLER



İki yanlı t testi



INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL



RICS



NORMAL BİR YIĞININ ORTALAMASIYLA İLGİLİ TESTLER



The p-value of the One-sample t-Test

This program computes the p-value when testing that a normal population whose variance is unknown has mean equal to μ_0 .

Sample size = 12

Data value = 36

Add This Point To List

Remove Selected Point From List

Data Values

35.8	↑
37	
41	
36.8	
37.2	
33	
36	↓

Start

Quit

Clear List

Şeklin devamı bir sonraki slaytta yer almaktadır!



INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL



RICS



NORMAL BİR YIĞININ ORTALAMASIYLA İLGİLİ TESTLER



Enter the value of μ_0 :

Is the alternative hypothesis

One-Sided

Two-Sided

?

Is the alternative that the mean

Is greater than μ_0

Is less than μ_0

?

The value of the t-statistic is -3.4448

The p-value is 0.0028



INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL



RICS



NORMAL BİR YIĞININ ORTALAMASIYLA İLGİLİ TESTLER

Tablo 8.2 $X_1, \dots, X_n; \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ 'dan bir örnektir.

Yığın σ^2 bilinmiyor, $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$, $S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}$

H_0	H_1	Test İstatistiği TS	α Anlam Düzeyi Testi	TS = t ise p-değeri
$\mu = \mu_0$	$\mu \neq \mu_0$	$\sqrt{n}(\bar{X} - \mu_0)/S$	$ TS > t_{\alpha/2, n-1}$ ise reddet	$2P\{T_{n-1} \geq t \}$
$\mu \leq \mu_0$	$\mu > \mu_0$	$\sqrt{n}(\bar{X} - \mu_0)/S$	$TS > t_{\alpha, n-1}$ ise reddet	$P\{T_{n-1} \geq t\}$
$\mu \geq \mu_0$	$\mu < \mu_0$	$\sqrt{n}(\bar{X} - \mu_0)/S$	$TS < -t_{\alpha, n-1}$ ise reddet	$P\{T_{n-1} \leq t\}$

T_{n-1} , $n-1$ serbestlik dereceli t-rastgele değişkendir: $P\{T_{n-1} > t_{\alpha, n-1}\} = \alpha$.



INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL



RICS



İKİ NORMAL YIĞININ ORTALAMALARININ EŞİTLİĞİNİ TEST ETME



İki farklı yaklaşımın aynı sonuca ulaşip ulaşmadığına karar vermek uygulama mühendislerinin karşılaştığı genel bir durumdur. Böyle bir durum genellikle iki normal yığının aynı ortalama değere sahip olduğu hipotez testiyle modellenir.



INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL



RICS



İKİ NORMAL YIĞININ ORTALAMALARININ EŞİTLİĞİNİ TEST ETME



A Bölgesinde Test Edilen Lastikler	B Bölgesinde Test Edilen Lastikler
61.1	62.2
58.2	56.6
62.3	66.4
64	56.2
59.7	57.4
66.2	58.4
57.8	57.6
61.4	65.4
62.2	
63.6	

100 Kilometre Birimiyle Lastik Ömürleri



INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL



RICS



VARYANSLARIN BİLİNMEMESİ DURUMU

$$H_0 : \mu_x = \mu_y \text{ 'ye karşı } H_1 : \mu_x \neq \mu_y$$



INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL

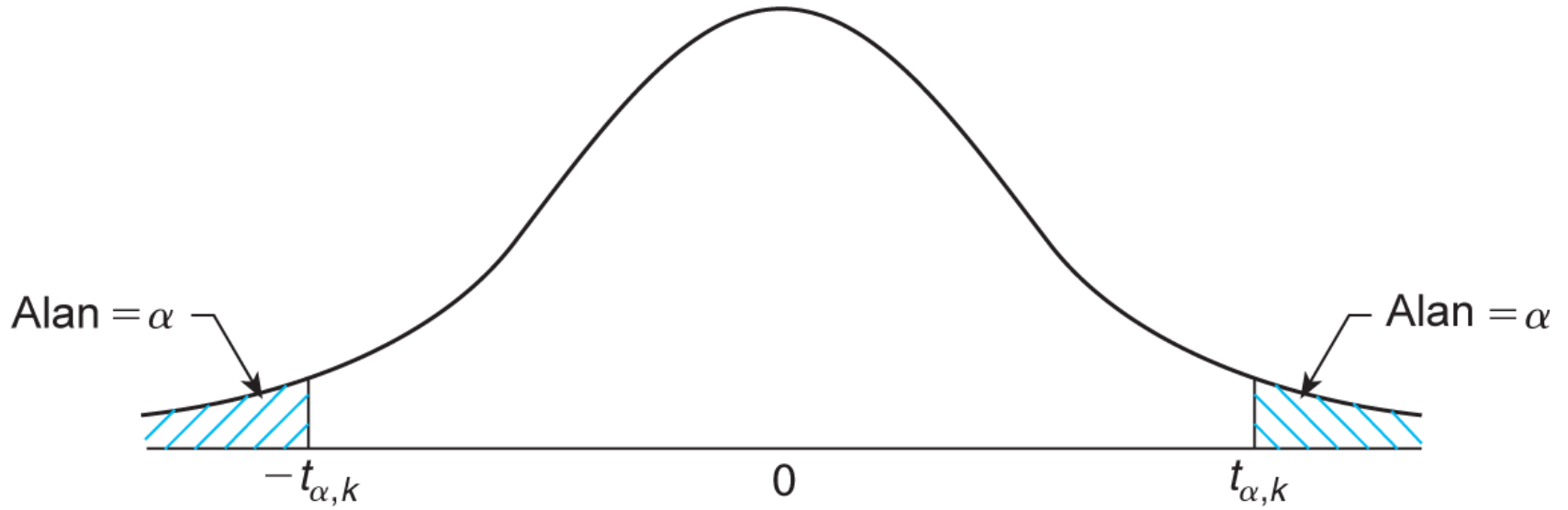


RICS



VARYANSLARIN BİLİNMEMESİ DURUMU

k serbestlik dereceli t-rastgele değişkenin yoğunluğu



INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL



RICS



VARYANSLARIN BİLİNMEMESİ DURUMU

The p-value of the Two-sample t-Test

List 1 | Sample size = 10

Data value =

6
7.5
6
7.5
5.5
7
6.5

Şeklin devamı bir sonraki slaytta yer almaktadır!



INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL



RICS



VARYANSLARIN BİLİNMEMESİ DURUMU

List 2	Sample size = 12																
Data value =	<input type="text" value="7"/>																
<input type="button" value="Add This Point To List 2"/>																	
<input type="button" value="Remove Selected Point From List 2"/>																	
		<table border="1"> <tr><td>8</td><td>↑</td></tr> <tr><td>7.5</td><td></td></tr> <tr><td>6.5</td><td></td></tr> <tr><td>7.5</td><td></td></tr> <tr><td>6</td><td></td></tr> <tr><td>8.5</td><td></td></tr> <tr><td>7</td><td>↓</td></tr> </table>	8	↑	7.5		6.5		7.5		6		8.5		7	↓	<input type="button" value="Clear List 2"/>
8	↑																
7.5																	
6.5																	
7.5																	
6																	
8.5																	
7	↓																
Is the alternative hypothesis	<input checked="" type="radio"/> One-Sided <input type="radio"/> Two-Sided	?	<input type="button" value="Start"/>														
Is the alternative that the mean of sample 1	<input type="radio"/> Is greater than <input checked="" type="radio"/> Is less than	the mean of sample 2?	<input type="button" value="Quit"/>														
<p>The value of the t-statistic is -1.898695 The p-value is 0.03607</p>																	



INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL



RICS



VARYANSLARIN BİLİNMEMESİ DURUMU

Tablo 8.4 $X_1, \dots, X_n, \mathcal{N}(\mu_1, \sigma_1^2)$ yığınınından $Y_1, \dots, Y_m, \mathcal{N}(\mu_2, \sigma_2^2)$ yığınınından birer örnek olsun.

İki yığın örneği bağımsızdır.

$H_0 : \mu_1 = \mu_2$ karşı $H_0 : \mu_1 \neq \mu_2$ 'ye

Varsayım	Test İstatistiği TS	α Anlam Düzeyi Testi	TS = t ise p -değeri
σ_1, σ_2 biliniyor	$\frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{\sigma_1^2/n + \sigma_2^2/m}}$	$ TS > z_{\alpha/2}$ ise reddet	$2P\{Z \geq t \}$
$\sigma_1 = \sigma_2$	$\frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{\frac{(n-1)S_1^2 + (m-1)S_2^2}{n+m-2}} \sqrt{1/n + 1/m}}$	$ TS > t_{\alpha/2, n+m-2}$ ise reddet	$2P\{T_{n+m-2} \geq t \}$
n, m büyük	$\frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{S_1^2/n + S_2^2/m}}$	$ TS > z_{\alpha/2}$ ise reddet	$2P\{Z \geq t \}$



INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL



RICS



NORMAL BİR YIĞININ VARYANSIYLA İLGİLİ HİPOTEZ TESTLERİ

X_1, \dots, X_n bilinmeyen μ ortalama ve bilinmeyen σ^2 varyansa sahip olsun ve belli μ için

$$H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$$

alternatifine karşı

$$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$$

hipotezi test edilmek isteniyor.



INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL



RICS



BERNOULLI YIĞINLARINDA HİPOTEZ TESTLERİ

Binom dağılımına mühendislik problemlerinde sıklıkla rastlanır. Tipik bir örnek olarak üretilen ürünlerin kabul edilebilir ve kusurlu diye ikiye ayrıldığı üretim süreci dikkate alınsın. Üretilen her bir ürün bağımsız, p olasılığıyla kusurlu üretildiği varsayımıyla n çaplı bir örnekte kusurlu sayısı (n, p) parametreleriyle binom dağılımına sahip olacaktır. Şimdi p_0 belli bir değer olmak üzere

$$H_1 : \sigma_x^2 \neq \sigma_y^2 \text{,ye karşı } H_0 : \sigma_x^2 = \sigma_y^2$$



INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL



RICS



POISSON DAĞILIMININ ORTALAMASIYLA İLGİLİ TESTLER



$$H_1 : \lambda \neq \lambda_0 \text{'a karşı } H_0 : \lambda = \lambda_0$$



INTERNATIONAL
VALUATION
STANDARDS
COUNCIL



RICS

