

ÇOKLU KARŞILAŞTIRMA YÖNTEMLERİ

Varyans Analizi Tekniğine ilişkin hesaplamalar sonucu, H_0 hipotezinin kabul edilmesinin anlamı; denemedeki GRUP (muamele=uygulama) ortalamaları arasındaki farkların tamamının tesadüften ileri geldiği şeklindedir. Buna karşılık, H_0 hipotezinin RET edilmesinin anlamı ise söz konusu GRUP ortalamaları arasındaki farklardan EN AZ İKİSİNİN (belki de hepsinin) tesadüften ileri gelmediği aksine uygulanan muamelelerin etkilerinden kaynaklandığı şeklindedir. Böyle durumlarda (H_0 hipotezinin ret edildiği) hangi grup ortalamaları arasındaki farkların tesadüften ileri gelmediğinin uygun yöntemlerle belirlenmesi gerekir. Bu yöntemlere ÇOKLU KARŞILAŞTIRMA YÖNTEMLERİ adı verilir. Halen uygulamada kullanılan çok sayıda çoklu karşılaştırma testi olmasına rağmen, bunlardan en yaygın olarak kullanılan iki tanesi üzerinde durulacaktır. Bunlar;

1. Asgari Önemli Fark (AÖF) Yöntemi,
2. Duncan Çoklu Karşılaştırma Testidir.

1. Asgari Önemli Fark (Least Significant Difference, LSD) Metodu: Bu test kullanılarak tüm karşılaştırmalar tamamlandığı zaman başlangıçta kararlaştırılan I. tip hata olasılığı aynı olmayacaktır. Bu test kullanılarak yapılan karşılaştırma sayısı arttıkça karşılaştırmalar tamamlandığı zaman gerçekleşecek olan I. tip hata olasılığı (α) da artacaktır. Bir başka deyiş ile karşılaştırılacak grup sayısı arttıkça bu testin güvenilirliği azalacaktır.

Bir denemede k tane muamele grubu varsa ve varyans analizi sonucunda en az iki muamelenin arasında üzerinde durulan özelliğe etki bakımından farklılığın önemli olduğuna karar verilmişse ve hangi muamele grupları arasındaki farklılığın önemli olduğu AÖF testi kullanılarak araştırılacaksa AÖF aşağıdaki eşitlik kullanılarak hesaplanır.

$$AÖF = t_{\left(\frac{\alpha}{2}, N-k\right)} \sqrt{2S_{\bar{x}}}$$

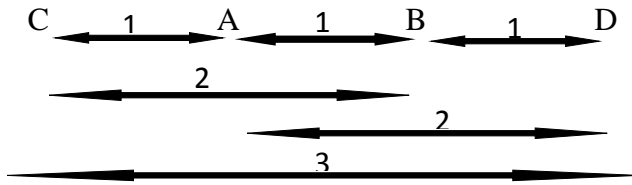
Eşitlikte, $S_{\bar{x}}$, ortalamaya ait standart hata olup $\sqrt{\frac{\text{HataKO}}{n}}$ şeklinde hesaplanır. n gruptaki gözlem sayısı, k, denemede araştırılan muamele sayısı, N, toplam gözlem sayısı, N-k, hata serbestlik derecesi, $t_{\left(\frac{\alpha}{2}, N-k\right)}$, $\alpha/2$ 'de (çift taraflı) N-k serbestlik dereceli t-dağılımı değeridir.

Varyans analizi sonucunda H_0 hipotezi reddedildiği zaman, muamele ortalamalarının karşılaştırılması için AÖF testi kullanılırken, eğer muamele ortalamaları arasındaki farklılık AÖF'ye eşit veya daha büyük ise, iki muamele ortalaması arasındaki farklılığın istatistik olarak önemli olduğu kararına varılır.

2. Duncan Çoklu Karşılaştırma Testi

Duncan çoklu karşılaştırma yöntemi kullanılarak muamele ortalamaları karşılaştırılacağı zaman ilk adım grup ortalamalarının küçükten büyüğe doğru sıralanmasıdır. Çünkü Duncan testi, ortalamalar büyüklüklerine göre sıralandığı zaman sıralanıştaki yerini de dikkate alarak ortalamalar arasındaki farkları standardize eder. Duncan testi tablo değerleri ortalamaların sıralanıştaki yerleri dikkate alınarak düzenlenmiştir.

Örneğin yapılan bir araştırmada 4 muamele araştırılmış ve varyans analizi sonucunda H_0 hipotezi reddedilmişse ve DUNCAN testi ile hangi muamele grupları arasındaki farklılığın önemli olduğu kontrol edilecekse önce ortalamaların küçükten büyüğe doğru sıralanması gerekir. Ve bu sıralama aşağıdaki şekilde yapılmış olsun.



1 numara ile gösterilen karşılaştırmalar kendisi dahil 2. gelen yani komşu grupların karşılaştırılması, 2 numara ile gösterilenler kendisi dahil 3.gelen grupların karşılaştırılması ve 3 ile gösterilen karşılaştırma kendisi dahil 4.gelen grubun karşılaştırılması, yani en küçük ile en büyük ortalamaların karşılaştırılmasıdır. Bu karşılaştırmalar yapılırken kullanılacak tablo değeri de ortalamaların sıralanıştaki yerine bağlı olarak değişecektir.

Duncan testinde, test değeri $D = Q_r \cdot S_{\bar{x}}$ eşitliği kullanılarak hesaplanır. Eşitlikte, Q_r , sıralanışta r. sıradaki ortalamaların karşılaştırılması için kullanılacak tablo değeridir. Bu tablo değeri ortalamaların sıralanışındaki yerine ve hata serbestlik derecesine göre değişir. $S_{\bar{x}}$, ortalamaların standart hatasıdır ve $\sqrt{\frac{\text{HataKO}}{n}}$ şeklinde hesaplanır. n, her muamele grubundaki gözlem sayısıdır.

Bu yöntemlerin hesaplama işlemleri ve kullanılış şekilleri bir örnek yardımıyla aşağıdaki gibidir.

ÖRNEK 1:

A, B, C ve D gibi 4 farklı uygulamaya tabi tutulan yeni doğmuş bebeklerin doğumdan itibaren 3.aydaki femur kemiği uzunlukları (mm) aşağıdaki gibi bulunduğu göre grup ortalamaları arasındaki farkların tesadüften ileri gelip gelmediğine karar veriniz. Grup ortalamaları arasındaki farklar tesadüften ileri gelmiyorsa farklı grupları belirleyiniz.

A	B	C	D	
180	200	190	260	
210	180	260	280	
200	180	210	290	
190	200	200	270	
$\Sigma A = 780$	$\Sigma B = 760$	$\Sigma C = 860$	$\Sigma D = 1100$	$\Sigma\Sigma 3500$
$\bar{A} = 195$	$\bar{B} = 190$	$\bar{C} = 215$	$\bar{D} = 275$	

H_0 : A,B,C ve D gruplarının ortalamaları arasındaki farklar tesadüften ileri gelmektedir. Bu farklar sıfır olarak kabul edilebilir. İstatistik olarak önemli değildir. Yani bu 4 örnek de aynı populyasyondan rasgele alınmış örneklerdir.

H_1 : A,B,C ve D gruplarının ortalamaları arasındaki farklardan en az ikisi tesadüften ileri gelmemektedir. Bu farklardan en az ikisi sıfır olarak kabul edilemez. İstatistik olarak önemlidir. Yani bu 4 örnekten en az ikisi aynı populyasyondan rasgele alınmış örnekler değildir.

Elimizde A,B,C ve D olmak üzere 4 grup olduğuna göre bunların ortalamaları arasındaki farkların tesadüften ileri gelip gelmediği Varyans Analizi Tekniği ile belirlenebilir.

Hatırlanacağı üzere Varyans Analizi Tekniği gözlemler arasında gözlenen varyasyonu (farklılığı) unsurlarına ayırmaktan ibarettir. Bunun için,

$$GKT = GAKT + HKT \text{ ilişkisinden yararlanılır.}$$

$$GKT = 180^2 + 210^2 + \dots + 270^2 - \frac{3500^2}{16} = 22575$$

$$GAKT = \frac{780^2}{4} + \frac{760^2}{4} + \frac{860^2}{4} + \frac{1100^2}{4} - \frac{3500^2}{16} = 18275$$

$$HKT = GKT - GAKT = 22575 - 18275 = 4300$$

Bulunan bu sonuçlar Varyans Analizi Tablosuna aktarılırlar.

V.K.	S.D.	K.T.	K.O.	F
Genel	15=16-1	22575	~	
Gruplar Arası	3=4-1	18275	6091.67	17=6091.67/358.33
Hata	12=15-3	4300	358.33	

Hesaplanan F-Değerinin serbestlik dereceleri 3 ve 12'dir (Varyans Analizi Tablosunun Gruplar Arası Serbestlik Derecesi 3 ve Hata Serbestlik Derecesi 12 olduğundan) F-Dağılımı Tablosundan (Tablo B) 3 ve 12 Serbestlik derecelerine karşılık gelen F-Değeri, $F_{\text{Tablo}}=3.49$ olarak bulunur. $F_{\text{Tablo}}=3.49 < F_{\text{Hesaplanan}}=17$ olduğundan H_0 hipotezi RET edilir. Yani, en az iki grup ortalaması arasındaki fark önemlidir.

Hangi iki grup ortalaması arasındaki farkların önemli olduğunu belirlemek ancak ÇOKLU KARŞILAŞTIRMA TESTLERİ ile belirlenebilir. Bu testlerden biri olan ASGARİ ÖNEMLİ FARK (AÖF) ile farklı grupları belirlemek için $AÖF = t\sqrt{2}S_{\bar{x}}$ ifadesine göre hesaplanan bir KIYAS veya REFERANS değeri ile iki grup ortalaması arasındaki fark karşılaştırılır. Bu ifade de;

AÖF: İki grup ortalaması arasında istatistik olarak önemli olabilecek en küçük farkı,
t: Varyans Analizi Tablosundaki HATA SERBESTLİK Dereceli t-Dağılımı tablo değeri,

$S_{\bar{x}}$, ortalamaya ait standart hata olup $\sqrt{\frac{\text{HataKO}}{n}}$ şeklinde hesaplanır. n gruplardaki gözlem sayısıdır.

Ortalamalar arası farkın standart hatası;

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\text{Hata Kareler Ortalaması}}{\text{Grupların her hangi birindeki gözlem sayısı}}} = \sqrt{\frac{\text{HKO}}{n}} = \sqrt{\frac{358.33}{4}} = 9.46748$$

şeklinde hesaplanır.

Hata serbestlik derecesi 12 olduğundan 12 Serbestlik dereceli t-değeri, t-dağılımı tablosundan (Tablo A) 2.179 olarak bulunduktan sonra, Asgari Önemli Fark değeri,

$$AÖF = t.S_{\bar{x}}\sqrt{2} = 2.179 \times 9.46748 \times \sqrt{2} = 29.162$$

olarak iki ortalama arasında önemli olabilecek en küçük fark değeri (kıyas değeri) hesaplanır. Bundan sonra yapılacak işlem grup ortalamalarının ikişer ikişer farklarını alarak bu kıyas değeri ile karşılaştırmaktan ibarettir.

Eğer iki grup ortalaması arasındaki mutlak fark, KIYAS değerine EŞİT veya BÜYÜK ise bu iki ortalama arasındaki fark istatistik olarak ÖNEMLİ demektir.

Eğer iki grup ortalaması arasındaki mutlak fark KIYAS değerinden KÜÇÜK ise bu iki ortalama arasındaki fark istatistik olarak ÖNEMSİZ demektir.

Bu kuralları örneğe uygularsak;

$\bar{A} - \bar{B} = 195 - 190 = 5 < 29.162$, bu iki ortalama arasındaki fark istatisti olarak ÖNEMSİZ,
 $\bar{A} - \bar{C} = 195 - 215 = 20 < 29.162$, bu iki ortalama arasındaki fark istatisti olarak ÖNEMSİZ,
 $\bar{A} - \bar{D} = 195 - 275 = 80 > 29.162$, bu iki ortalama arasındaki fark istatisti olarak ÖNEMLİ,
 $\bar{B} - \bar{C} = 190 - 215 = 25 < 29.162$, bu iki ortalama arasındaki fark istatisti olarak ÖNEMSİZ,
 $\bar{B} - \bar{D} = 190 - 275 = 85 > 29.162$, bu iki ortalama arasındaki fark istatisti olarak ÖNEMLİ,
 $\bar{C} - \bar{D} = 215 - 275 = 60 > 29.162$, bu iki ortalama arasındaki fark istatisti olarak ÖNEMLİDİR.

Bu sonuçlardan yararlanılarak hangi muamelenin (grubun) uygulanmasının daha avantajlı olduğuna karar verilir.

Eğer üzerinde durduğumuz özellik (bebeklerin femur uzunluğu) bakımından ortalamanın YÜKSEK olması istenen bir durum ise D muamelesi tercih edilir. Çünkü D muamelesinin ortalaması en yüksek ve bu yüksekliği de tesadüften kaynaklanmamaktadır.

Eğer üzerinde durduğumuz özellik (bebeklerin femur uzunluğu) bakımından ortalamanın DÜŞÜK olması istenen bir durum ise A,B veya C muamelelerinden herhangi biri tercih edilir. Çünkü A,B,C muamelelerinin ortalamaları en düşük ve bu ortalamalar arasındaki farklar tesadüften kaynaklanmaktadır.

Asgari Önemli Fark yöntemi, grup ortalamaları arasındaki farkların tamamını sadece bir tane KIYAS değeri ile karşılaştırmaktadır. Bu birbirine en yakın olan iki ortalama ile birbirinden en uzak iki ortalamayı karşılaştırmada yanıltıcı olabilmektedir. Bu sakıncalı durumu ortadan kaldırmak üzere birbiriyle karşılaştırılacak grup sayısının çok olduğu durumlarda başka Çoklu Karşılaştırma Testleri geliştirilmiş ve bu yöntemler AÖF yöntemine tercih edilir olmuştur. Bu yöntemlerden biri DUNCAN ÇOKLU KARŞILAŞTIRMA TESTİDİR. DUNCAN ÇOKLU KARŞILAŞTIRMA TESTİ, AÖF yönteminin sakıncalarını önlemek amacıyla geliştirilmiştir. Bu yöntem ortalamaların SIRALANIŞ SIRALARINA göre değişen kıyas değerlerinin hesaplanması ve bunların ilgili ortalamalar arasındaki farklarla karşılaştırılarak farklı grupların belirlenmesi esasına dayanır. Duncan Çoklu Karşılaştırma testinde; test değeri $D = Q_r \cdot S_{\bar{x}}$ eşitliği kullanılarak hesaplanır. Eşitlikte, Q_r , sıralanışta r. sıradaki ortalamaların karşılaştırılması için kullanılacak tablo değeridir (Tablo D). Bu tablo değeri ortalamanın sıralanışındaki yerine ve hata serbestlik derecesine göre değişir.

$S_{\bar{x}}$, ortalamanın standart hatasıdır ve $\sqrt{\frac{Hatako}{n}}$ şeklinde hesaplanır. n, her muamele grubundaki gözlem sayısıdır.

Hata serbestlik derecesi örneğimizde 12'dir. Kendisi dahil 2. sıradakiler için Q_r değeri, Tablo D'de 12 ve 2'nin kesiştiği yerdeki 3.082 değeridir. Diğer Q_r değerleri de 12 ve 3 ile 12 ve 4'ün kesiştiği yerdeki değerlerdir.

Ortalamalar arası farkın standart hatası;

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\text{Hata Kareler Ortalaması}}{\text{Grupların her hangi birindeki gözlem sayısı}}} = \sqrt{\frac{HKO}{n}} = \sqrt{\frac{358.33}{4}} = 9.46748$$

şeklinde hesaplanır.

Duncan testinde önce ortalamalar küçükten büyüğe doğru sıralanır ve bu sıralama sonunda, sıralanış sıralarına göre pozisyonları belirlenir.

\bar{B}	\bar{A}	\bar{C}	\bar{D}	
190	195	215	275	
				D_2 : Kendisi dahil 2.sırada olanlar D_3 : Kendisi dahil 3.sırada olanlar D_4 : Kendisi dahil 4.sırada olanlar

Kendisi dahil İKİNCİ sırada olan ortalamalar için kıyas değeri;

$$D_2 = Q_2 S_{\bar{x}} = 3.082 \times 9.46748 = 29.162$$

olarak hesaplandıktan sonra ilgili ortalamalar arasındaki farklar bu kıyas değeri ile karşılaştırılır.

$\bar{B} - \bar{A} = 5 < 29.162$, Bu iki ortalama arasındaki fark ÖNEMSİZ

$\bar{A} - \bar{C} = 20 < 29.162$, Bu iki ortalama arasındaki fark ÖNEMSİZ

$\bar{C} - \bar{D} = 60 > 29.162$, Bu iki ortalama arasındaki fark ÖNEMLİ

Kendisi dahil ÜÇÜNCÜ sırada olan ortalamalar için kıyas değeri;

$$D_3 = Q_3 S_{\bar{x}} = 3.225 \times 9.46748 = 30.52$$

$\bar{B} - \bar{C} = 25 < 30.52$, Bu iki ortalama arasındaki fark ÖNEMSİZ

$\bar{A} - \bar{D} = 80 > 30.52$, Bu iki ortalama arasındaki fark ÖNEMLİ

Kendisi dahil DÖRDÜNCÜ sırada olan ortalamalar için kıyas değeri;

$$D_4 = Q_4 S_{\bar{X}} = 3.313 \times 9.46748 = 31.36$$

$\bar{B} - \bar{D} = 85 > 31.36$, Bu iki ortalama arasındaki fark ÖNEMLİ

Bu sonuçlardan yararlanılarak hangi muamelenin (grubun) uygulanmasının daha avantajlı olduğuna AÖF testinde olduğu gibi karar verilir.

NOT: Kendisi dahil ikinci sırada gelen ortalamaların karşılaştırılmasında kıyas değeri olarak kullanılan D_2 değeri ile AÖF değeri her zaman birbirinin aynıdır.

ÖRNEK 2:

A, B, C, D, E, F ve G gibi 7 muamelenin tesadüf parselleri deneme tertibinde denendiği bir denemeden elde edilen veriler aşağıdaki gibi bulunmuştur.

	A	B	C	D	E	F	G	
	7	12	21	14	25	7	6	
	7	17	20	18	24	10	9	
	15	12	19	18	25	11	11	
	11	18	19	19	22	15	8	
	9	18	18	19	20	10	9	
Toplam	49	77	97	88	116	53	43	523
Ortalama	9.8	15.4	19.4	17.6	23.2	10.6	8.6	

Denemeyi yapan araştırmacının amacı muameleler arasında üzerinde durulan özelliğe etki bakımından istatistik olarak önemli bir farklılığın olup olmadığını araştırmaktır. Bunun için ilk olarak hipotezler kurulduktan sonra aşağıda görüldüğü şekilde kareler toplamları hesaplanarak varyans analizi tablosu düzenlenir.

$$H_0: \mu_A = \mu_B = \mu_C = \mu_D = \mu_E = \mu_F = \mu_G$$

H₁: En az iki muamele ortalaması arasında üzerinde durulan özelliğe etki bakımından fark istatistik olarak önemlidir.

$$GKT = 7^2 + 7^2 + 15^2 + \dots + 11^2 + 8^2 + 9^2 - \frac{523^2}{35} = 1075.89$$

$$GAKT = \frac{49^2 + 77^2 + 97^2 + 88^2 + 116^2 + 53^2 + 43^2}{5} - \frac{523^2}{35} = 904.29$$

$$GIKT = 1075.89 - 904.29 = 171.60$$

Varyasyon Kaynağı	Serbestlik derecesi	Kareler toplamı	Kareler ortalaması	F-değeri
Muameleler arası	6	904.29	150.71	24.59*
Muameleler içi (Hata)	28	171.60	6.13	
Genel	34	1075.89	-	

Varyans analizi tablosundaki F-değeri 6 ve 28 serbestlik derecesinde %5 seviyesindeki F-tablo değeri (2.45) ile karşılaştırılır. Hesaplanan F-değeri (24.59), tablo değerinden büyük olduğu için H_0 hipotezi reddedilerek, en az iki muamele ortalaması arasında üzerinde durulan özelliğe etki bakımından fark istatistik olarak önemli olduğu kararına varılır.

Asgari Önemli Fark Metodu:

7 muamelenin 5 tekerrürlü denendiği denemeden elde edilen verilere varyans analizi uygulanmış ve en az iki muamele arasındaki farklılığın tesadüfi olmadığına karar verilmişti. Bu durumda araştırmacının hangi muameleler arasındaki farklılığın istatistik olarak önemli olduğunu araştırması gerekir.

Hata kareler ortalaması= 6.13

Hata serbestlik derecesi= 28 ve $S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{6.13}{5}} = 1.1072$

$$t_{\left(\frac{0.05}{2}, 28\right)} = 2.048$$

$$t_{\left(\frac{0.01}{2}, 28\right)} = 2.763$$

$$AÖF = (2.048) \sqrt{2} (1.1072) = 3.2069 \text{ (%5 için)}$$

$$AÖF = (2.763) \sqrt{2} (1.1072) = 4.3264 \text{ (%1 için)}$$

AÖF değeri hesaplandıktan sonra eğer iki grup ortalaması arasındaki fark AÖF' ye eşit veya daha büyük ise ortalamalar arasındaki farklılığın istatistik olarak önemli olduğu kararına varılır.

	$\bar{A}=9.8$	$\bar{B}=15.4$	$\bar{C}=19.4$	$\bar{D}=17.6$	$\bar{E}=23.2$	$\bar{F}=10.6$	$\bar{G}=8.6$
$\bar{A}=9.8$	-	5.6**	9.6**	7.8**	13.4**	0.8	1.2
$\bar{B}=15.4$	-	-	4.0*	2.2	7.8**	4.8**	6.8**
$\bar{C}=19.4$	-	-	-	1.8	3.8*	8.8**	10.8**
$\bar{D}=17.6$	-	-	-	-	5.6**	7.0**	9.0**
$\bar{E}=23.2$	-	-	-	-	-	12.6**	14.6**
$\bar{F}=10.6$	-	-	-	-	-	-	2.0

Hazırlanan tabloda “*” ile işaretliler, grup ortalamaları arasındaki farkın %5, “**” ile işaretliler grup ortalamaları arasındaki farkın %1 seviyesinde istatistik olarak önemli olduğunu gösterir. Daha öncede açıklandığı gibi AÖF testi kullanılarak tüm karşılaştırmalar yapıldığı zaman %5 olarak kararlaştırılmış olan I. tip hata olasılığı çok daha büyük bir değere ulaşmış olacaktır.

A.Ö.F metodunda karşılaştırılan ortalamaların Duncan testi kullanılarak karşılaştırılması için ilk olarak yapılması gereken ortalamaların küçükten büyüğe doğru sıralanmasıdır.

\bar{G}	\bar{A}	\bar{F}	\bar{B}	\bar{D}	\bar{C}	\bar{E}
8.6	9.8	10.6	15.4	17.6	19.4	23.2

Karşılaştırmalar daha önce açıklandığı gibi kendisi dahil 2., 3., 4., 5., 6., ve 7. gelenlerin karşılaştırılması olarak devam eder. Bu örnek için varyans analizi tablosunda Hata kareler ortalaması 6,13. Hata serbestlik derecesi 28 idi. Her grupta ise 5 tekerrür vardı. $S_{\bar{x}}$ ise $\sqrt{\frac{6.13}{5}}=1.1072$ olarak bulunmuştu. Duncan testinde kendisi dahil 2., 3., 4., 5., 6. Ve 7. Gelen karşılaştırmalarının yapılabilmesi için kullanılacak tablo değerleri farklıdır. Duncan test değerleri aşağıdaki şekilde hesaplanır.(%5 için);

Karşılaştırılacak gruplar	Test değeri
Kendisi dahil 2. gelenler için	$D=2.900(1.1072)=3.211$
Kendisi dahil 3. gelenler için	$D=3.040(1.1072)=3.366$
Kendisi dahil 4. gelenler için	$D=3.130(1.1072)=3.466$
Kendisi dahil 5. gelenler için	$D=3.200(1.1072)=3.543$
Kendisi dahil 6. gelenler için	$D=3.260(1.1072)=3.609$
Kendisi dahil 7. gelenler için	$D=3.300(1.1072)=3.653$

Karşılaştırılmaların kolay yapılabilmesi için aşağıdaki tablo düzenlenir.

	\bar{G}	\bar{A}	\bar{F}	\bar{B}	\bar{D}	\bar{C}	\bar{E}	r	D=Q.S \bar{x}
\bar{G}	-	1.2	2.0	6.8 *	9.0*	10.6*	14.6*	7	3.6427
\bar{A}	-	-	0.8	5.6*	7.8*	9.6*	13.4*	6	3.5984
\bar{F}	-	-	-	4.8 *	7.0*	8.8*	12.6*	5	3.5419
\bar{B}	-	-	-	-	2.2	4.0*	7.8*	4	3.4666
\bar{D}	-	-	-	-	-	1.8	5.6*	3	3.3604
\bar{C}	-	-	-	-	-	-	3.8*	2	3.1976
\bar{E}	-	-	-	-	-	-	-		

Karşılaştırmalar en küçük ile en büyük ortalamanın karşılaştırılması ile başlar. Daha sonra ikinci küçük ile en büyük ortalama arasındaki farklılıklar karşılaştırılır. Bu işlem tüm karşılaştırmalar tamamlanana kadar devam eder. Yukarıda düzenlenen tabloda * ile işaretlenmiş grup ortalamaları arasındaki farklar istatistik olarak önemlidir.

Muamelelerde farklı gözlem bulunması durumunda n'nin hesaplanması: Bir deneme tesadüf parselleri deneme tertibinde yürütüldüğü zaman her muamelede eşit gözlem olmasının şart olmadığı daha önce belirtilmişti. Muamelelerdeki gözlem sayısı eşit olmadığı zaman ortalamanın standart hatasının hesaplanması için n değerinin hesaplanması gerekir. n değeri farklı şekillerde hesaplanabilir. Hesaplama şekillerinden en kolay olanı gözlem sayılarına ait harmonik ortalamanın aşağıdaki şekilde hesaplanmasıdır

$$\tilde{n} = \frac{k}{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} + \dots + \frac{1}{n_k}}$$

Eşitlikte, k, denemedeki muamele sayısı, n, muamelelerdeki gözlem sayıdır.

ÖRNEK 3: Tesadüf parselleri deneme tertibinde yürütülen bir denemede elde edilen sonuçlar aşağıdaki gibi bulunmuştur.

$n_a=4$	$\bar{A}=692.5$	Hata kareler ortalaması = 3181
$n_b=3$	$\bar{B}=491.67$	Hata serbestlik derecesi = 13
$n_c=2$	$\bar{C}=307.5$	
$n_d=3$	$\bar{D}=856.67$	
$n_e=6$	$\bar{E}=513.33$	

Çoklu karşılaştırılması için uygulanacak testler için önce standart hatanın hesaplanması gerekir. Bunun içinde “n” değerlerinin harmonik ortalaması;

$$\tilde{n} = \frac{5}{\frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}} = \frac{5}{1.5833} = 3.1579 \text{ olarak hesaplanır.}$$

“n” değeri hesaplandıktan sonra çoklu karşılaştırmalar için ortalamanın standart hatası,

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{3181}{3.1579}} = 31.738 \text{ olarak bulunur.}$$

Yararlanılan Kaynaklar

- BAŞPINAR E. (2012). Çoklu Karşılaştırma Testleri. Yayınlanmamış Ders Sunumları
- DÜZGÜNEŞ, O., KESİCİ, T., KAVUNCU, O. ve GÜRBÜZ, F. 1987. Araştırma ve Deneme Metodları. (İstatistik Metodları II). Ankara Üniversitesi, Ziraat Fakültesi Yayınları: 1021, Ders Kitabı: 295. Ankara.
- FREUND, J. E. 1971. Mathematical Statistics. Second Edition. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey.
- MONTGOMERY, D. C. (2001). Design and Analysis of Experiments (Fifth Edition). John Wiley & Sons Inc., New York, USA.
- PETERSEN, G. R. 1985. Design and Analysis of Experiments. Marcel Dekker, Inc., New York and Basel.
- SNEDECOR, W. and COCHRAN W. G. 1980. Statistical Methods. Seventh Edition. The Iowa state University Press, Ames, Iowa, USA.

İstatistik Tablolar

- TABLO A. Student'in t- dağılımı
- TABLO B. F değerleri dağılımında %5 alanını ayıran kritik değerler
- TABLO C. F değerleri dağılımında %1 alanını ayıran kritik değerler
- TABLO D. $P=0.05$ noktasındaki standardize edilmiş varyasyon genişlikleri (Duncan testi)
- TABLO E. $P=0.01$ noktasındaki standardize edilmiş varyasyon genişlikleri (Duncan testi)

TABLO A. Student'in t- dağılımı (S.D.; serbestlik derecesi)

P(.den büyük "t" değerlerinin oluş ihtimali) Çift taraflı test için olasılıklar					
S.D.	%20	%10	%5	%2	%1
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	1.383	1.834	2.262	2.821	3.250
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	1.356	1.782	2.179	2.581	3.055
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750
40	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704
50	1.299	1.676	2.008	2.403	2.678
60	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660
80	1.292	1.664	1.990	2.374	2.638
100	1.290	1.660	1.984	2.364	2.626
200	1.286	1.653	1.972	2.345	2.601
∞	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576
	%10	%5	%2.5	%1	%0.5
Tek taraflı test için olasılıklar					

TABLO B. F değerleri dağılımında P-0.05 alanını ayıran kritik değerler

Gruplar içi kareler ortalaması serbestlik derecesi	Gruplar arası kareler ortalaması serbestlik derecesi										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.93
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.78	4.74	4.70
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.03
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.63	3.60
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.34	3.31
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.32	3.29	3.23	3.18	3.13	3.10
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.97	2.94
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.86	2.82
12	4.75	3.88	3.49	3.26	3.11	3.00	2.92	2.85	2.80	2.76	2.72
13	4.67	3.80	3.41	3.18	3.02	2.92	2.84	2.77	2.72	2.67	2.63
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.77	2.70	2.65	2.60	2.56
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.70	2.64	2.59	2.55	2.51
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.45
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.62	2.55	2.50	2.45	2.41
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.37
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.55	2.48	2.43	2.38	2.34
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.52	2.45	2.40	2.35	2.31
25	4.24	3.38	2.99	2.76	2.60	2.49	2.41	2.34	2.28	2.24	2.20
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.34	2.27	2.21	2.16	2.12
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.07	2.04
60	4.00	3.15	2.76	2.52	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.95
120	3.92	3.07	2.68	2.44	2.29	2.17	2.08	2.01	1.95	1.90	1.86
∞	3.84	2.99	2.60	2.37	2.21	2.09	2.01	1.94	1.88	1.83	1.79

TABLO C. F değerleri dağılımında P-0.01alanını ayıran kritik değerler

Gruplar içi kareler ortalaması serbestlik derecesi	Gruplar arası kareler ortalaması serbestlik derecesi										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
4	21.20	18.00	16.69	15.98	15.52	15.21	14.90	14.80	14.66	14.54	14.45
5	16.26	13.27	12.06	11.39	10.97	10.67	10.40	10.28	10.15	10.05	9.96
6	13.74	10.92	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87	7.79
7	12.25	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	7.00	6.84	6.71	6.62	6.54
8	11.26	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.19	6.03	5.91	5.82	5.74
9	10.56	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.62	5.47	5.35	5.26	5.18
10	10.04	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.21	5.06	4.95	4.85	4.78
11	9.65	7.20	6.22	5.67	5.32	5.07	4.88	4.74	4.63	4.54	4.46
12	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.65	4.50	4.39	4.30	4.22
13	9.07	6.70	5.74	5.20	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19	4.10	4.02
14	8.86	6.51	5.56	5.03	4.69	4.46	4.28	4.14	4.03	3.94	3.86
15	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89	3.80	3.73
16	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78	3.69	3.61
17	8.40	6.11	5.18	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68	3.59	3.52
18	8.28	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.85	3.71	3.60	3.51	3.44
19	8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52	3.43	3.36
20	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.71	3.56	3.45	3.37	3.30
25	7.77	5.57	4.68	4.18	3.86	3.63	3.46	3.32	3.21	3.13	3.05
30	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.06	2.98	2.90
40	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.88	2.80	2.73
60	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72	2.63	2.56
120	6.84	4.78	3.94	3.47	3.17	2.95	2.79	2.65	2.56	2.47	2.40
∞	6.64	4.60	3.78	3.32	3.02	2.80	2.64	2.51	2.41	2.32	2.24

TABLO D. $p=0.05$ noktasındaki standardize edilmiş varyasyon genişlikleri (Duncan testi)

Hata serbestlik derecesi	Grup sayıları										
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	3.93	4.01	4.03	4.03	4.03	4.03	4.03	4.03	4.03	4.03	4.03
5	3.64	3.75	3.80	3.81	3.81	3.81	3.81	3.81	3.81	3.81	3.81
6	3.46	3.59	3.65	3.68	3.69	3.70	3.70	3.70	3.70	3.70	3.70
7	3.34	3.48	3.55	3.59	3.61	3.62	3.63	3.63	3.63	3.63	3.63
8	3.26	3.40	3.47	3.52	3.55	3.57	3.57	3.58	3.58	3.58	3.58
9	3.20	3.34	3.42	3.47	3.50	3.52	3.54	3.54	3.55	3.55	3.55
10	3.15	3.29	3.38	3.43	3.47	3.49	3.51	3.52	3.52	3.53	3.53
11	3.11	3.26	3.34	3.40	3.43	3.46	3.48	3.49	3.50	3.51	3.51
12	3.08	3.22	3.31	3.37	3.41	3.44	3.46	3.47	3.48	3.49	3.50
13	3.05	3.20	3.29	3.35	3.39	3.42	3.44	3.46	3.47	3.48	3.48
14	3.03	3.18	3.27	3.33	3.37	3.40	3.43	3.44	3.46	3.47	3.47
15	3.01	3.16	3.25	3.31	3.36	3.39	3.41	3.43	3.45	3.46	3.47
16	3.00	3.14	3.24	3.30	3.34	3.38	3.40	3.42	3.44	3.45	3.46
17	2.98	3.13	3.22	3.28	3.33	3.37	3.39	3.41	3.43	3.44	3.45
18	2.97	3.12	3.21	3.27	3.32	3.36	3.38	3.41	3.42	3.43	3.45
19	2.96	3.11	3.20	3.26	3.31	3.35	3.38	3.40	3.41	3.43	3.44
20	2.95	3.10	3.19	3.26	3.30	3.34	3.37	3.39	3.41	3.42	3.44
24	2.92	3.07	3.16	3.23	3.28	3.32	3.34	3.37	3.39	3.41	3.42
30	2.89	3.03	3.13	3.20	3.25	3.29	3.32	3.35	3.37	3.39	3.41
40	2.86	3.01	3.10	3.17	3.22	3.27	3.30	3.33	3.35	3.37	3.39
60	2.83	2.98	3.07	3.14	3.20	3.24	3.28	3.31	3.33	3.36	3.37
120	2.80	2.95	3.05	3.12	3.17	3.22	3.25	3.29	3.31	3.34	3.36
∞	2.77	2.92	3.02	3.09	3.15	3.19	3.23	3.26	3.29	3.32	3.34

TABLO E. P=0.01 noktasındaki standardize edilmiş varyasyon genişlikleri (Duncan testi)

Hata serbestlik derecesi	Grup sayıları										
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	6.512	6.677	6.740	6.756	6.756	6.756	6.756	6.756	6.756	6.756	6.756
5	5.702	5.893	6.040	6.065	6.074	6.074	6.074	6.074	6.074	6.074	6.074
6	5.243	5.439	5.549	5.614	5.655	5.680	5.694	5.701	5.703	5.703	5.703
7	4.949	5.145	5.260	5.334	5.383	5.416	5.439	5.454	5.464	5.470	5.472
8	4.746	4.939	5.057	5.135	5.189	5.227	5.256	5.276	5.291	5.302	5.309
9	4.596	4.787	4.906	4.986	5.043	5.086	5.118	5.142	5.160	5.174	5.185
10	4.482	4.671	4.790	4.871	4.931	4.975	5.010	5.037	5.058	5.074	5.088
11	4.392	4.579	4.697	4.780	4.841	4.887	4.924	4.952	4.975	4.994	5.009
12	4.320	4.504	4.622	4.706	4.767	4.815	4.852	4.883	4.907	4.927	4.944
13	4.260	4.442	4.560	4.644	4.706	4.755	4.793	4.824	4.850	4.872	4.889
14	4.210	4.391	4.508	4.591	4.654	4.704	4.743	4.775	4.802	4.824	4.843
15	4.168	4.347	4.463	4.547	4.610	4.660	4.700	4.733	4.760	4.783	4.803
16	4.131	4.309	4.425	4.509	4.572	4.622	4.663	4.696	4.724	4.748	4.768
17	4.099	4.275	4.391	4.475	4.539	4.589	4.630	4.664	4.693	4.717	4.738
18	4.071	4.246	4.362	4.445	4.509	4.560	4.601	4.635	4.664	4.689	4.711
19	4.046	4.220	4.335	4.419	4.483	4.534	4.575	4.610	4.639	4.665	4.686
20	4.024	4.197	4.312	4.395	4.459	4.510	4.552	4.587	4.617	4.642	4.664
24	3.956	4.126	4.239	4.322	4.386	4.437	4.480	4.516	4.546	4.573	4.596
30	3.889	4.056	4.168	4.250	4.314	4.366	4.409	4.445	4.477	4.504	4.528
40	3.825	3.988	4.098	4.180	4.244	4.276	4.339	4.376	4.408	4.436	4.461
60	3.762	3.922	4.031	4.111	4.174	4.226	4.270	4.307	4.340	4.368	4.394
120	3.702	3.858	3.965	4.044	4.107	4.158	4.202	4.239	4.272	4.301	4.327
∞	3.643	3.796	3.900	3.978	4.040	4.091	4.135	4.172	4.205	4.235	4.261