SAB 101 OLASILIK
DERS NOTLARI

Prof.Dr. Fatih TANK

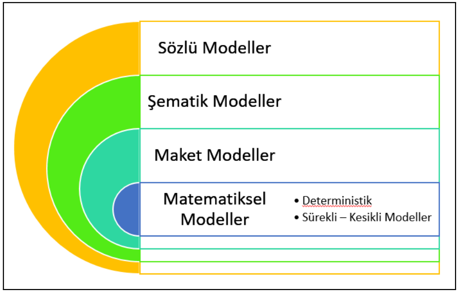
Ankara Üniversitesi
Uygulamalı Bilimler Fakültesi
Sigortacılık ve Aktüerya Bilimleri Bölümü

Haftalık öğrenim kazanımları

1. Rasgele sonuçlu deneylerin modellenmesi,
2. Sonlu ve sonsuz elemanlı örnek uzaylar,
3. Bazı olasılık problemleri

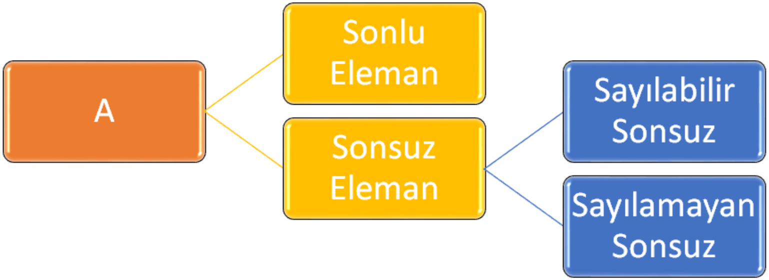
Modelleme

- İnsanoğlu aklımız ile gerçek dünyadaki olguları anlamaya ve anlatmaya çalısır.
- Bu anlama anlatma işine modelleme ve anlatımın kendisine de model denir.
- Modellemede, dilden sonra, aklımızın kullandığı ifade araçlarından en önde gelenleri matematik ve istatistiktir.



- Model, gerçek dünyadaki bir olgunun ilgili olduğu bilim sahasının (fizik, kimya, biyoloji, jeoloji, astronomi, ekonomi, sosyoloji,...) kavram ve kanunlarına bağlı olarak ifade edilmesidir.
- Model gerçek dünyadaki bir olgunun bir anlatımıdır, bir tasviridir.

Sonlu ve Sonsuz Elemanlı Örnek Uzaylar



Bazı Olasılık Problemleri

I. $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, ..., \omega_n\}$ ve $U = 2^{\Omega}$ olsun. Ω'nın her bir ω_i $(i = 1, 2, ..., n)$ elemanına aşağıdaki özelliklere sahip bir p_i sayısı karşılık getirilsin

1. $p_i \geq 0$, $(i = 1, 2, ..., n)$
2. $\sum\limits_{i=1}^{n} p_i = 1$

aşağıdaki gibi tanımlansın

$$P : U \longrightarrow \mathbb{R}$$

$$A \longrightarrow P(A) = \sum_{\omega_i \in A} p_i$$

fonksiyonu bir olasılık ölçüsüdür. $p_1 = p_2 = ... = p_n$ olduğunda

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$$

olacaktır.

Bazı Olasılık Problemleri

II. $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, ..., \omega_n, ...\}$ ve $U = 2^{\Omega}$ olsun. Sayılabilir sonsuz elemana sahip Ω'nın her bir ω_i $(i = 1, 2, ..., n)$ elemanına aşağıdaki özelliklere sahip bir p_i sayısı karşılık getirilsin

1. $p_i \geq 0$, $(i = 1, 2, ..., n)$
2. $\sum\limits_{i=1}^{\infty} p_i = 1$

aşağıdaki gibi tanımlansın

$$P : U \longrightarrow \mathbb{R}$$

$$A \longrightarrow P(A) = \sum_{\omega_i \in A} p_i$$

fonksiyonu bir olasılık ölçüsüdür.

Bazı Olasılık Problemleri

III. $\Omega = \mathbb{R}$ (veya $\Omega \subset \mathbb{R}$ olsun. Böyle bir Ω Örnek Uzayındaki olaylar (altkümeler) içinde bizi en çok ilgilendirenler aralık türünden olanlardır.

$$\begin{array}{rcl}
(a,b) = \{x \in \mathbb{R} : a < x < b\} & \text{olmak üzere} & U_1 = \{(a,b) : a < b; a,b \in \mathbb{R}\} \\
[a,b] = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x \leq b\} & \text{olmak üzere} & U_2 = \{[a,b] : a \leq b; a,b \in \mathbb{R}\} \\
(a,b] = \{x \in \mathbb{R} : a < x \leq b\} & \text{olmak üzere} & U_3 = \{(a,b] : a < b; a,b \in \mathbb{R}\} \\
[a,b) = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x < b\} & \text{olmak üzere} & U_4 = \{[a,b) : a < b; a,b \in \mathbb{R}\} \\
(-\infty,a) = \{x \in \mathbb{R} : x < a\} & \text{olmak üzere} & U_5 = \{(-\infty,a) : a \in \mathbb{R}\} \\
(-\infty,a] = \{x \in \mathbb{R} : x \leq a\} & \text{olmak üzere} & U_6 = \{(-\infty,a] : a \in \mathbb{R}\} \\
(a,\infty) = \{x \in \mathbb{R} : x > a\} & \text{olmak üzere} & U_7 = \{(a,\infty) : a \in \mathbb{R}\} \\
[a,\infty) = \{x \in \mathbb{R} : x \geq a\} & \text{olmak üzere} & U_8 = \{[a,\infty) : a \in \mathbb{R}\}
\end{array}$$

sınıfları bir σ-cebir değildir. Bu yüzden olasılık ölçüsü Borel Cebiri üzerinde tanımlanır.

$$P : B \longrightarrow \mathbb{R}$$

$$A \longrightarrow P(A)$$

ve $P(\mathbb{R}) = 1$ olup bir birim olasılık $\mathbb{R}$ üzerinde dağılmış olacaktır. $\mathbb{R}$ üzerindeki bir P olasılık ölçüsüne olasılık dağılımı da denmektedir.