VEKTÖR KAVRAMI

Karmaşık işletme problemlerinin matematiksel modelleri kurulurken çok sayıda değişken içeren denklem sistemleriyle sıklıkla karşılaşılır. Bu tip denklemlerin bilinen yöntemlerle çözülmeleri uzun ve zor olduğundan problemlerin çözümünde ifade kolaylığı ve işlem basitliği sağlamak amacıyla vektörler ve matrisler tanımlanmıştır.

Tanım $u_1, u_2, u_3, ..., u_n$ sayılarının sıralanmış kümesi bir vektör meydana getirir. Sayılar yatay doğrultuda,

$$u = [u_1, u_2, u_3, ..., u_n]$$

şeklinde ise u ifadesine satır vektörü, düşey doğrultuda

$$u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix}$$

şeklinde ise u ifadesine sütun vektörü denir. $u_1, u_2, ..., u_n$ elemanları u vektörünün bileşenleridir. Bütün bileşenleri sıfır olan vektöre sıfır vektörü denir.

Vektörel İşlemler

Herhangi $u = [u_1, u_2, u_3, ..., u_n]$, $v = [v_1, v_2, v_3, ..., v_n]$ vektörleri ve k sabit sayısı için

1) Vektör Toplamı

İki satır veya sütun vektörünün toplamı karşılıklı bileşenlerin toplanarak aynı sıraya göre yazılması ile elde edilir. n bileşenli $u = [u_1, u_2, u_3, ..., u_n]$, $v = [v_1, v_2, v_3, ..., v_n]$ vektörlerinin toplamı

$$u + v = [u_1 + v_1, u_2 + v_2, ..., u_n + v_n]$$

şeklinde verilir.

2) Skalerle Çarpma

$u = [u_1, u_2, u_3, ..., u_n]$ vektörünün k bir sabit sayı olmak üzere k sayısı ile çarpımı

$$k.u = [ku_1, ku_2, ku_3, ..., ku_n]$$

şeklinde tanımlıdır.

3) Vektör Farkı

İki satır veya sütun vektörünün farkı karşılıklı bileşenlerinin farkı alınarak aynı sıraya göre yazılması ile elde edilir. n bileşenli $u = [u_1, u_2, u_3, ..., u_n]$ ve $v = [v_1, v_2, v_3, ..., v_n]$ vektörlerinin farkı

$$u - v = [u_1 - v_1, u_2 - v_2, ..., u_n - v_n]$$

biçiminde verilir. Burada v vektörünün ters işaretlisi bulunurken $k = 1$ sabiti ile çarpılarak $-v$ vektörünün elde edildiğine dikkat ediniz.

4) Vektör Çarpımı

Bir u satır vektörü ile bir v sütun vektörünün çarpımı

$$u.v = [u_1, u_2, u_3, ..., u_n] \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix} = u_1v_1, u_2v_2, ..., u_nv_n = \sum_{i=1}^{n} u_iv_i \qquad (1)$$

şeklinde tanımlıdır.

İki satır vektörünün çarpımı da benzer olarak

$$u.v = [u_1, u_2, u_3, ..., u_n]\,[v_1, v_2, v_3, ..., v_n] = [u_1v_1, u_2v_2, ..., u_nv_n] = \sum_{i=1}^{n} u_i v_i \qquad (2)$$

biçiminde tanımlanır. İleriki konuda görüleceği üzere matrislerde çarpma işlemi yapılırken (1) formülündeki tanıma uygun çarpma işlemleri yapılacaktır.

Vektörel toplama, fark, çarpma işlemleri yapılırken bu işlemlerin sadece bileşen sayısı eşit olan vektörler arasında tanımlı olduğuna dikkat ediniz.

Örnek: $s = [-2, 3, 7]$, $t = [-3, -5, 6]$, $u = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix}$ ve $v = [-3, 4, 6, 8]$ vektörleri için $(s + t)$, $(s + v)$, $(t - s)$, $(s.t)$, $(t.u)$, $(u.s)$, $(t.v)$ vektörlerini bulunuz.

Çözüm:

a) $s + t = [-2, 3, 7] + [-3, -5, 6] = [-5, -2, 13]$

b) $s + v$ vektör toplamı tanımlı değildir.

c) $t - s = [-3, -5, 6] - [-2, 3, 7] = [-3, -5, 6] + [2, -3, -7] = [-1, -8, -1]$

d) $s.t = [-2, 3, 7]\,[-3, -5, 6] = (-2)(-3) + 3(-5) + 7.6 = 33$

e) $t.u = [-3, -5, 6] \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix} = (-3)\,2 + (-5)\,0 + 6\,(-2) = -18$

f) $u.s$ vektör çarpımı tanımlı değildir.

g) $t.v$ vektör çarpımı tanımlı değildir.