

GENEL MATEMATİK

FONKSİYONLAR

Ankara Üniversitesi

1. Fonksiyonlar

1.6. Hiperbolik Fonksiyonlar

Simetrik bir küme üzerinde tanımlı her f fonksiyonu için

$$f(x) = \frac{f(x) + f(-x)}{2} + \frac{f(x) - f(-x)}{2}$$

olduğundan, simetrik bir küme üzerinde tanımlı her fonksiyon biri çift diğeri tek olan fonksiyonun toplamı şeklinde yazılabilir. O halde

$$f(x) = e^x$$

kuralı ile tanımlı

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$$

fonksiyonu için

$$e^x = \frac{e^x + e^{-x}}{2} + \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

olarak yazılabilir.

1. Fonksiyonlar

1.6. Hiperbolik Fonksiyonlar

Tanım 1.6.1.

$f(x) = e^x$ fonksiyonunun çift parçasına hiperbolik kosinüs fonksiyonu

$$\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2},$$

tek parçasına hiperbolik sinüs fonksiyonu

$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

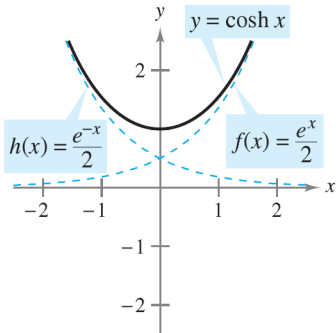
adı verilir.

1. Fonksiyonlar

1.6. Hiperbolik Fonksiyonlar

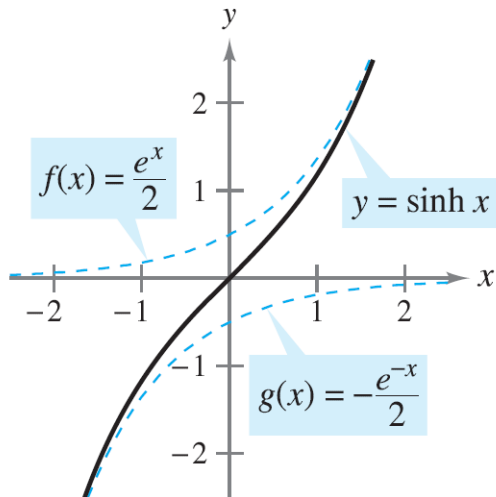
Not 1.6.2.

$\cosh x$ ve $\sinh x$ fonksiyonlarının grafikleri aşağıdaki gibidir:



1. Fonksiyonlar

1.6. Hiperbolik Fonksiyonlar



1. Fonksiyonlar

1.6. Hiperbolik Fonksiyonlar

Grafiklerden anlaşılacağı gibi $\cosh x$ fonksiyonu çift fonksiyon olup $[0, +\infty)$ aralığında kesin olarak artan fonksiyondur; $\sinh x$ fonksiyonu tek fonksiyon olup \mathbb{R} üzerinde kesin olarak artan fonksiyondur.

1. Fonksiyonlar

1.6. Hiperbolik Fonksiyonlar

Not 1.6.3.

Diğer hiperbolik fonksiyonlar hiperbolik tanjant fonksiyonu ve hiperbolik kotanjant fonksiyonu sırasıyla

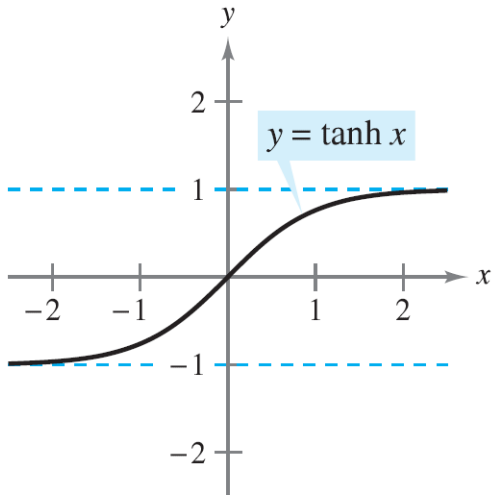
$$\tanh x = \frac{\sinh x}{\cosh x} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

$$\coth x = \frac{\cosh x}{\sinh x} = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$$

şeklinde olup fonksiyonların grafikleri aşağıdaki gibidir:

1. Fonksiyonlar

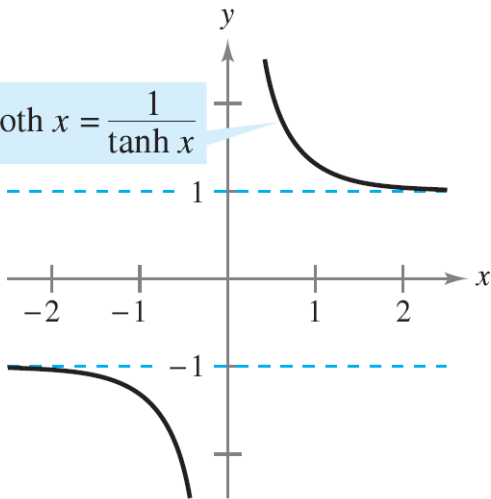
1.6. Hiperbolik Fonksiyonlar



1. Fonksiyonlar

1.6. Hiperbolik Fonksiyonlar

$$y = \operatorname{coth} x = \frac{1}{\tanh x}$$



1. Fonksiyonlar

1.6. Hiperbolik Fonksiyonlar

Grafiklerden anlaşılacağı gibi $\tanh x$ fonksiyonu tek fonksiyon olup \mathbb{R} üzerinde kesin olarak artan fonksiyondur; $\coth x$ fonksiyonu tek fonksiyon olup $(-\infty, 0)$ ve $(0, \infty)$ aralıkları üzerinde kesin olarak azalan fonksiyondur.

1. Fonksiyonlar

1.6. Hiperbolik Fonksiyonlar

Not 1.6.4.

Hiperbolik fonksiyonların terslerini elde etmek için bu fonksiyonları birebir ve örten olduğu aralıklara kısıtlayalım. O halde

$$\cosh : [0, +\infty) \rightarrow [1, +\infty)$$

$$\sinh : (-\infty, +\infty) \rightarrow (-\infty, +\infty)$$

$$\tanh : (-\infty, +\infty) \rightarrow (-1, 1)$$

$$\coth : (0, +\infty) \rightarrow (1, +\infty)$$

olur. Bu fonksiyonların ters fonksiyonları $\operatorname{arccosh} x$, $\operatorname{arsinh} x$, $\operatorname{artanh} x$ ve $\operatorname{arccoth} x$ fonksiyonlarıdır.