



ÜNİTE I

SAYILAR

I. DOĞAL SAYILAR

- a. Tanım
- b. Doğal Sayılarda Eşitliğin Özeliği
- c. Doğal Sayının Kuvveti ve Özellikleri
- ç. Asal Sayılar
- d. Bölünebilme Kuralları
 - I. 2 ile Bölünebilme Kuralı
 - II. 3 ile Bölünebilme Kuralı
 - III. 4 ile Bölünebilme Kuralı
 - IV. 5 ile Bölünebilme Kuralı
 - V. 8 ile Bölünebilme Kuralı
 - VI. 9 ile Bölünebilme Kuralı
 - VII. 11 ile Bölünebilme Kuralı
- e. Aralarında Asal Sayıların Çarpımı ile Bölünebilme
- f. En Büyük Ortak Bölen (EBOB)
- g. En Küçük Ortak Kat (EKOK)
- h. Doğal Sayılarda Sıralama ve Özellikleri

ÖZET

ALİŞTIRMALAR

2. TAM SAYILAR

- a. Tanım
- b. Tam Sayılar Kümesinde Toplama İşlemi ve Toplama İşleminin Özellikleri
- c. Tam Sayılar Kümesinde Çıkarma İşlemi ve Çıkarma İşleminin Özellikleri
- ç. Tam Sayılar Kümesinde Çarpma İşlemi ve Çarpma İşleminin Özellikleri
- d. Tam Sayılar Kümesinde Bölme İşlemi ve Bölme İşleminin Özellikleri
- e. Kalanlı Bölme
- f. Bir Tam Sayının Mutlak Değeri

- g. Tek ve Çift Tam Sayılar
- h. Bir Tam Sayının Doğal Sayı kuvveti

3. MODÜLER ARİTMETİK

- a. Tanım
- b. Tam Sayılar Kümesinde Modüle Göre Kalan Sınıfların Özellikleri
- c. Teoremler
- ç. Kalan Sınıflar Kümesinde Toplama ve Çarpma İşlemleri
- d. Kalan Sınıflar Kümesinde Toplama ve Çarpma İşleminin Özellikleri
- e. Çeşitli Örnekler

ÖZET

ALİŞTIRMALAR

4. RASYONEL SAYILAR

- a. Tanım
- b. Rasyonel Sayıların Eşitliği
- c. Rasyonel Sayılar Kümesinde Toplama İşlemi ve Özellikleri
- ç. Rasyonel Sayılar Kümesinde Çarpma İşlemi ve Özellikleri
- d. Rasyonel Sayılar Kümesinde Çıkarma İşlemi ve Özellikleri
- e. Rasyonel Sayılar Kümesinde Bölme İşlemi ve Özellikleri
- f. Rasyonel Sayılarda Sıralama
 - I. İki Rasyonel Sayı Arasındaki Sıralama
 - II. İki'den Fazla Rasyonel Sayı Arasındaki Sıralama
- g. Rasyonel Sayıların Sayı Doğrusu Üzerinde Gösterilmesi
- h. Rasyonel Sayıların Yoğunluğu
- ı. Rasyonel Sayıların Ondalık Açılımı
 - I. Sonlu Devirli Ondalık Kesirler
 - II. Sonsuz Devirli Ondalık Kesirler
 - III. Devirli ondalık açılımın gösterdiği rasyonel sayının bulunuşu.

ÖZET

ALİŞTIRMALAR

5. GERÇEK SAYILAR

- a. Tanım
- b. Gerçek Sayılarla İlgili Özellikler
- c. Gerçek sayılarda sıralama
- ç. Gerçek sayılarda aralık kavramı
- d. Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler
- e. Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Eşitsizlikler

ÖZET

ALİŞTIRMALAR

6. MUTLAK DEĞER

- a. Tanım
- b. Mutlak Değere Ait Özellikler
- c. Çeşitli örnekler

ÖZET

ALİŞTIRMALAR

7. ÜSLÜ SAYILAR

- a. Tanım
- b. Üslü Sayılarda Çarpma İşlemi
- c. Üslü Sayılarda Bölme İşlemi
- ç. Üslü Bir Sayının Kuvveti
- d. Negatif Üslü Sayılar
- e. Benzer Üslü Sayılar
- f. Üslü Sayının Toplamı ve Farkı
- g. Üslü Sayıların Eşitliği
- h. Çeşitli örnekler

ÖZET

ALİŞTIRMALAR

8. KÖKLÜ SAYILAR

- a. Tanım
- b. Kareköklü Sayılarda İşlemler
 - I. Toplama ve Çıkarma İşlemleri
 - II. Çarpma İşlemi

III. Bölme İşlemi

IV. Kareköklü Bir Sayının n. Kuvveti

V. Kareköklü Bir Sayının Eşleniği

VI. $\sqrt{a \pm \sqrt{b}}$ şeklindeki Sayıları, $\sqrt{p} + \sqrt{k}$ şekline dönüştürmek.

c. Kareköklü Denklemler

ç. Gerçek Sayıların Rasyonel Kuvveti

d. Kök İçindeki, Sayıyı Kök Dışına Çıkarma

I. Kök Kuvveti ile Kök İçindeki Sayının Kuvveti Aynı ise

II. Kök Kuvveti ile kök içindeki sayının kuvveti aynı değilse

e. Kök Dışındaki Sayıyı Kök İçine Alma

I. Kök Dışındaki Sayı Üslü Değilse

II. Kök Dışındaki Sayı Üslü ise

f. Köklü Bir Sayının Kuvveti

g. Köklü Bir Sayının Kökü

h. Köklü Sayıların Bazı Özellikleri

ı. Köklü Sayıların Kök Kuvvetlerini Eşitleme

i. Köklü Sayılarda Toplama ve Çıkarma İşlemleri

j. Köklü Sayılarda Çarpma İşlemi

k. Köklü Sayılarda Bölme İşlemi

l. Köklü Sayıların Paydasını Rasyonel yapma

I. $\frac{1}{\sqrt[n]{a^m}}$ Veklinde Verilen Köklü Sayının Paydasını Rasyonel Yapmak

II. Paydasında Küpköklü Olan Köklü Sayıların Paydasını Rasyonel Yapmak

m. Köklü Sayılarda Sıralama

ÖZET

ALIŞTIRMALAR

TEST I



BU ÜNİTENİN AMAÇLARI



DOĞAL SAYILAR

- * Doğal sayıları tanımlayarak, doğal sayılar kümesinde eşitliğin özelliklerini ve sadeleşme kurallarını tanıyabilecek,
- * Bir doğal sayının kuvvetini ve üslü ifadelerle ait tanım ve özellikleri belirtebilecek,
- * Asal sayıyı ve aralarında asal olan sayıları belirtebilecek, bir doğal sayıyı asal çarpanlarına ayırabilecek,
- * Doğal sayıların 2, 3, 4, 5, 8, 9, 11 ile bölünebilme kurallarını açıklayabilecek,
- * İki veya daha çok doğal sayının, en büyük ortak böleni ve en küçük ortak katını bularak, problemlere uygulayabilecektir.

TAM SAYILAR

- * Tam sayılar kümesini tanımlayarak, bu kümede toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerini yaparak özelliklerini açıklayabilecek,
- * Tek ve çift tam sayıları, tam sayılar kümesindeki elemanlarını tanıyabilecek, bunlarla ilgili uygulamaları yapabilecek,
- * Tam sayılarda verilen Δ işlemine göre, sistemin bir grup olup olmadığını açıklayabilecektir.

MODÜLER ARİTMETİK

- * Tam sayılarda kalanlı bölme, kalan sınıflarını ve kalan sınıflarının kümesini ve özelliklerini açıklayabilecek,
- * Kalan sınıflar kümesinde, toplama ve çarpma işleminin özelliklerini açıklayabilecek ve bunlarla ilgili problemleri çözebilecektir.

RASYONEL SAYILAR

- * Rasyonel sayıları tanıyarak, rasyonel sayıların eşitliğini açıklayabilecek,
- * Rasyonel sayılar kümesinde toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerini yapabilecek ve özelliklerini açıklayabilecek,
- * Rasyonel sayıları sayı doğrusu üzerinde gösterebilecek ve bu sayıların yoğunluğunu açıklayabilecek,

GERÇEK SAYILAR

- * Gerçek sayıları tanıyarak özelliklerini açıklayabilecek,
- * Gerçek sayılarda, sıralama ve aralık kavramını açıklayarak sayı doğrusu üzerinde gösterebilecek,
- * Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler ile eşitsizliklerin çözüm kümelerini, değişik sayı kümelerinde bulabilecektir.

MUTLAK DEĞER

- * Bir gerçek sayının mutlak değerini ve bununla ilgili özellikleri açıklayabilecek,
- * Birinci dereceden bir bilinmeyenli mutlak değeri içeren denklemlerin ve eşitsizliklerin, çözüm kümelerini, bütün sayı kümelerinde bulabilecektir.

ÜSLÜ SAYILAR

- * Bir gerçek sayının pozitif tam sayı ve negatif tam sayı kuvvetlerini açıklayabilecek,
- * Üslü sayının toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemleri ile üslü bir sayının kuvvetine ait uygulamaları yapabilecek,
- * Üslü sayıların eşitliğini açıklayabilecek ve bunlarla ilgili problemleri çözebilecektir.

KÖKLÜ SAYILAR

- * Köklü sayıları tanıyarak bunlarla ilgili toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerini yapabilecek,
- * Kareköklü denklemleri çözebilecek ve bununla ilgili uygulamaları yapabilecek,
- * Gerçek sayının pozitif tam kuvvetten kökünü ve üslü biçimini yazabilecek,
- * Köklü sayıların paydalarını rasyonel yapabilecek ve köklü sayılarla ilgili her türlü uygulamaları yapabilecektir.

PROBLEMLER

- * Günlük hayatla ilgili, oran ve orantı, sayı, yüzde ve faiz, yaş, hareket, iş ve havuz problemlerini çözebilecektir.
- * Üslü sayıların eşitliğini açıklayabilecek ve bunlarla ilgili problemleri çözebilecektir.

**NASIL ÇALIŞMALIYIZ?**

- * Sayılar ile ilgili bilgilerinizi hatırlamak için, daha önceki öğrendiklerinizi tekrarlayınız.
- * Kaynak kitaplardan faydalanarak çok sayıda soru çözünüz.
- * Alıştırmalardaki her soruyu dikkatle okuyarak çözünüz. Eğer çözemerseniz, konu üzerinde beceri kazanıncaya kadar, çözülmüş örneklerle ilişki kurarak kavramaya çalışınız.
- * Konu sonunda verilen alıştırmaya ve değerlendirme sorularını cevaplayınız.

ÜNİTE I

SAYILAR

Daha önceki sınıflarda, sayı kavramı ve sayılarla ilgili birtakım bilgileri öğrendik. Bu bölümde, sayıları daha detaylı bir şekilde öğreneceğiz.

Ortak özelliklerine göre sayıları, sayma sayıları kümesi, doğal sayılar kümesi, tam sayılar kümesi, rasyonel sayılar kümesi, irasyonel sayılar kümesi ve gerçek (reel) sayılar kümesi olarak gruplara ayırabiliriz.

1. DOĞAL SAYILAR

a. Tanım



Sonlu bir kümenin elemanlarının kaç tane olduğunu belirten $0, 1, 2, 3, \dots, n, \dots$ sayılarından her birine doğal sayı denir. Bütün sonlu kümelerin eleman sayılarının kümesine, doğal sayılar kümesi denir. Doğal sayılar kümesi N ile gösterilir. $N = \{0, 1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$ şeklinde yazılır.

ÖRNEK 1.1

Boş kümenin elemanı olmadığından, boş kümenin eleman sayısı sıfır doğal sayıdır. $s(\emptyset) = 0$ dır.

$A = \{\blacklozenge\}$ kümesinin bir elemanı olduğundan, $s(A) = 1$ dir.

$B = \{\blacklozenge, \blacksquare\}$ kümesinin iki elemanı olduğundan, $s(B) = 2$ dir.



Sıfırın dışındaki bütün doğal sayılara, sayma sayıları denir. Sayma sayılar kümesi N^+ ile gösterilir.



$N^+ = \{1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$ şeklinde yazılır. $N^+ \subset N$ veya $N^+ = N - \{0\}$ dir. Buna göre, en küçük doğal sayı sıfır, en küçük sayma sayısı birdir.



En büyük doğal sayı veya sayma sayısı bulunamaz.



İki ile bölünebilen doğal sayılara çift doğal sayılar, iki ile bölünemeyen doğal sayılara da tek doğal sayılar denir.



Çift doğal sayılar kümesinin \mathcal{C} ile gösterirsek;

$\mathcal{C} = \{0, 2, 4, 6, \dots\}$ veya $\mathcal{C} = \{x \mid x = 2n, n \in N\}$ şeklinde yazabiliriz.



Tek doğal sayılar kümesini T ile gösterirsek;

$T = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$ veya $T = \{x \mid x = 2n + 1, n \in \mathbb{N}\}$ şeklinde yazabiliriz.

T tek doğal sayı, Ç çift doğal sayı olmak üzere, aşağıdaki işlemleri yazabiliriz.

- | | |
|---|---|
| 1. $\mathbb{C} + \mathbb{C} = \mathbb{C}$ | 5. $\mathbb{C} \cdot T = \mathbb{C}$ |
| 2. $T + T = \mathbb{C}$ | 6. $T \cdot T = T$ |
| 3. $T + \mathbb{C} = T$ | 7. $\mathbb{C}^n = \mathbb{C}$ ($n \in \mathbb{N}^+$) |
| 4. $\mathbb{C} \cdot \mathbb{C} = \mathbb{C}$ | 8. $T^n = T$ ($n \in \mathbb{N}$) |



Her doğal sayının bir ardışığı vardır. 2 nin ardışığı 3 tür.
n doğal sayısının ardışığı ise n + 1 dir.

b. Doğal Sayılarda Eşitliğin Özellikleri

Her a, b, c $\in \mathbb{N}$ için

1. $a = a$ (Yansıma özeliğı)
2. $a = b \Rightarrow b = a$ (Simetri özeliğı)
3. $a = b$ ve $b = c \Rightarrow a = c$ (Geçişme özeliğı)
4. $a + c = b + c \Rightarrow a = b$ (Toplama işleminin sadeleşme özeliğı)
5. $c \neq 0, a \cdot c = b \cdot c \Rightarrow a = b$ (Çarpma işleminin sadeleşme özeliğı)
6. $a + b = b + a$ ve $a \cdot b = b \cdot a$ (Değişme özeliğı)
7. $a + 0 = 0 + a = a$ (Toplama işleminin etkisiz eleman özeliğı)
8. $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$ (Çarpma işleminin etkisiz eleman özeliğı)
9. $a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$ (Çarpma işleminin yutan eleman özeliğı)
10. $a, b \in \mathbb{N}$ için, $a + b \in \mathbb{N}$ (Toplama işleminin kapalılık özeliğı)
11. $a, b, c \in \mathbb{N}$ için, $a + (b + c) = (a + b) + c$ (Toplama işleminin bileşme özeliğı)
12. $a, b \in \mathbb{N}$ için, $a \cdot b \in \mathbb{N}$ (Çarpma işleminin kapalılık özeliğı)
13. $a, b, c \in \mathbb{N}$ için, $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$ (Çarpma işleminin birleşme özeliğı)
14. $a, b, c \in \mathbb{N}$ için, $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ (Çarpmanın toplama işlemi üzerine soldan dağılma özeliğı)
15. $a, b, c \in \mathbb{N}$ için, $(b + c) \cdot a = b \cdot a + c \cdot a$ (Çarpmanın toplama işlemi üzerine sağdan dağılma özeliğı)

c. Doğal Sayının Kuvveti



a ve n birer doğal sayı ve $n \neq 0$ olmak üzere, n tane a nın çarpılmasından elde edilen sayıya, a nın n inci kuvveti denir. a^n şeklinde yazılır.



a^n de a sayısına taban, n sayısına üs ve a^n sayısına da a nın n inci kuvveti denir.



- Her a doğal sayısı için, birinci kuvvet kendisine eşittir. $a^1 = a$ dır.
- Sıfırın dışındaki bütün a doğal sayıları için, sıfırıncı kuvvet birdir. $a^0 = 1$ dir.
- n birden büyük olmak üzere, $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \dots a}_{n \text{ tane}}$ dir.
- n sıfırdan farklı olmak üzere, sıfırın n ninci kuvveti sıfırdır. $0^n = 0$ dır.
- Birin bütün kuvvetleri birdir. $1^n = 1$ dir.
- Sıfırın sıfırıncı kuvveti tanımsızdır. 0^0 tanımsızdır.

ÖRNEK 1.2

Verilen sayıları, sayının kuvveti olarak yazalım.

1. $3 \cdot 3 = 3^2$
2. $5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^3$
3. $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^5$

ÖRNEK 1.3

Kuvvetleri verilen doğal sayıların değerlerini bulalım.

1. $9^0 = 1$
2. $1^8 = 1$
3. $0^5 = 0$

Kuvvetin Özellikleri

a, b, m, n doğal sayılar, $a \neq 0, b \neq 0$ olmak üzere,

1. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
2. $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$
3. $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$