MATRİSLER

Bir matris reel sayılardan oluşan bir sayı tablosudur. Genellikle m tane satır ve n tane sütundan oluşan bir matris

$$A = [a_{ij}] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}_{mxn}$$

şeklinde ifade edilir ve A matrisi $m.n$ boyutludur denir. Örneğin, A matrisinin 3. satır ve 7. sütununda bulunan eleman a_{37} dir.

Temel Matris İşlemleri

1) İki Matrisin Eşitliği

A ve B matrislerinin aynı satır ve sütundaki elemanları karşılıklı olarak eşitse, yani her i ve j için $a_{ij} = b_{ij}$ ise A ve B matrisleri eşittir denir ve $A = B$ şeklinde gösterilir.ö

Örnek:

$$A = \begin{bmatrix} x-5 & 7 \\ 4 & y+2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 3 & 3x-4 \end{bmatrix}$$

matrisleri için $A = B$ ise y kaçtır?

Çözüm: $x - 5 = 4$ olmalıdır. Buradan $x = 9$ bulunur. Ayrıca $3x - 4 = y + 2$ olmalıdır. Buradan $y = 3x - 6$ olup bu denklemde $x = 9$ yerine konulursa $y = 21$ elde edilir.

2) İki Matrisin Toplamı

Her ikisi de aynı boyutlu olan A ve B matrislerini toplarken aynı satır ve sütundaki elemanlar sırayla toplanır. Örneğin $m.n$ boyutlu iki matrisin toplamı

$$\begin{aligned} A+B &= \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \cdots & b_{mn} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & \cdots & a_{1n}+b_{1n} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} & \cdots & a_{2n}+b_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1}+b_{m1} & a_{m2}+b_{m2} & \cdots & a_{mn}+b_{mn} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

şeklindedir.

3) Bir Matrisin Bir Skaler İle Çarpımı

Bir A matrisinin k sabiti ile çarpımı kA ile gösterilir ve bu çarpım matrisini bulmak için matrisin her elemanı k sayısı ile çarpılmalıdır. Örneğin $m.n$ boyutlu bir A matrisinin k sabit sayısı ile çarpımı

$$kA = k \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ka_{11} & ka_{12} & \cdots & ka_{1n} \\ ka_{21} & ka_{22} & \cdots & ka_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ ka_{m1} & ka_{m2} & \cdots & ka_{mn} \end{bmatrix}$$

biçimindedir.

4) İki Matrisin Farkı

Her ikisi de aynı boyutlu olan A ve B matrislerinin farkı $A-B$ matrisi hesaplanırken aynı satır ve sütundaki elemanlar sırayla çıkarılır.

5) İki Matrisin Çarpımı

$m.n$ boyutlu A matrisi ile $n.r$ boyutlu B matrisinin çarpımı $m.r$ boyutlu bir C matrisidir. C matrisinin elemanları $i = 1, 2, ..., m$ ve $j = 1, 2, ..., r$ olmak üzere

$$c_{ij} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik} b_{kj}$$

formülü ile hesaplanır. Matris çarpımının tanımlı olması için ilk çarpanın sütun sayısının ikinci çarpanın satır sayısına eşit olması gerektiğine dikkat ediniz.

Örnek:

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 0 & 7 \\ 2 & 3 & 5 \end{bmatrix}, \; B = \begin{bmatrix} 6 & -3 & -8 \\ -4 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$

matrislerinin toplamını bulunuz.

Çözüm:

$$A + B = \begin{bmatrix} -4 & 0 & 7 \\ 2 & 3 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 & -3 & -8 \\ -4 & 4 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -3 & -1 \\ -2 & 7 & 7 \end{bmatrix}$$

olarak bulunur.

Örnek:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}, \; B = \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$$

matrisleri için $A - B$ matrisini hesaplayınız.

Çözüm:

$$A - B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & -4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & -6 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

elde edilir.

Örnek

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \end{bmatrix}, \ B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

matrisleri için $A.B$ matrisini bulunuz.

Çözüm:

$$\begin{aligned} A.B &= \begin{bmatrix} -3 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} (-3)\,1 + 0\,(-1) + 1.3 & (-3)\,2 + 0.0 + 1.1 \\ (-1)\,1 + 2.\,(-1) + 0.3 & (-1)\,2 + 2.0 + 0.1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & -5 \\ -3 & -2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

bulunur.

Örnek:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -2 & 7 \end{bmatrix}, \ B = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$$

matrisleri için $A.B$ matrisini bulunuz.

Çözüm

$$\begin{aligned} A.B &= \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -2 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 3\,(-1) + 0.3 & 3.2 + 0.\,(-1) \\ (-2)\,(-1) + 7.3 & (-2)\,2 + 7\,(-1) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -3 & 6 \\ 23 & -11 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

elde edilir.