

# GENEL MATEMATİK

## FONKSİYONLAR

Ankara Üniversitesi

# 1. Fonksiyonlar

## 1.5. Üstel ve Logaritmik Fonksiyonlar

### Not 1.5.4.

$f(x) = a^x$  olarak tanımlı üstel fonksiyonun tanım kümesi

$$\mathcal{D}(f) = \mathbb{R}$$

ve her  $x \in \mathbb{R}$  için  $a^x > 0$  olduğundan görüntü kümesi

$$\mathcal{R}(f) = \mathbb{R}^+$$

dır.

# 1. Fonksiyonlar

## 1.5. Üstel ve Logaritmik Fonksiyonlar

### Not 1.5.5.

Üstel ifadelerden de bilindiği gibi aşağıdaki eşitlikler vardır:

(i)

$$a^0 = 1, a^1 = a$$

(ii)

$$a^{x+t} = a^x a^t$$

(iii)

$$a^{-x} = \frac{1}{a^x}$$

(iv)

$$(a^x)^t = a^{xt}$$

(v)

$$a^x b^x = (ab)^x$$

(vi)

$$a^x = a^t \iff x = t$$

# 1. Fonksiyonlar

## 1.5. Üstel ve Logaritmik Fonksiyonlar

### Not 1.5.6.

Üstel fonksiyonun grafiğinden de kolayca görüleceği gibi  $f(x) = a^x$  şeklinde tanımlanan

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$$

fonksiyonu birebir örten fonksiyondur. Dolayısıyla bu fonksiyonun

$$f^{-1} : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$$

şeklinde bir ters fonksiyonu vardır.

# 1. Fonksiyonlar

## 1.5. Üstel ve Logaritmik Fonksiyonlar

### Tanım 1.5.7.

$f(x) = a^x$  şeklinde tanımlanan üstel

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$$

fonksiyonun

$$f^{-1} : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$$

biçimindeki ters fonksiyonuna logaritma fonksiyonu denir ve bu fonksiyonun kuralı

$$y = \log_a x$$

olarak yazılır.  $x > 0$  için

$$y = \log_a x \iff x = a^y$$

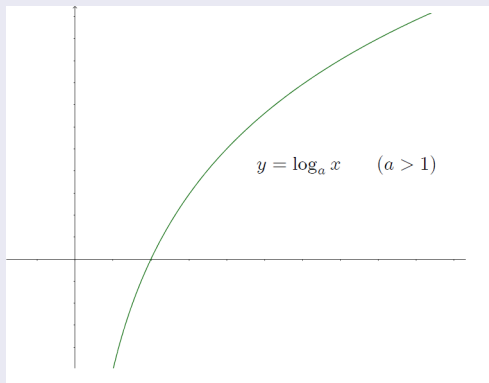
dir.

# 1. Fonksiyonlar

## 1.5. Üstel ve Logaritmik Fonksiyonlar

### Not 1.5.8.

$a > 1$  olması durumunda logaritma fonksiyonu kesin olarak artan fonksiyondur. Bu durum için logaritma fonksiyonunun grafiği aşağıdaki gibidir:

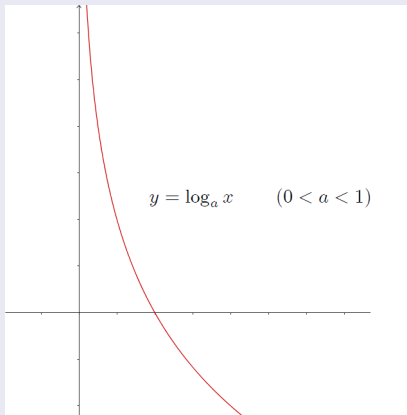


# 1. Fonksiyonlar

## 1.5. Üstel ve Logaritmik Fonksiyonlar

### Not 1.5.9.

$0 < a < 1$  olması durumunda logaritma fonksiyon kesin olarak azalan fonksiyondur. Bu durum için logaritma fonksiyonun grafiği aşağıdaki gibidir:



# 1. Fonksiyonlar

## 1.5. Üstel ve Logaritmik Fonksiyonlar

### Not 1.5.10.

$$\log_a x$$

ifadesinde  $a$  sayısına logaritma tabanı,  $x$  sayısına da logaritması alınacak sayı adı verilir.  $\log_a x$  ifadesinin tanımlı olması için

$$a > 0, \quad a \neq 1 \quad \text{ve} \quad x > 0$$

olmalıdır.  $e$  tabanına göre logaritmaya doğal logaritma denir ve  $\log_e x$  ifadesi yerine  $\ln x$  yazılır.



# 1. Fonksiyonlar

## 1.5. Üstel ve Logaritmik Fonksiyonlar

### Not 1.5.11.

Logaritma fonksiyonunun aşağıdaki özellikleri vardır:

(i)  $a > 0$  ve  $a \neq 1$  olmak üzere

$$\log_a a = 1$$

ve

$$\log_a 1 = 0$$

dir.

(ii)  $k \in \mathbb{R}$  ve  $x \in \mathbb{R}^+$  olmak üzere

$$\log_a x^k = k \log_a x$$

dir.

# 1. Fonksiyonlar

## 1.5. Üstel ve Logaritmik Fonksiyonlar

(iii)  $x, t \in \mathbb{R}^+$ ,  $a > 0$  ve  $a \neq 1$  olmak üzere

$$\log_a (xt) = \log_a x + \log_a t$$

ve

$$\log_a \left( \frac{x}{t} \right) = \log_a x - \log_a t$$

dir.