

1. Koşullu Olasılık
2. Toplam Olasılık ve Bayes Kuralı
3. Olayların Bağımsızlığı

SAB 101 OLASILIK

DERS NOTLARI

Prof.Dr. Fatih TANK

Ankara Üniversitesi
Uygulamalı Bilimler Fakültesi
Sigortacılık ve Aktüerya Bilimleri Bölümü



Haftalık öğrenim kazanımları

- 1 Koşullu olasılık,
- 2 Toplam olasılık formülü ve Bayes kuralı
- 3 Olayların bağımsızlığı

1. Koşullu Olasılık

2. Toplam Olasılık ve Bayes Kuralı

3. Olayların Bağımsızlığı

Koşullu Olasılık

Bir olasılık deneyi ile ilgili A ve B olaylarını düşünölsün. B olayının gerçekleştiği bilindiğinde bu olayın A 'nın gerçekleşmesi olasılığı üzerinde etkisinin ne olduğu incelenmek istensin. B olayının gerçekleştiği bilindiğinde A olayının gerçekleşmesi olasılığı $P(A|B)$ ile gösterilsin.

$$P(A) \geq P(A|B)$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P((A \cap B) \cup (\bar{A} \cap B))} = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}, P(B) > 0$$

Tanım (Koşullu Olasılık)

(Ω, U, P) bir olasılık uzayı olsun. $A, B \in U$ için $P(B) \neq 0$ olmak üzere

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}, P(B) > 0$$

ile tanılanan $P(A|B)$ olasılığına, B gerçekleştiğinde A 'nın gerçekleşmesi olasılığı ya da kısaca A 'nın B 'ye göre koşullu olasılığı denir.

• Özellikler

$$P(A \cap B) = P(A|B)P(B)$$

$$\begin{aligned} P(A \cap B \cap C) &= P(A|B \cap C)P(B \cap C) \\ &= P(A|B \cap C)P(B|C)P(C) \end{aligned}$$

$$A_1, A_2, \dots, A_n \in U \text{ için}$$

$$P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n) = P(A_n|A_1 \cap \dots \cap A_{n-1})P(A_{n-1}|A_1 \cap \dots \cap A_{n-2}) \dots P(A_2|A_1)P(A_1)$$

1. Koşullu Olasılık
2. Toplam Olasılık ve Bayes Kuralı
3. Olayların Bağımsızlığı

Toplam Olasılık ve Bayes Kuralı

Teorem

(Ω, \mathcal{U}, P) bir olasılık uzayı olmak üzere $B_1, B_2, \dots, B_n \in \mathcal{U}$ $\left(\Omega = \bigcup_{i=1}^n B_i, B_i \text{'ler ayrık} \right)$ kümeleri Ω 'nın bir parçalanması olsun. $A \in \mathcal{U}$ için

a. Toplam olasılık formülü)

$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(A|B_i)P(B_i), \quad P(B_i) > 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

b. Bayes formülü

$$P(B_j|A) = \frac{P(A|B_j)P(B_j)}{\sum_{i=1}^n P(A|B_i)P(B_i)}$$

biçiminde verilir.

Kanıt.



□

Olayların Bağımsızlığı

- Bir deneyle ilgili A ve B olaylarını göz önüne alalım. Bu iki olayın bağımsızlığı, olaylardan birinin gerçekleşip gerçekleşmemesinin, diğerinin gerçekleşip gerçekleşmemesi üzerinde olasılıksal bir etkisinin olmamasıdır.

$$P(A|B) = P(A)$$

$$P(B|A) = P(B)$$

$$P(A|\bar{B}) = P(A)$$

$$P(B|\bar{A}) = P(B)$$

Tanım (Olayların Bağımsızlığı)

$A, B \in U$ için

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

ise A ve B olayları bağımsızdır.