GENEL MATEMATİK

FONKSİYONLAR

Ankara Üniversitesi

Tanım 1.2.3. (Rasyonel Fonksiyon)

p ve q polinom fonksiyonu öyle ki $q \neq 0$ olmak üzere

$$f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$$

kuralı ile tanımlı

$$f : \mathcal{D}(f) \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$

fonksiyonuna rasyonel fonksiyon adı verilir.

Örnek 1.2.4.

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^3 - 3x^2 - 4x}$$

fonksiyonunun tanım kümesini bulunuz.

Tanım 1.2.5.

$A \subset \mathbb{R}$ olsun.

$$f(x) = [\![x]\!]$$

şeklinde tanımlanan

$$f : A \to \mathbb{R}$$

fonksiyonuna tam kısım fonksiyonu adı verilir, burada $[\![x]\!]$ simgesi x sayısından büyük olmayan tamsayıların en büyüğünü göstermektedir.

Not 1.2.6.

(i) $p \in \mathbb{Z}$ olmak üzere $p \leq x < p+1$ reel sayısı için

$$[\![x]\!] = p$$

dir.
(ii) Her $x \in \mathbb{R}$ için

$$[\![x]\!] \leq x < [\![x]\!] + 1$$

sağlanır.

Örnek 1.2.7.

$y = f(x) = x - [\![x]\!]$ eşitliği ile verilen

$$f : [-2, 2] \to \mathbb{R}$$

fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

Örnek 1.2.8.

$y = f(x) = [\![x^2]\!]$ eşitliği ile verilen

$$f : [-2, 2] \to \mathbb{R}$$

fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

Örnek 1.2.9.

Aşağıdaki eşitliklerle tanımlanan $f : [-2,2] \to \mathbb{R}$ fonksiyonların grafiğini çiziniz.

$$(i)\ f(x) = [\![-x]\!] \qquad (ii)\ f(x) = [\![2x]\!]$$

$$(iii)\ f(x) = [\![\tfrac{x}{2}]\!] \qquad (iv)\ f(x) = 2[\![x]\!]$$

$$(v)\ f(x) = -3[\![x]\!] \qquad (vi)\ f(x) = |[\![-x]\!]|$$

Örnek 1.2.10.

Aşağıdaki fonksiyonların tanım kümesini bulunuz.

$(i)\ f(x) = \sqrt{1-|x|}$ $\qquad$ $(ii)\ f(x) = \sqrt{|x|+4}$

$(iii)\ f(x) = \frac{x}{[\![x]\!]}$ $\qquad$ $(iv)\ f(x) = \sqrt{|x-1|-2}$

$(v)\ f(x) = \sqrt{1-[\![x]\!]}$

Tanım 1.2.11.

$A \subset \mathbb{R}$ olmak üzere $f : A \to \mathbb{R}$ fonksiyonu için

$$|f|(x) = |f(x)| = \begin{cases} f(x) & ; \; f(x) \geq 0 \\ -f(x) & ; \; f(x) < 0 \end{cases}$$

şeklinde tanımlanan $|f|$ fonksiyonuna f fonksiyonunun mutlak değer fonksiyonu denir.

Örnek 1.2.12.

$y = f(x) = \left|x^2 - 3x - 4\right|$ fonksiyonunun belirttiği eğrinin grafiğini çiziniz.

Tanım 1.2.13.

$A \subset \mathbb{R}$ olmak üzere $f : A \to \mathbb{R}$ fonksiyonu için

$$g(x) = \begin{cases} \frac{|f(x)|}{f(x)} & ; \quad f(x) \neq 0 \\ 0 & ; \quad f(x) = 0 \end{cases}$$

şeklinde tanımlanan g fonksiyonuna f fonksiyonunun işaret fonksiyonu denir ve

$$sgn\, f$$

ile gösterilir. Dolayısıyla işaret fonksiyonu

$$(sgn\, f)(x) = sgn\, f(x) = \begin{cases} 1 & ; \quad f(x) > 0 \\ 0 & ; \quad f(x) = 0 \\ -1 & ; \quad f(x) < 0 \end{cases}$$

şeklinde de tanımlanabilir.

Örnek 1.2.14.

$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ olmak üzere $f(x) = x^2 - 2x - 3$ fonksiyonu için

$$sgn\, f$$

fonksiyonunun grafiğini çiziniz.