

**MODEL KAVRAMI ve KARELER ORTALAMALARININ BEKLENEN
UNSURLARI**

Bir deneme tertiplenerek veriler toplandığı zaman araştırmacının denemesini tertiplerken hangi modeli dikkate aldığı verilerin analizi bakımından çok önemlidir. Çünkü analiz sonucunda elde edilen sonuçların yorumlanması ve kareler toplamalarının beklenen unsurlarının belirlenmesi tamamen hangi modelin dikkate alındığına bağlıdır.

Denemenin tertiplenmesi aşamasında modelin belirlenmesi gerekir. Araştırmacı, denemesini tertiplerken;

1. **Sabit Model (Fixed Model, Model I),**
2. **Rastgele Model (Random Model, Model II) veya**
3. **Karışık Model (Mixed Model, Model III)'den**

birini seçmek, daha doğrusu denemesini hangi modeli dikkate alarak tertipleyeceğine karar vermek zorundadır.

1. Sabit Model (Fixed Model, Model I)

Bu tip denemelerde faktörlere ait haller hep belirli amaçlar için belirlendiklerinden hipotezler, söz konusu faktörlerin ve interaksyonların söz konusu parametreye etki yapıp yapmadıkları şeklindedir. Yani, $H_0: E_i=0$ 'dır.

Tek faktörün k tane seviyesinin tesadüf parselleri deneme düzeninde n tekerrürlü denendiği bir denemede sabit model dikkate alınmış ise bu denemeden toplanan verilere ait varyans analizi tablosu ve kareler ortalamalarının beklenen unsurları aşağıdaki tabloda görüldüğü gibi olacaktır.

Varsayılan Kaynağı	Serbestlik Derecesi	Kareler Ortalamalarının Beklenen Unsurları
Gruplar arası	(k-1)	$\sigma_{iç}^2 + n E_{ara}$
Gruplar içi (Hata)	k(n-1)	$\sigma_{iç}^2$
Genel	(nk-1)	

Bu modelde deneme tertiplenirken araştırmacı A faktörünün a seviyeleri ve B faktörünün b seviyeleri ile ilgilidir. Bu modelde söz konusu parametre üzerine, varsayılan faktör ve interaksyon etkilerinin sıfır olduğu şeklindedir ve aşağıdaki şekilde gösterilebilir.

$$\sum_{i=1}^a \alpha_i = \sum_{j=1}^b \beta_j = \sum_{i=1}^a (\alpha\beta)_{ij} = \sum_{j=1}^b (\alpha\beta)_{ij} = 0$$

Varyans analizi sonucunda hesaplanan faktör seviyeleri ve interaksyona ait etki miktarları ise aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$E_A = \frac{\sum_{i=1}^a \alpha_i^2}{(a-1)} \quad E_B = \frac{\sum_{j=1}^b \beta_j^2}{(b-1)} \quad E_{AB} = \frac{\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b (\alpha\beta)_{ij}^2}{(a-1)(b-1)}$$

Sabit modele göre, A faktörünün a, B faktörünün b seviyesinin n tekerrürlü denendiği bir denemeden elde edilen verilerin analizi sonucunda elde edilecek kareler ortalamaları ve kareler ortalamalarının beklenen unsurları aşağıda düzenlenen tabloda verildiği şekilde olacaktır.

Varyasyon kaynağı	Serbestlik derecesi	Kareler ortalamalarının beklenen unsurları
A'lar arası	(a-1)	$\sigma^2 + n.b.E_a$
B'ler arası	(b-1)	$\sigma^2 + n. a. E_b$
A*B interaksyonu	(a-1)(b-1)	$\sigma^2 + n E_{ab}$
Hata	ab(n-1)	σ^2

Tabloda görüldüğü gibi, Fixed modelde, herhangi bir özel etki, diğer faktörlerin etkisi ve aralarındaki interaksyondan etkilenmez. Bu sebeple de bütün etkiler hataya karşı test edilir, yani F-değeri hesaplanırken varyasyon kaynaklarına ait kareler ortalamaları hata kareler ortalamasına bölünerek hesaplanır. Hesaplanan F-değerine göre yapılan hipotez kontrolünde en az iki grup arasındaki farkın istatistik olarak önemli olduğuna karar verilmiş ise hangi gruplar arasındaki farkların istatistik olarak önemli olduğu çoklu karşılaştırma yöntemleri kullanılarak kontrol edilir.

2. Rastgele Model (Random Model, Model II)

Eğer araştırmacı denemesinde araştırmak istediği A ve B faktörlerinin belirli seviyeleri ile ilgilenmeyip, bu seviyeleri popülasyondan rastgele seçmeyi planlıyorsa bu durumda dikkate alınan model Rastgele modeldir. Bu modele göre tertiplenen denemelerde dikkate alınan faktörlerin seviyeleri popülasyondan tamamen tesadüfen seçilir ve genellikle bu modelin kullanımı temel araştırmalarda söz konusudur. Faktör seviyeleri popülasyondan tamamen tesadüfen seçildiği için faktör seviyelerine ait ortalamaların, aynı popülasyondan tesadüfen seçilmiş tesadüf örnekleri ortalamalarının gösterdiği şekilde bir dağılım gösterdiği kabul edilir.

Bir deneme Rastgele Model dikkate alınarak tertiplenmiş ise bu, toplanan verilerde söz konusu olan varyasyon kaynaklarındaki varyans unsurlarının mutlak ve toplam varyanstaki nispi miktarlarını hesaplama imkanı sağlar.

Tek faktörün k tane seviyesinin tesadüf parselleri deneme düzeninde n tekerrürlü denendiği bir denemede rastgele model dikkate alınmış ise bu denemeden toplanan verilere ait varyans analizi tablosu ve kareler ortalamalarının beklenen unsurları aşağıdaki tabloda görüldüğü gibi olacaktır.

Varyasyon Kaynağı	Serbestlik Derecesi	Kareler Ortalamalarının Beklenen Unsurları
Gruplar arası	(k-1)	$\sigma_{iç}^2 + n \sigma_{ara}^2$
Gruplar içi (Hata)	k(n-1)	$\sigma_{iç}^2$
Genel	(nk-1)	

Varyans analizi tablosunda varyasyon kaynaklarına ait kareler ortalamalarının beklenen unsurları belirlendikten sonra toplam varyans;

$$\sigma_T^2 = \sigma_{iç}^2 + \sigma_{ara}^2$$

şeklinde hesaplanır. Deney üniteleri arasındaki farklılığın ölçüsü $\sigma_{iç}^2$ 'tir. Bunun toplam varyanstaki payı ise $\sigma_{iç}^2 / \sigma_T^2$ 'dir. $(1 - \sigma_{iç}^2 / \sigma_T^2)$ ise deney ünitelerinin birbirlerine benzerlik derecesidir.

Gruplar arası varyansın toplam varyanstaki payını hesaplamak için σ_{ara}^2 hesaplanır ve $\sigma_{ara}^2 / \sigma_T^2$ bulunur.

Eğer muamele gruplarındaki gözlem sayıları eşit değil ise "n" yerine "n₀" aşağıdaki şekilde hesaplanır.

$$n_0 = \frac{1}{(k-1)} \left(N - \frac{\sum_{i=1}^k n_i^2}{N} \right)$$

Rastgele modele göre, A faktörünün a, B faktörünün b seviyesinin n tekerrürlü denendiği bir denemeden elde edilen verilerin analizi sonucunda elde edilecek kareler ortalamaları ve kareler ortalamalarının beklenen unsurları aşağıdaki tabloda verildiği şekilde olacaktır.

Varyasyon kaynağı	Serbestlik derecesi	Kareler ortalamalarının beklenen unsurları
A'lar	(a-1)	$\sigma^2 + n.b. \sigma_a^2 + n \sigma_{ab}^2$
B'ler	(b-1)	$\sigma^2 + n.a. \sigma_b^2 + n \sigma_{ab}^2$
A*B interaksiyonu	(a-1)(b-1)	$\sigma^2 + n \sigma_{ab}^2$
Hata	ab(n-1)	σ^2

Varyans analizi tablosunda görüldüğü gibi Rastgele modelde üzerinde durulan bir özel etki, aralarında interaksiyon bulunan diğer faktörün etkisi ile karışır. Bu sebeple F-değerleri hesaplanırken bu durum dikkate alınır.

ÖRNEK 1:

Aynı ırktan çeşitli yaşlardaki koyunlardan oluşan bir sürüde bir mevsimde doğan erkek kuzularda doğum ağırlığına ana yaşının etki payını hesaplamak için ana yaşlarına göre doğan erkek kuzuların doğum ağırlıkları aşağıdaki gibi bulunmuştur.

ANA YAŞLARI				
2	3	4	5	6
3.4	3.8	4.4	4.5	4.3
3.6	4.0	4.2	4.2	4.7
4.0	4.2	4.6	4.4	4.6
3.8	3.9	4.5	4.4	4.5
4.3	3.9	4.0	4.6	4.4
3.9	4.4	4.9	4.7	4.3
3.8	4.5	4.2	4.0	4.3
3.7	4.3	4.4	4.2	4.4
3.5	4.1	4.3	4.3	4.2
$\Sigma 2 = 34.0$	$\Sigma 3 = 37.1$	$\Sigma 4 = 39.5$	$\Sigma 5 = 39.3$	$\Sigma 6 = 39.7$

Genel Toplam=189.6

$$GKT = 3.4^2 + 3.6^2 + 4.0^2 + \dots + 4.3^2 + 4.4^2 + 4.2^2 - \frac{189.6^2}{45} = 4.832$$

$$GAKT = \frac{34^2 + 37.1^2 + 39.5^2 + 39.3^2 + 39.7^2}{9} - \frac{189.6^2}{45} = 2.623$$

$$GIKT = 4.832 - 2.623 = 2.209$$

Veriler için varyans analizi tablosu aşağıdaki gibi düzenlenir.

Varyasyon Kaynağı	Serbestlik derecesi	Kareler toplamı	Kareler ortalaması	F-değeri
Ana yaşları arası	4	2.623	0.6558	11.88**
Hata	40	2.209	0.0552	
Genel	44	4.832	-	

Hesaplanan F-değeri %1 seviyesinde 4 ve 40 serbestlik dereceli F-dağılımı tablo değerinden (Tablo C) büyük olduğu için $H_0: \sigma_{ara}^2 = 0$ hipotezi reddedilir ve ana yaşının doğum ağırlığını etkileyen önemli bir çevre faktörü olduğuna karar verilir, yani σ_{ara}^2 vardır. Bunun mutlak ve nispi miktarı da şöyle hesaplanır:

KO'sının Beklenen Unsurları	KO
$\sigma_{iç}^2 + 9 \sigma_{ara}^2$	0.6558
$\sigma_{iç}^2$	0.0552

$$\sigma_{iç}^2=0.0552 \quad 0.6558=0.0552 + 9\sigma_{ara}^2 \text{ olduğundan;}$$

$$\sigma_{ara}^2 = \frac{0.6558 - 0.0552}{9} = 0.06673$$

olarak hesaplanır. Bu durumda toplam varyans, $\sigma_T^2 = \sigma_{iç}^2 + \sigma_{ara}^2$ olduğundan,

$$\sigma_T^2 = 0.0552 + 0.06673 = 0.12193 \text{ olarak bulunur.}$$

$\sigma_{ara}^2 / \sigma_T^2 = 0.06673 / 0.12193 = 0.5473$ olarak bulunur ki bu ana yaşının etki payıdır. Buna göre, ana yaşı erkek yavruların doğum ağırlığı bakımından gösterdikleri varyasyonun %54.73'ünü meydana getiren önemli bir çevre faktörüdür. Yani sürüdeki farklılığın %54.73'ü ana yaşının etkisinden kaynaklanıyor sonucuna varılır.

Deney üniteleri arasındaki farklılığın ölçüsü, yani hata unsurlarından kaynaklanan varyasyon $\sigma_{iç}^2$ olup bunun da toplam varyanstaki payı $0.0552 / 0.12193 = 0.4527$ yani %45.27'dir.

$\sigma_{ara}^2 / \sigma_T^2 = 0.5473$ grup içi korelasyon katsayısı olarak da bilinir ve doğum ağırlığı bakımından erkek kuzuların birbirlerine benzerlik derecesidir.

ÖRNEK 2:

5 adet Siyah Alaca ineğin 3 laktasyon boyunca süt verimleri aşağıdaki gibi bulunmuştur.

İnekler	Laktasyon1	Laktasyon2	Laktasyon3
1	4650	4790	5120
2	4500	4850	5000
3	4800	5000	5250
4	4700	4870	5200
5	4680	5020	5120
	$\Sigma 1 = 23330$	$\Sigma 2 = 24530$	$\Sigma 3 = 25690$

Genel Toplam=73550

$$GKT = 4650^2 + 4500^2 + 4800^2 + \dots + 5250^2 + 5200^2 + 5120^2 - \frac{73550^2}{15} = 679933.3$$

$$GAKT = \frac{23330^2 + 24530^2 + 25690^2}{5} - \frac{73550^2}{15} = 557013.3$$

$$GIKT = 679933.3 - 557013.3 = 122920$$

Veriler için varyans analizi tablosu aşağıdaki gibi düzenlenir.

Varyasyon Kaynağı	sd	KT	KO	F-değeri
Laktasyonlar arası	2	557013.3	278506.67	
Hata	12	122920.0	10243.3	
Genel	14	679933.3	-	

Araştırmacı verilerini analiz ederek varyans analizi tablosunu düzenledikten sonra tekrarlanma derecesini hesaplamak isteyebilir. Tekrarlanma derecesi, aynı bireyin ilerleyen dönemlerde belirli bir karakteri ne oranda aynı şekilde gösterdiğini belirtir. Varyans analizi tablosunda sınıf (grup) içi korelasyon katsayısı olarak da bilinen tekrarlanma derecesi $r = \sigma_{\text{ara}}^2 / \sigma_T^2$ olarak hesaplanır.

KO'sının Beklenen Unsurları	KO
$\sigma_{\text{iç}}^2 + 5 \sigma_{\text{ara}}^2$	278506.67
$\sigma_{\text{iç}}^2$	10243.3

$\sigma_{\text{iç}}^2 = 10243.3$ ve $278506.67 = 10243.3 + 5 \sigma_{\text{ara}}^2$ olduğundan; $\sigma_{\text{ara}}^2 = 53652.67$ olarak bulunur.

Bu durumda tekrarlanma derecesi;

$$r = \frac{\sigma_{\text{ara}}^2}{\sigma_{\text{ara}}^2 + \sigma_{\text{iç}}^2} = \frac{53652.67}{53652.67 + 10243.3} = 0.8397$$

olarak hesaplanır. Yani, her bir hayvandan I. laktasyonda elde edilen süt veriminin gelecek laktasyon dönemlerinde tekrarlanma olasılığı %83.97'dir.

3. Karışık model (Mixed Model, Model III)

Mixed modelde denemede dikkate alınan faktör seviyelerinin bir kısmı SABİT (Fixed), bir kısmı rastgele (Random) seçilirler.

A faktörünün a seviyesinin, B faktörünün b seviyesinin n tekerrürlü olarak mixed modele göre denendiği bir denemeden elde edilen verilerin analizi sonucunda elde edilecek kareler ortalamaları ve kareler ortalamalarının beklenen unsurları aşağıdaki varyans analizi tablosunda verildiği şekilde olacaktır.

Tablo 3. Mixed modele göre kareler ortalamalarının beklenen unsurları

Varyasyon kaynağı	Serbestlik derecesi	Kareler ortalamalarının beklenen unsurları A rastgele, B özel	Kareler ortalamalarının beklenen unsurları A özel, B rastgele
A'lar	(a-1)	$\sigma^2 + n.b. \sigma_a^2$	$\sigma^2 + n.b.E_a + n \sigma_{ab}^2$
B'ler	(b-1)	$\sigma^2 + n.a.E_b + n \sigma_{ab}^2$	$\sigma^2 + n.a. \sigma_b^2$
A*B interaksyonu	(a-1)(b-1)	$\sigma^2 + n \sigma_{ab}^2$	$\sigma^2 + n \sigma_{ab}^2$
Hata	ab(n-1)	σ^2	σ^2

Seçilen modele bağlı olarak F-değerinin nasıl hesaplanması gerektiği aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Varyasyon kaynağı	Model I	Model II	Model III	
			A rastgele, B özel	A özel, B rastgele
A'lar	KO_A / KO_{Hata}	KO_A / KO_{AXB}	KO_A / KO_{Hata}	KO_A / KO_{AXB}
B'ler	KO_B / KO_{Hata}	KO_B / KO_{AXB}	KO_B / KO_{AXB}	KO_B / KO_{Hata}
A*B interaksyonu	KO_{AXB} / KO_{Hata}	KO_{AXB} / KO_{Hata}	KO_{AXB} / KO_{Hata}	KO_{AXB} / KO_{Hata}
Hata				

Anlaşılabacağı üzere, Model I'de herhangi bir özel etki, diğer faktörün etkisi veya aralarındaki interaksyon etkisinden etkilenmez. Bu istatistiksel modeldeki terimlerin tanımlanması ile gösterilebilir. Yani bütün etkiler deneme hatasına karşı test edilir.

Model II'de ise üzerinde durulan herhangi bir özel etki, aralarında interaksyon bulunan diğer faktörün etkisi ile karışır.

Model III'de F-değerinin hesaplanması hangi faktörün özel, hangi faktörün rastgele seçildiğine bağlıdır.

İÇ-İÇE GRUPLAR DENEME DÜZENİ

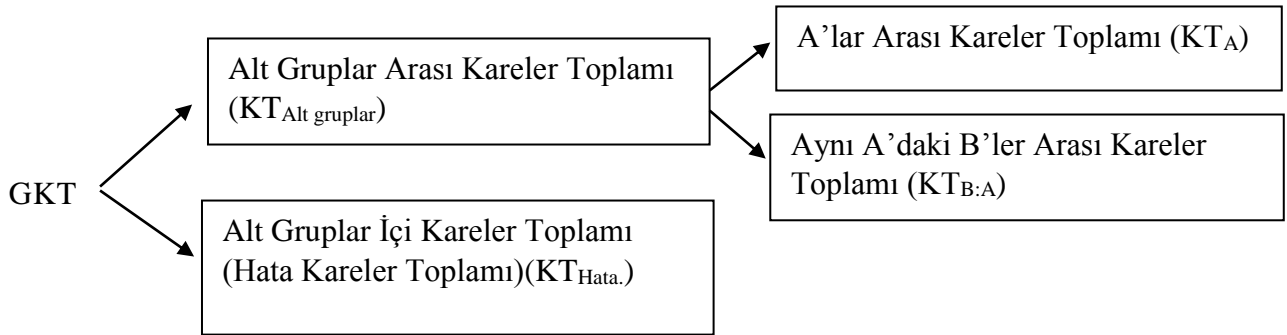
Bu deneme planında bir faktörün her seviyesi altında başka bir faktörün değişik seviyeleri yer alır. Örneğin, A faktörünün her seviyesi (üst gruplar) ile denenen B faktörünün seviyeleri (alt gruplar) birbirinden farklıdır. Bu deneme planı aşağıdaki şekilde gösterilebilir.

A Faktörü	1			2		
B Faktörü	1	2	3	4	5	
Tekerrür	-	-	-	-	-	
	-	-	-	-	-	
	-	-	-	-	-	
	-	-	-	-	-	

Bu deneme tertibinde birden fazla faktör vardır. Fakat her bir faktörün seviyesinde denen diğer faktörün seviyeleri aynı değildir. Bu deneme tertibine İç-içe gruplar deneme tertibi denir. İç-içe gruplar deneme tertibinin Faktöriyel denemelerden farkı; bu deneme tertibinde yürütülen denemelerde A ile B faktörleri arasındaki interaksiyon kontrol edilemez. İç-içe deneme tertibinde birinci faktörün her seviyesinde ikinci faktörün eşit sayıda seviyesinin tekrarlanması gerekmez.

İç-içe deneme planı özellikle genetikte ve hayvan ıslahında önemlidir. Genellikle, bu deneme düzeni yardımıyla varyans unsurlarından; Kalıtım derecesi, tekrarlanma derecesi, fenotipik ve genotipik korelasyonların tahmin edilmesinde faydalanılmaktadır.

Bu deneme tertibinde GKT aşağıdaki şekilde varyasyon kaynaklarına ayrılır:



Bu durumda;

$$GKT = KT_{\text{Alt gruplar arası}} + KT_{\text{Alt gruplar içi(Hata)}} \text{ dır.}$$

Alt gruplar arası kareler toplamı ise;

$$KT_{\text{Alt gruplar arası}} = KT_A + KT_{B:A} \text{ dır.}$$

Söz konusu eşitlikler kullanılarak varyans analizi tablosunu düzenlemek için varyasyon kaynaklarına ait kareler toplamları hesaplanır.

A faktörünün “a” seviyesi ile B faktörünün “b” seviyesinin çalışılan özellik üzerine birlikte etkisinin iç-içe gruplar deneme tertibinde “n” tekerrürlü denendiği bir denemeden elde edilecek veriler için düzenlenecek varyans analizi tablosu varyasyon kaynakları ve varyasyon kaynaklarının serbestlik dereceleri ile birlikte aşağıdaki tabloda görülmektedir.

Varyasyon kaynağı	Serbestlik derecesi	KT	KO
A'lar arası	(a-1)	KT_A	$KT_A / (a-1)$
Aynı A'daki B'ler arası	a(b-1)	$KT_{B:A}$	$KT_{B:A} / a(b-1)$
Hata	ab(n-1)	KT_{Hata}	$KT_{Hata}/ab(n-1)$
Genel	(abn)-1	KT_{Genel}	-

ÖRNEK 1:

4 erkek bildircının her biri tamamen tesadüfen seçilen 3'er dişi bildircın ile çiftleştirilmiştir. Her bir erkek bildircının bir dişi ile çiftleştirilmesinden elde edilen 3'er yavruda araştırılan kan parametresine ait veriler aşağıdaki gibi elde edilmiştir. Bu denemenin amacı toplanan veriler kullanılarak yavru bildircınların kan parametreleri üzerine ana ve babanın etkilerinin araştırılmasıdır.

Erkekler	1			2			3			4		
Dişiler	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	78	59	70	56	78	54	56	62	78	56	78	62
	84	68	75	63	69	49	58	69	79	62	70	69
	83	62	74	69	63	64	60	64	83	58	79	64
Toplam (Dişiler)	245	189	219	188	210	167	174	195	240	176	227	195
Toplam (Erkekler)	653			565			609			598		

Genel Toplam: 2425

1. Aşama

$$1. \text{ GKT} = 78^2 + 84^2 + \dots + 62^2 + 69^2 + 64^2 - \frac{2425^2}{36} = 3006.306$$

$$2. \text{ Alt Gruplar Arası KT} = \frac{245^2 + 189^2 + \dots + 227^2 + 195^2}{3} - \frac{2425^2}{36} = 2472.97$$

$$3. \text{ Alt Gruplar İçi KT (Hata KT)} = 3006.306 - 2472.97 = 533.36$$

2. Aşama

$$1. \text{ Erkekler arası } KT = \frac{653^2 + 565^2 + 609^2 + 598^2}{9} - \frac{2425^2}{36} = 440.306$$

$$2. \text{ Aynı erkekteki Dişiler Arası } KT = 2472.97 - 440.306 = 2032.664$$

Kareler toplamları hesaplandıktan sonra varyans analizi tablosu aşağıdaki şekilde düzenlenir. Bu deneme erkekler ve dişiler tamamen tesadüfen seçildiği için kareler ortalamalarının beklenen unsurları aşağıdaki tablodaki gibi belirlenir.

Varyasyon Kaynağı	Serbestlik Derecesi	Kareler Toplamı	Kareler Ortalaması	Kareler Ortalamasının Beklenen Unsurları
Erkekler arası	3	440.306	146.769	$\sigma^2 + n_2 \sigma_{D:E}^2 + n_3 \sigma_E^2$
Aynı erkekteki Dişiler arası	8	2032.664	254.083	$\sigma^2 + n_1 \sigma_{D:E}^2$
Hata	24	533.336	22.222	σ^2
Genel	35	3006.306	-	

Bu örnekte $n_1=3$, yani her erkekte her dişinin 3'er yavrusu vardır, $n_2=3$, yani her erkekte 3'er dişi vardır ve $n_3=9$, yani her erkekte 9'ar yavru vardır. Tahmin edilen varyans unsurlarından yararlanarak kalıtım derecesi, tekrarlanma derecesi, fenotipik ve genotipik korelasyonların tahmin edilir.

Verilen örnekte üst gruplarda eşit sayıda alt grup, bunlar da ise eşit sayıda deney ünitesi vardır. Her zaman üst gruplardaki alt gruplar ve bunlardaki deney üniteleri eşit olmaya bilir. Üst gruplardaki alt gruplar ve bunlardaki deney üniteleri eşit olmadığı zaman varyans analizi tablosunun düzenlenmesi için kareler toplamlarının hesaplanmasında herhangi bir değişiklik olmaz. Fakat kareler ortalamalarının beklenen unsurlarındaki "n" değerlerinin hesaplanması gerekir.

ÖRNEK 2:

Bir bölgedeki alabalık üretiminin işletmeden işletmeye değişip değişmediğini araştırmak isteyen bir araştırmacı, büyük, orta ve küçük işletmelerden mevcutlarına göre rastgele seçtiği işletmelerde yıl boyunca farklı zamanlardaki üretim miktarları aşağıdaki tabloda verilmiştir. Burada araştırmacının amacı üretimin işletmeden işletmeye değişip değişmediğini araştırmak olduğu için karşılaştırmanın aynı büyüklükteki işletmeler arasında yapılması gerekli görülmüştür. Böylece bir yandan işletme büyüklüğünün etkisi kaldırılırken bir yandan da bu etki hesaplanabilecektir.

İşletme Tipi	Küçük		Büyük			Orta	
	1	2	3	4	5	6	7
İşletmeler	12	10	15	12	10	13	14
	9	12	16	12	9	13	16
	11	14	16	14	8	15	16
	12		13	16	10		13
	13		13		10		
			15				
Havuz sayısı	5	3	6	4	5	3	4
Toplam (İşletmeler)	57	36	88	54	47	41	59
Toplam (işletme tipleri)	93		189			100	

Genel Toplam: 382 N=30

1. Aşama

$$1. \text{ GKT} = 12^2 + 9^2 + \dots + 16^2 + 16^2 + 13^2 - \frac{382^2}{30} = 159.87$$

$$2. \text{ Alt Gruplar Arası KT} = \frac{57^2}{5} + \frac{36^2}{3} + \dots + \frac{41^2}{3} + \frac{59^2}{4} - \frac{382^2}{30} = 109.72$$

$$3. \text{ Alt Gruplar İçi KT (Hata KT)} = 159.87 - 109.72 = 50.15$$

2. Aşama

$$1. \text{ İşletme tipleri arası KT} = \frac{93^2}{8} + \frac{189^2}{15} + \frac{100^2}{7} - \frac{382^2}{30} = 26.96$$

$$2. \text{ Aynı tipteki işletmeler arası KT} = 109.72 - 26.96 = 82.76$$

Kareler toplamları hesaplandıktan sonra varyans analizi tablosu aşağıdaki şekilde düzenlenir. Bu deneme erkekler ve dişiler tamamen tesadüfen seçildiği için kareler ortalamalarının beklenen unsurları aşağıdaki tablodaki gibi belirlenir.

Varyasyon Kaynağı	Serbestlik Derecesi	Kareler Toplamı	Kareler Ortalaması
İşletme tipleri arası	2	26.96	13.48
Aynı tipteki işletmeler arası	4	82.76	20.69
Hata	23	50.15	2.18
Genel	29	159.87	-

Araştırmacının amacı, aynı tipteki işletmelerin yıl boyunca farklı üretimler elde edip etmediklerini kontrol etmektir. İşletme tipleri belirlendikten sonra her tipteki işletmeler tesadüfen seçilmiştir. Bu kontrolü yapmak için F-değeri, $F = 20.69 / 2.18 = 9.49$ olarak hesaplanır. Hesaplanan F-değeri 4 ve 23 serbestlik dereceli (F-dağılımı tablosunda 23 hata serbestlik derecesi olmadığından 25 serbestlik derecesine bakılmıştır.) F-dağılımı tablo değeri 2.76 (Tablo B) olduğundan H_0 hipotezi reddedilmiş ve aynı tipteki işletmelerin yıl boyunca farklı üretimler elde ettiğine karar verilmiştir.

Yararlanılan Kaynaklar

- DÜZGÜNEŞ, O. VE AKMAN, N. (1985). Varyasyon Kaynakları. Ankara Üniversitesi, Ziraat Fakültesi Yayınları: 954, Ofset Basım Ders Notu: 14. Ankara.
- DÜZGÜNEŞ, O., KESİCİ, T., KAVUNCU, O. ve GÜRBÜZ, F. 1987. Araştırma ve Deneme Metodları. (İstatistik Metodları II). Ankara Üniversitesi, Ziraat Fakültesi Yayınları: 1021, Ders Kitabı: 295. Ankara.
- MONTGOMERY, D. C. (2001). Design and Analysis of Experiments (Fifth Edition). John Wiley & Sons Inc., New York, USA.
- PETERSEN, G. R. 1985. Design and Analysis of Experiments. Marcel Dekker, Inc., New York and Basel.
- SNEDECOR, W. and COCHRAN W. G. 1980. Statistical Methods. Seventh Edition. The Iowa state University Press, Ames, Iowa, USA.

İstatistik Tablolar

- TABLO A. Student'in t- dağılımı
- TABLO B. F değerleri dağılımında %5 alanını ayıran kritik değerler
- TABLO C. F değerleri dağılımında %1 alanını ayıran kritik değerler
- TABLO D. $P=0.05$ noktasındaki standardize edilmiş varyasyon genişlikleri (Duncan testi)
- TABLO E. $P=0.01$ noktasındaki standardize edilmiş varyasyon genişlikleri (Duncan testi)

TABLO A. Student'in t- dağılımı (S.D.; serbestlik derecesi)

P(..den büyük "t" değerlerinin oluş ihtimali)					
Çift taraflı test için olasılıklar					
S.D.	%20	%10	%5	%2	%1
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	1.383	1.834	2.262	2.821	3.250
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	1.356	1.782	2.179	2.581	3.055
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750
40	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704
50	1.299	1.676	2.008	2.403	2.678
60	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660
80	1.292	1.664	1.990	2.374	2.638
100	1.290	1.660	1.984	2.364	2.626
200	1.286	1.653	1.972	2.345	2.601
∞	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576
	%10	%5	%2.5	%1	%0.5
Tek taraflı test için olasılıklar					

TABLO B. F değerleri dağılımında P-0.05 alanını ayıran kritik değerler

Gruplar içi kareler ortalaması serbestlik derecesi	Gruplar arası kareler ortalaması serbestlik derecesi										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.93
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.78	4.74	4.70
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.03
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.63	3.60
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.34	3.31
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.32	3.29	3.23	3.18	3.13	3.10
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.97	2.94
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.86	2.82
12	4.75	3.88	3.49	3.26	3.11	3.00	2.92	2.85	2.80	2.76	2.72
13	4.67	3.80	3.41	3.18	3.02	2.92	2.84	2.77	2.72	2.67	2.63
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.77	2.70	2.65	2.60	2.56
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.70	2.64	2.59	2.55	2.51
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.45
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.62	2.55	2.50	2.45	2.41
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.37
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.55	2.48	2.43	2.38	2.34
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.52	2.45	2.40	2.35	2.31
25	4.24	3.38	2.99	2.76	2.60	2.49	2.41	2.34	2.28	2.24	2.20
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.34	2.27	2.21	2.16	2.12
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.07	2.04
60	4.00	3.15	2.76	2.52	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.95
120	3.92	3.07	2.68	2.44	2.29	2.17	2.08	2.01	1.95	1.90	1.86
∞	3.84	2.99	2.60	2.37	2.21	2.09	2.01	1.94	1.88	1.83	1.79

TABLO C. F değerleri dağılımında P-0.01alanını ayıran kritik değerler

Gruplar içi kareler ortalaması serbestlik derecesi	Gruplar arası kareler ortalaması serbestlik derecesi										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
4	21.20	18.00	16.69	15.98	15.52	15.21	14.90	14.80	14.66	14.54	14.45
5	16.26	13.27	12.06	11.39	10.97	10.67	10.40	10.28	10.15	10.05	9.96
6	13.74	10.92	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87	7.79
7	12.25	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	7.00	6.84	6.71	6.62	6.54
8	11.26	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.19	6.03	5.91	5.82	5.74
9	10.56	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.62	5.47	5.35	5.26	5.18
10	10.04	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.21	5.06	4.95	4.85	4.78
11	9.65	7.20	6.22	5.67	5.32	5.07	4.88	4.74	4.63	4.54	4.46
12	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.65	4.50	4.39	4.30	4.22
13	9.07	6.70	5.74	5.20	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19	4.10	4.02
14	8.86	6.51	5.56	5.03	4.69	4.46	4.28	4.14	4.03	3.94	3.86
15	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89	3.80	3.73
16	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78	3.69	3.61
17	8.40	6.11	5.18	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68	3.59	3.52
18	8.28	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.85	3.71	3.60	3.51	3.44
19	8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52	3.43	3.36
20	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.71	3.56	3.45	3.37	3.30
25	7.77	5.57	4.68	4.18	3.86	3.63	3.46	3.32	3.21	3.13	3.05
30	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.06	2.98	2.90
40	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.88	2.80	2.73
60	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72	2.63	2.56
120	6.84	4.78	3.94	3.47	3.17	2.95	2.79	2.65	2.56	2.47	2.40
∞	6.64	4.60	3.78	3.32	3.02	2.80	2.64	2.51	2.41	2.32	2.24

TABLO D. $p=0.05$ noktasındaki standardize edilmiş varyasyon genişlikleri (Duncan testi)

Hata serbestlik derecesi	Grup sayıları										
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	3.93	4.01	4.03	4.03	4.03	4.03	4.03	4.03	4.03	4.03	4.03
5	3.64	3.75	3.80	3.81	3.81	3.81	3.81	3.81	3.81	3.81	3.81
6	3.46	3.59	3.65	3.68	3.69	3.70	3.70	3.70	3.70	3.70	3.70
7	3.34	3.48	3.55	3.59	3.61	3.62	3.63	3.63	3.63	3.63	3.63
8	3.26	3.40	3.47	3.52	3.55	3.57	3.57	3.58	3.58	3.58	3.58
9	3.20	3.34	3.42	3.47	3.50	3.52	3.54	3.54	3.55	3.55	3.55
10	3.15	3.29	3.38	3.43	3.47	3.49	3.51	3.52	3.52	3.53	3.53
11	3.11	3.26	3.34	3.40	3.43	3.46	3.48	3.49	3.50	3.51	3.51
12	3.08	3.22	3.31	3.37	3.41	3.44	3.46	3.47	3.48	3.49	3.50
13	3.05	3.20	3.29	3.35	3.39	3.42	3.44	3.46	3.47	3.48	3.48
14	3.03	3.18	3.27	3.33	3.37	3.40	3.43	3.44	3.46	3.47	3.47
15	3.01	3.16	3.25	3.31	3.36	3.39	3.41	3.43	3.45	3.46	3.47
16	3.00	3.14	3.24	3.30	3.34	3.38	3.40	3.42	3.44	3.45	3.46
17	2.98	3.13	3.22	3.28	3.33	3.37	3.39	3.41	3.43	3.44	3.45
18	2.97	3.12	3.21	3.27	3.32	3.36	3.38	3.41	3.42	3.43	3.45
19	2.96	3.11	3.20	3.26	3.31	3.35	3.38	3.40	3.41	3.43	3.44
20	2.95	3.10	3.19	3.26	3.30	3.34	3.37	3.39	3.41	3.42	3.44
24	2.92	3.07	3.16	3.23	3.28	3.32	3.34	3.37	3.39	3.41	3.42
30	2.89	3.03	3.13	3.20	3.25	3.29	3.32	3.35	3.37	3.39	3.41
40	2.86	3.01	3.10	3.17	3.22	3.27	3.30	3.33	3.35	3.37	3.39
60	2.83	2.98	3.07	3.14	3.20	3.24	3.28	3.31	3.33	3.36	3.37
120	2.80	2.95	3.05	3.12	3.17	3.22	3.25	3.29	3.31	3.34	3.36
∞	2.77	2.92	3.02	3.09	3.15	3.19	3.23	3.26	3.29	3.32	3.34

TABLO E. P=0.01 noktasındaki standardize edilmiş varyasyon genişlikleri (Duncan testi)

Hata serbestlik derecesi	Grup sayıları										
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	6.512	6.677	6.740	6.756	6.756	6.756	6.756	6.756	6.756	6.756	6.756
5	5.702	5.893	6.040	6.065	6.074	6.074	6.074	6.074	6.074	6.074	6.074
6	5.243	5.439	5.549	5.614	5.655	5.680	5.694	5.701	5.703	5.703	5.703
7	4.949	5.145	5.260	5.334	5.383	5.416	5.439	5.454	5.464	5.470	5.472
8	4.746	4.939	5.057	5.135	5.189	5.227	5.256	5.276	5.291	5.302	5.309
9	4.596	4.787	4.906	4.986	5.043	5.086	5.118	5.142	5.160	5.174	5.185
10	4.482	4.671	4.790	4.871	4.931	4.975	5.010	5.037	5.058	5.074	5.088
11	4.392	4.579	4.697	4.780	4.841	4.887	4.924	4.952	4.975	4.994	5.009
12	4.320	4.504	4.622	4.706	4.767	4.815	4.852	4.883	4.907	4.927	4.944
13	4.260	4.442	4.560	4.644	4.706	4.755	4.793	4.824	4.850	4.872	4.889
14	4.210	4.391	4.508	4.591	4.654	4.704	4.743	4.775	4.802	4.824	4.843
15	4.168	4.347	4.463	4.547	4.610	4.660	4.700	4.733	4.760	4.783	4.803
16	4.131	4.309	4.425	4.509	4.572	4.622	4.663	4.696	4.724	4.748	4.768
17	4.099	4.275	4.391	4.475	4.539	4.589	4.630	4.664	4.693	4.717	4.738
18	4.071	4.246	4.362	4.445	4.509	4.560	4.601	4.635	4.664	4.689	4.711
19	4.046	4.220	4.335	4.419	4.483	4.534	4.575	4.610	4.639	4.665	4.686
20	4.024	4.197	4.312	4.395	4.459	4.510	4.552	4.587	4.617	4.642	4.664
24	3.956	4.126	4.239	4.322	4.386	4.437	4.480	4.516	4.546	4.573	4.596
30	3.889	4.056	4.168	4.250	4.314	4.366	4.409	4.445	4.477	4.504	4.528
40	3.825	3.988	4.098	4.180	4.244	4.276	4.339	4.376	4.408	4.436	4.461
60	3.762	3.922	4.031	4.111	4.174	4.226	4.270	4.307	4.340	4.368	4.394
120	3.702	3.858	3.965	4.044	4.107	4.158	4.202	4.239	4.272	4.301	4.327
∞	3.643	3.796	3.900	3.978	4.040	4.091	4.135	4.172	4.205	4.235	4.261