

TEKRARLANAN ÖLÇÜMLÜ DENEMELER

Aynı bireylerden veya nesnelere farklı zamanlarda ya da farklı muamele koşulları altında elde edilen ölçümlere tekrarlanan ölçüm (TÖ) adı verilir. Dolayısıyla da tekrarlanan ölçümler, birbirlerine bağımlıdır. Bu nedenle tekrarlanan ölçüm içeren denemelerde; ele alınan faktörün ya da faktörlerin seviyelerine ait ortalamalar arasındaki farklılıkların tesadüften ileri gelip gelmediğine ilişkin yapılacak hipotez kontrollerinde, bilinen varyans analizi tekniğinin uygulanabilmesi için gerekli olan ön şartlardan “gözlemlerin bağımsızlığı” ön şartı yerine gelmemiş olur. Gözlemlerin bağımsızlığı ön şartı, yalnız tekrarlanan ölçüm içeren denemelerde değil; aynı zamanda, aynı bireylerin ya da nesnelere farklı bölgelerinden elde edilen ölçümlerde de yerine gelmemektedir (Kurita 1996). Meselâ üzerinde durulan konuya bağlı olarak; ikiz kardeşler veya aynı ebeveynlerin döllerinden elde edilen ölçümler, aynı ağacın güneye ve kuzeye bakan dallarının verimi, aynı bireyin sağ ve sol yan ölçümleri, aynı bireyin alt ve üst çene ölçümleri gibi durumlar da tekrarlanan ölçüm sınıfına girmekte ve “gözlemlerin bağımsızlığı” ön şartı yerine gelmemektedir.

Bu nedenle tekrarlanan ölçüm içeren deneme düzenlerinin analizi bilinen varyans analizi tekniklerinden farklıdır. Gerek hesaplama adımlarındaki, gerekse de sonuçların yorumlanmasındaki zorluklar, bu tip deneme düzenlerinin kullanımını kısıtlamaktadır. Bazı kaynaklarda bu tip deneme düzenlerine, takip çalışmaları (longitudinal studies) veya denekler içi deneme düzeni (within subject design) adı da verilmektedir. Birçok istatistik kitabında bu tip deneme düzenleri, ileri düzeyde deneme teknikleri olarak değerlendirilmektedir. Bu kitapta mümkün olduğu kadar bu analiz teknikleri ayrıntılı olarak açıklanmaya çalışılmıştır.

Tekrarlanan ölçümlü deneme düzenlerinin nasıl olduğu veya hangi tip denemelerin bu düzene girdiğini açıklamak amacıyla aşağıdaki örnekler yardımcı olabilir. Aynı öğrencilerin sınav başındaki ve sınav sonundaki vücut sıcaklığı ölçümleri, aynı bireylerden farklı periyotlarda (zamanlarda veya dönemlerde) yapılan kan şekeri veya tansiyonun ölçümleri, aynı bireylerin alt çene ve üst çene ölçümleri veya sağ ve sol bölgesinden elde edilen ölçümler, aynı deneklerin farklı elektriksel uyarı şiddetindeki ölçüm değerleri, aynı hayvanların laktasyonun çeşitli dönemlerindeki süt verimleri, aynı kanatlı hayvanların çeşitli dönemlerde verdikleri yumurta verimleri, aynı hayvanların farklı bölgelerinden elde edilen etlerindeki % yağ oranları, aynı meyve ağaçlarının güneye ve kuzeye bakan dallarındaki verimleri veya farklı yıllardaki verimleri, aynı tarladan farklı yıllarda elde edilen ot verimleri gibi yapılan ölçümler tekrarlanan ölçümlere örnek olarak verilebilir ve bu tip örnekleri çoğaltmak mümkündür.

EŞ-YAPMA t-TESTİ

Eş yapma t-testi, Tekrarlanan ölçümlü deneme düzenlerinin en basit hali olup, temel istatistik metotları içinde verilmekte ve yaygın olarak kullanılmaktadır. Bu tip denemelerde, aynı birey ya da nesnelere iki ya da daha fazla periyotta ölçümler alınır. Aynı popülasyondan çekilen ve n adet birey içeren bir örneğe iki farklı muamele iki farklı

periyotta uygulanırsa veya üzerinde durulan özellik bakımından n bireylik örnekten iki farklı periyotta ölçümler alınır ve sonuçta muamele veya periyotların farklı etkiye sahip olup olmadıkları test edilmek istenirse eş yapma t-testi kullanılır. Böylece her hangi bir özelliğe ait aynı bireylerden iki farklı zamanda tespit edilen ölçümlerin ortalamaları arasındaki farkın önemli olmadığına veya bir başka ifade ile farkın tesadüften ileri geldiğine ilişkin kurulan test hipotezi kontrol edilebilir. İki den fazla muamele veya periyot altında elde edilen tekrarlanan ölçümlerin karşılaştırılmasında da bu test kullanılabilir. Misal olarak, ölçüm değerlerinin 3 periyotta elde edildiği düşünülürse; 1. ile 2. periyot, 1. ile 3. periyot ve 2. ile 3. periyot ortalamaları arasındaki farklar ayrı ayrı eş yapma t-testi ile kontrol edilebilir. Ancak bu durum, karşılaştırmalar birbirinden bağımsızmış gibi düşünülerek yapılmaktadır. Bu ise başlangıçta belirlenen I. tip hatanın (α) gerçekte artmasına yol açar. Ölçüm alınan periyot sayısı arttıkça başlangıçta belirlenen I. tip hata da artacaktır.

Tekrarlanan ölçüm içeren faktörün seviye sayısı p ile gösterilirse ve her bir dönem ikişer ikişer birbiriyle karşılaştırılırsa, $p(p-1)/2$ tane eş yapma t-testine ihtiyaç duyulur. Misal olarak; birbirine bağımlı 5 ölçümün eş yapma testi ile ikişer ikişer karşılaştırıldığı düşünülür ve yapılan her bir testin birbirinden bağımsız olduğu kabul edilirse, her bir hipotez kontrolünde birinci tip hata (α) 0.05 ise 10 hipotez kontrolünde birinci tip hata = $1 - (0.95 \times 0.95 \times \dots \times 0.95) = 1 - 0.95^{10} = 1 - 0.60 = 0.4$ olur. Bu sonuca göre toplam I. tip hata yapma olasılığı $1 - 0.60 = 0.40$ olacaktır (Stevens, 1986). Bu hataya aynı amaçla yapılan bütün hipotez kontrolleri için ortak (overall) birinci tip hata denir. Bu ölçümler arasındaki farkların ortalamasının sıfır olduğuna ilişkin H_0 hipotezinin test sonucuna, toplam olarak 0.40'lık I. tip hata olasılığı ile karar vermek oldukça yanıltıcı olacaktır. Dolayısıyla da I. tip hata büyümüş olacaktır. Bu hatanın büyümesinin sebebi olarak, yapılan t-testlerinin birbirinden bağımsız olmaması gösterilebilir. Sonuç olarak periyot sayısındaki, daha genel anlamda tekrarlanan ölçüm sayısındaki artış, eş yapma t-testi ile elde edilecek bilginin kalitesinin yani güvenilirliğinin azalmasına sebep olur.

Eş-Yapma t-Testinin ön şartı ve hesaplama adımları

Bu testin uygulanabilmesi için gerekli ön şart, aynı bireylerden elde edilen iki bağımlı ölçümün iki değişkenli normal dağılım göstermesidir. Bunun dışında her hangi bir ön şarta ihtiyaç duyulmaz. Testin uygulanabilmesi için deneme plânı Çizelge 2.1'de verilmiştir.

Çizelge 2.1 Eş yapma t-testi için deneme plânı

Bireyler	Periyot ₁	Periyot ₂
1	y ₁₁	y ₁₂
2	y ₂₁	y ₂₂
.	.	.
.	.	.
.	.	.
n	y _{n1}	y _{n2}

Çizelge 2.1'de y_{ij} değerleri, i . bireyin j . periyottaki ölçüm değerini göstermektedir ($i = 1, 2, \dots, n$ ve $j = 1, 2$). Bu ölçümlerden yararlanarak, iki periyot ortalaması arasındaki farkın önemli olup olmadığının test edilmesinde aşağıdaki adımlar izlenir.

a) Hipotez takımı ortaya konulur. Hipotez takımı, H_0 (kontrol veya test hipotezi) ve H_1 (karşıt veya alternatif hipotez) hipotezlerinden oluşur. H_0 hipotezi " Periyot₁ ile Periyot₂ farklarının ortalaması veya bir başka ifade ile iki farklı periyottan elde edilen ölçüm değerlerinin ortalamaları arasındaki fark sıfırdır. Yani periyottan periyoda bir değişiklik olmamıştır " şeklinde ifade edilir. H_1 hipotezi ise H_0 hipotezinin tersi şeklinde belirtilir.

b) Test istatistiği hesaplanır. Gerekli olan test istatistiği t istatistiği olup,

$$t = \frac{\bar{D}}{S_{\bar{D}}} = \frac{\bar{D}}{\sqrt{\frac{\sum d_D^2 / (n-1)}{n}}}$$

eşitliğinden hesaplanır. Bu eşitlikte;

\bar{D} : farkların ortalamasını,

$S_{\bar{D}}$: ise farkların ortalamasının standart hatasını göstermektedir.

c) Karar verme aşaması. Karar verme aşamasında, t dağılımına ait serbestlik derecesi (SD) bulunur. Bu değer, $SD = n-1$ eşitliğinden elde edilir. Daha sonra hesaplanan t değeri, ilgili serbestlik dereceli ve kararlaştırılan α yanılma olasılığındaki t -tablo değeri (Ek A) ile karşılaştırılır. Eğer hesaplanan t değeri, tablo değeri olan $t_{n-1; \alpha}$ 'dan küçük ise H_0 hipotezi kabul edilir. Böylece üzerinde durulan özellik bakımından periyottan periyoda bir değişikliğin olmadığına karar verilmiş olur. Aksi durumda ise yani hesaplanan t değeri, tablo değeri olan $t_{n-1; \alpha}$ 'dan büyük ise H_0 hipotezi ret edilir.

TEK FAKTÖRLÜ TEKRARLANAN ÖLÇÜMLÜ DENEME DÜZENLERİ

Eş yapma t -testi, Tekrarlanan ölçümlü deneme düzenlerinin en basit hali olduğu gibi tek faktörlü tekrarlanan ölçümlü deneme düzenlerinin de en basit halidir. Varyans analizinden hesaplanan F -istatistiği ile Student t -testinden hesaplanan t -istatistiği arasındaki ilişkiye benzer şekilde, tek faktörlü tekrarlanan ölçümlü denemelere uygulanan varyans analizinden elde edilen F -istatistiği ile eş yapma t -testi sonucunda elde edilen t -istatistiği arasında da $F = t^2$ ilişkisi vardır. Tekrarlanan ölçüm adedi sadece iki olduğunda Varyans Analizi tekniği, bu çeşit denemelerin analizinde kullanılabilir.

Tek faktörlü tekrarlanan ölçümlü deneme düzenlerine ilişkin deneme plânının genel görünümü Çizelge 3.2'de verilmiştir.

Çizelge 3.2 Tek faktörlü tekrarlanan ölçümlü deneme düzeni

Denekler	Periyot ₁	Periyot ₂	...	Periyot _p
1	y ₁₁	y ₁₂	...	Y _{1p}
2	y ₂₁	y ₂₂	...	Y _{2p}
.
.
.
N	y _{n1}	y _{n2}	...	y _{np}

Tek faktörlü tekrarlanan ölçümlü denemelerden elde edilen verilerde gözlenen genel varyasyon yani genel kareler toplamı (GKT), Denekler arası kareler toplamı veya Hata₁ (DAKT) ve Denekler içi kareler toplamı (DİKT) olmak üzere iki unsura ayrılır. Yani;

$$GKT = DAKT + DİKT \quad \text{dır.}$$

Denekler içi kareler toplamı ise periyotlar arası kareler toplamı (PAKT) ve Hata kareler toplamı (HKT) olmak üzere tekrar iki unsura ayrılır. Hata kareler toplamı, aslında Denek x Periyot (DxP KT) interaksyondur.

Kareler toplamları için yazılan eşitlikler, serbestlik dereceleri için de geçerlidir. Bu hesaplamalar sonucunda oluşturulacak varyans analizi tablosu Çizelge 3.3 deki gibidir.

Çizelge 3.3 Tek faktörlü tekrarlanan ölçümlü deneme düzenine ilişkin varyans analizi tablosu

Varyasyon kaynakları	SD
Genel	np-1
Denekler Arası	n-1
Denekler İçi	n(p-1)
Periyot	p-1
Denek x Periyot (Hata)	(n-1)(p-1)

Bu tip deneme düzenlerinde sadece periyotlar arasındaki farkla ilgilenildiği için periyotlar arası kareler ortalaması, Hata kareler ortalamasına bölünerek F-istatistiği hesaplanır. Bu istatistik, (p-1) ve (n-1)(p-1) serbestlik dereceli F-tablo değeri (Ek A) ile karşılaştırılır.

Tekrarlanan ölçüm içeren faktörün, seviyelerinin ortalamaları arasındaki farkın tesadüften ileri geldiğine dair kurulan H₀ hipotezinin ret edilmesi halinde, farklı olan periyot ortalamalarını belirlemek amacıyla çoklu karşılaştırma yöntemleri kullanılır. Daha öncede açıklandığı şekilde, çoklu karşılaştırma yöntemleri için standart hata, $S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{HKO}{n}}$

eşitliğinden hesaplanır.

ÖRNEK 1:

8 adet Merinos ırkı koyununda, besiden önceki ve besiden sonraki göz kası genişlikleri (mm) Manyetik Rezonans yöntemiyle aşağıdaki gibi ölçülmüştür. Besiden önceki ve besiden sonraki göz kası genişlikleri arasındaki farkların tesadüften ileri geldiği söylenebilir mi?

Koyunlar	1	2	3	4	5	6	7	8
Besiden önce	62	58	65	67	55	68	59	62
Besiden sonra	68	65	70	73	57	70	63	68
Farklar (D _i)	-6	-7	-5	-6	-2	-2	-4	-6

İlk olarak ölçüm değerleri arasındaki farklar alınır. Bu farklar alınırken, besi öncesinden besi sonrası değerleri çıkarılabileceği gibi besi sonrasında besi öncesi değerleri de çıkarılabilir. Yukarıdaki çizelgede farklar, önceki ölçüm değerlerinden sonraki ölçüm değerleri çıkarılarak elde edilmiştir. H₀ ve H₁ hipotezleri sembolik olarak aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$H_0: \mu_D = 0$$

$$H_1: \mu_D \geq 0$$

Farkların toplamı; $\sum D = -38$, ortalaması ise $\bar{D} = -38/8 = -4.75$ 'dir. Farklara ait kareler toplamı;

$$\sum d_D^2 = (-6)^2 + (-7)^2 + \dots + (-6)^2 - \frac{(-38)^2}{8} = 25.51 \text{ ve farklara ait varyans ise}$$

$$S_D^2 = \frac{\sum d_D^2}{n-1} = 3.6443 \text{ dir. Bu durumda farklara ait ortalamanın standart hatası;}$$

$$S_{\bar{D}} = \sqrt{\frac{S_D^2}{n}} = 0.675 \text{ olup, buradan test istatistiği,}$$

$$t = \frac{\bar{D}}{S_{\bar{D}}} = -7.04 \text{ olarak hesaplanır. İlgili test istatistiğinin serbestlik derecesi; } n-1 = 7 \text{ olup,}$$

başlangıçta I. Tip hata yapma olasılığı %5 ($\alpha = 0.05$) olarak alınırsa t tablo değerinin 2.365 olduğu görülür. Bu durumda hesaplanan t değeri, t tablo değerinden büyük olduğu için H₀ hipotezi ret edilir. Böylece, besi öncesi ve besi sonrası arasındaki farkın tesadüften ileri gelmediği görüşü benimsenir. Bu görüş benimsenirken göze alınan yanlış olma olasılığı da %5'ten daha düşüktür ($P < 0.05$).

ÖRNEK 2:

10 adet kıvırcık ırkı koyununda; but, sırt ve omuzdan alınan yapağı örneklerinde, ortalama yapağı incelikleri (mikron) aşağıdaki gibidir. But, sırt ve omuzdaki yapağın incelik bakımından birbirinden farklı mıdır?

Koyunlar	But	Sırt	Omuz	Toplam
1	38	40	32	110
2	34	35	30	99
3	36	34	28	98
4	35	36	30	101
5	34	33	28	95
6	35	38	32	105
7	31	32	27	90
8	36	37	31	104
9	31	30	26	87
10	33	32	27	92
Toplam	343	347	291	981

But, sırt ve omuzdaki yapağın incelik bakımından birbirinden farklı

$$GKT = 38^2 + 34^2 + \dots + 27^2 - \frac{981^2}{30} = 368.3$$

$$DAKT = \frac{110^2}{3} + \frac{99^2}{3} + \dots + \frac{102^2}{3} - \frac{981^2}{30} = 156.3$$

$$DİKT = GKT - DAKT = 368.3 - 156.3 = 212.0$$

$$\text{Bölgeler arası KT (BAKT)} = \frac{343^2}{10} + \frac{347^2}{10} + \frac{291^2}{10} - DT = 195.2$$

$$HKT = GKT - (DAKT + BAKT) = 368.3 - (156.3 + 195.2) = 16.8 \text{ olarak bulunur.}$$

GKT için yazılan bu eşitlikler serbestlik dereceleri için de aynen geçerli olduğundan serbestlik dereceleri de bulunur ve elde edilen sonuçlar için varyans analizi tablosu aşağıdaki gibi düzenlenir.

Varyasyon kaynakları	SD	KT	KO	F
Genel	np-1 = 29	368.3	~	
Denekler Arası	n-1 = 9	156.3	17.367	
Denekler İçi	n(p-1) = 20	212.0	~	
Bölge	p-1 = 2	195.2	97.600	104.6**
Denek x Bölge (Hata)	(n-1)(p-1) = 18	16.8	0.933	

**P < 0.01

Varyans analizi tablosunda bulunan F-değerine göre H_0 hipotezi ret edilmiştir. Buna göre, koyunların farklı bölgesinden alınan örneklerde, yapağı inceliklerine ait ortalamaların, en azından ikisinin birbirinden önemli düzeyde farklı olduğu ($P < 0.01$) sonucuna varılır. İncelik bakımından hangi iki bölgenin birbirinden farklı olduğunu belirlemek için ise çoklu karşılaştırma metodlarından birisi kullanılır. Kullanılacak çoklu karşılaştırma yönteminde standart hata, $s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{HKO}{n}} = \sqrt{\frac{0.933}{10}} = 0.3055$ olarak hesaplanır. Bölgelere ait tanıtıcı istatistikler ise Çizelge 3.7’de verilmiştir.

Çizelge 3.7 Bölgelere ait tanıtıcı istatistikler

Bölge	\bar{X}	$s_{\bar{x}}$
But	34.3	0.700
Sırt	34.7	0.978
Omuz	29.1	0.690

ÖRNEK 3:

Bir su ürünleri mühendisi bir gölde 5 istasyonda Haziran, Temmuz ve Ağustos aylarında suyun belirli bir özelliğine ait aşağıdaki ölçümleri kaydetmiştir. Söz konusu su özelliği bakımından aylar arasında fark olduğu söylenebilir mi? Varyans analizi tablosunu düzenleyerek kontrol ediniz.

İstasyonlar	Haziran	Temmuz	Ağustos
1	4.4	5.1	3.2
2	4.5	4.9	3.1
3	4.7	5.2	3.8
4	4.9	6.5	3.9
5	5.0	5.8	3.2

Kaynak

GÜRBÜZ F., BAŞPINAR E., ÇAMDEVİREN H. ve KESKİN S. (2003). Tekrarlanan Ölçümlü Deneme Düzenlerinin Analizi. Van, ISBN: 975-92253-0-1

İstatistik Tablolar

TABLO A. Student'in t- dağılımı

TABLO B. F değerleri dağılımında %5 alanını ayıran kritik değerler

TABLO C. F değerleri dağılımında %1 alanını ayıran kritik değerler

TABLO D. $P=0.05$ noktasındaki standardize edilmiş varyasyon genişlikleri (Duncan testi)

TABLO E. $P=0.01$ noktasındaki standardize edilmiş varyasyon genişlikleri (Duncan testi)

TABLO A. Student'in t- dağılımı (S.D.; serbestlik derecesi)

P(..den büyük "t" değerlerinin oluş ihtimali)					
Çift taraflı test için olasılıklar					
S.D.	%20	%10	%5	%2	%1
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	1.383	1.834	2.262	2.821	3.250
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	1.356	1.782	2.179	2.581	3.055
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750
40	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704
50	1.299	1.676	2.008	2.403	2.678
60	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660
80	1.292	1.664	1.990	2.374	2.638
100	1.290	1.660	1.984	2.364	2.626
200	1.286	1.653	1.972	2.345	2.601
∞	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576
	%10	%5	%2.5	%1	%0.5
Tek taraflı test için olasılıklar					

TABLO B. F değerleri dağılımında P-0.05 alanını ayıran kritik değerler

Gruplar içi kareler ortalaması serbestlik derecesi	Gruplar arası kareler ortalaması serbestlik derecesi										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.93
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.78	4.74	4.70
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.03
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.63	3.60
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.34	3.31
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.32	3.29	3.23	3.18	3.13	3.10
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.97	2.94
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.86	2.82
12	4.75	3.88	3.49	3.26	3.11	3.00	2.92	2.85	2.80	2.76	2.72
13	4.67	3.80	3.41	3.18	3.02	2.92	2.84	2.77	2.72	2.67	2.63
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.77	2.70	2.65	2.60	2.56
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.70	2.64	2.59	2.55	2.51
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.45
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.62	2.55	2.50	2.45	2.41
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.37
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.55	2.48	2.43	2.38	2.34
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.52	2.45	2.40	2.35	2.31
25	4.24	3.38	2.99	2.76	2.60	2.49	2.41	2.34	2.28	2.24	2.20
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.34	2.27	2.21	2.16	2.12
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.07	2.04
60	4.00	3.15	2.76	2.52	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.95
120	3.92	3.07	2.68	2.44	2.29	2.17	2.08	2.01	1.95	1.90	1.86
∞	3.84	2.99	2.60	2.37	2.21	2.09	2.01	1.94	1.88	1.83	1.79

TABLO C. F değerleri dağılımında P-0.01 alanını ayıran kritik değerler

Gruplar içi kareler ortalaması serbestlik derecesi	Gruplar arası kareler ortalaması serbestlik derecesi										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
4	21.20	18.00	16.69	15.98	15.52	15.21	14.90	14.80	14.66	14.54	14.45
5	16.26	13.27	12.06	11.39	10.97	10.67	10.40	10.28	10.15	10.05	9.96
6	13.74	10.92	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87	7.79
7	12.25	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	7.00	6.84	6.71	6.62	6.54
8	11.26	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.19	6.03	5.91	5.82	5.74
9	10.56	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.62	5.47	5.35	5.26	5.18
10	10.04	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.21	5.06	4.95	4.85	4.78
11	9.65	7.20	6.22	5.67	5.32	5.07	4.88	4.74	4.63	4.54	4.46
12	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.65	4.50	4.39	4.30	4.22
13	9.07	6.70	5.74	5.20	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19	4.10	4.02
14	8.86	6.51	5.56	5.03	4.69	4.46	4.28	4.14	4.03	3.94	3.86
15	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89	3.80	3.73
16	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78	3.69	3.61
17	8.40	6.11	5.18	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68	3.59	3.52
18	8.28	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.85	3.71	3.60	3.51	3.44
19	8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52	3.43	3.36
20	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.71	3.56	3.45	3.37	3.30
25	7.77	5.57	4.68	4.18	3.86	3.63	3.46	3.32	3.21	3.13	3.05
30	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.06	2.98	2.90
40	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.88	2.80	2.73
60	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72	2.63	2.56
120	6.84	4.78	3.94	3.47	3.17	2.95	2.79	2.65	2.56	2.47	2.40
∞	6.64	4.60	3.78	3.32	3.02	2.80	2.64	2.51	2.41	2.32	2.24

TABLO D. $p=0.05$ noktasındaki standardize edilmiş varyasyon genişlikleri (Duncan testi)

Hata serbestlik derecesi	Grup sayıları										
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	3.93	4.01	4.03	4.03	4.03	4.03	4.03	4.03	4.03	4.03	4.03
5	3.64	3.75	3.80	3.81	3.81	3.81	3.81	3.81	3.81	3.81	3.81
6	3.46	3.59	3.65	3.68	3.69	3.70	3.70	3.70	3.70	3.70	3.70
7	3.34	3.48	3.55	3.59	3.61	3.62	3.63	3.63	3.63	3.63	3.63
8	3.26	3.40	3.47	3.52	3.55	3.57	3.57	3.58	3.58	3.58	3.58
9	3.20	3.34	3.42	3.47	3.50	3.52	3.54	3.54	3.55	3.55	3.55
10	3.15	3.29	3.38	3.43	3.47	3.49	3.51	3.52	3.52	3.53	3.53
11	3.11	3.26	3.34	3.40	3.43	3.46	3.48	3.49	3.50	3.51	3.51
12	3.08	3.22	3.31	3.37	3.41	3.44	3.46	3.47	3.48	3.49	3.50
13	3.05	3.20	3.29	3.35	3.39	3.42	3.44	3.46	3.47	3.48	3.48
14	3.03	3.18	3.27	3.33	3.37	3.40	3.43	3.44	3.46	3.47	3.47
15	3.01	3.16	3.25	3.31	3.36	3.39	3.41	3.43	3.45	3.46	3.47
16	3.00	3.14	3.24	3.30	3.34	3.38	3.40	3.42	3.44	3.45	3.46
17	2.98	3.13	3.22	3.28	3.33	3.37	3.39	3.41	3.43	3.44	3.45
18	2.97	3.12	3.21	3.27	3.32	3.36	3.38	3.41	3.42	3.43	3.45
19	2.96	3.11	3.20	3.26	3.31	3.35	3.38	3.40	3.41	3.43	3.44
20	2.95	3.10	3.19	3.26	3.30	3.34	3.37	3.39	3.41	3.42	3.44
24	2.92	3.07	3.16	3.23	3.28	3.32	3.34	3.37	3.39	3.41	3.42
30	2.89	3.03	3.13	3.20	3.25	3.29	3.32	3.35	3.37	3.39	3.41
40	2.86	3.01	3.10	3.17	3.22	3.27	3.30	3.33	3.35	3.37	3.39
60	2.83	2.98	3.07	3.14	3.20	3.24	3.28	3.31	3.33	3.36	3.37
120	2.80	2.95	3.05	3.12	3.17	3.22	3.25	3.29	3.31	3.34	3.36
∞	2.77	2.92	3.02	3.09	3.15	3.19	3.23	3.26	3.29	3.32	3.34

TABLO E. P=0.01 noktasındaki standardize edilmiş varyasyon genişlikleri (Duncan testi)

Hata serbestlik derecesi	Grup sayıları										
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	6.512	6.677	6.740	6.756	6.756	6.756	6.756	6.756	6.756	6.756	6.756
5	5.702	5.893	6.040	6.065	6.074	6.074	6.074	6.074	6.074	6.074	6.074
6	5.243	5.439	5.549	5.614	5.655	5.680	5.694	5.701	5.703	5.703	5.703
7	4.949	5.145	5.260	5.334	5.383	5.416	5.439	5.454	5.464	5.470	5.472
8	4.746	4.939	5.057	5.135	5.189	5.227	5.256	5.276	5.291	5.302	5.309
9	4.596	4.787	4.906	4.986	5.043	5.086	5.118	5.142	5.160	5.174	5.185
10	4.482	4.671	4.790	4.871	4.931	4.975	5.010	5.037	5.058	5.074	5.088
11	4.392	4.579	4.697	4.780	4.841	4.887	4.924	4.952	4.975	4.994	5.009
12	4.320	4.504	4.622	4.706	4.767	4.815	4.852	4.883	4.907	4.927	4.944
13	4.260	4.442	4.560	4.644	4.706	4.755	4.793	4.824	4.850	4.872	4.889
14	4.210	4.391	4.508	4.591	4.654	4.704	4.743	4.775	4.802	4.824	4.843
15	4.168	4.347	4.463	4.547	4.610	4.660	4.700	4.733	4.760	4.783	4.803
16	4.131	4.309	4.425	4.509	4.572	4.622	4.663	4.696	4.724	4.748	4.768
17	4.099	4.275	4.391	4.475	4.539	4.589	4.630	4.664	4.693	4.717	4.738
18	4.071	4.246	4.362	4.445	4.509	4.560	4.601	4.635	4.664	4.689	4.711
19	4.046	4.220	4.335	4.419	4.483	4.534	4.575	4.610	4.639	4.665	4.686
20	4.024	4.197	4.312	4.395	4.459	4.510	4.552	4.587	4.617	4.642	4.664
24	3.956	4.126	4.239	4.322	4.386	4.437	4.480	4.516	4.546	4.573	4.596
30	3.889	4.056	4.168	4.250	4.314	4.366	4.409	4.445	4.477	4.504	4.528
40	3.825	3.988	4.098	4.180	4.244	4.276	4.339	4.376	4.408	4.436	4.461
60	3.762	3.922	4.031	4.111	4.174	4.226	4.270	4.307	4.340	4.368	4.394
120	3.702	3.858	3.965	4.044	4.107	4.158	4.202	4.239	4.272	4.301	4.327
∞	3.643	3.796	3.900	3.978	4.040	4.091	4.135	4.172	4.205	4.235	4.261