ÖZEL MATRİSLER

Bazı matrisler satır ve sütun sayıları ve elemanlarının değerleri veya dizilişleri bakımından farklılık gösterirler. Bu bölümde bu tür matrisler ve özelliklerinden bahsedilecektir.

1) Satır ve Sütun Matrisleri

Tek bir satırdan oluşan matrislere satır matrisi, tek bir sütundan oluşan matrislere sütun matrisi denir.

Örnek

$$A = [3, 5, 7]_{1x3}\,,\ B = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}_{3x1}\,,\ C = [6]_{1x1}$$

matrisleri için A satır matrisi, B sütun matrisi, C ise hem satır hem sütun matrisidir.

2) Kare Matris

Satır ve sütun sayıları eşit olan matrislerdir.

Örneğin, $A = [7]_{1x1}$ ve $B = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$ birer kare matristir. $n.n$ boyutlu bir kare matrisin $a_{11}, a_{22}, a_{33}, ..., a_{nn}$ elemanlarının oluşturduğu doğrultuya asal köşegen denir. Örneğin,

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -7 \\ 2 & -6 & 8 \end{bmatrix}$$

kare matrisinin asal köşegeni 1,4 ve 8 elemanlarından oluşmaktadır.

3) Sıfır Matrisi

Bütün elemanları sıfır olan matristir ve 0 sembolü ile gösterilir. Örneğin,

$$0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \; 0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

birer sıfır matristir.

4) Köşegen Matris

Asal köşegen üzerindeki elemanları dışında bütün elemanları sıfır olan matristir. Örneğin,

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

bir köşegen matristir.

5) Birim Matris

Asal köşegeni üzerindeki elemanları bir ve diğer elemanları sıfır olan

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

şeklindeki kare matrislere birim matris denir. I veya boyutu belirtmek için I_n sembolü ile gösterilir. Örneğin, I_2 ve I_3 birim matrisleri

$$I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \; I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

şeklinde tanımlıdır.

Bir Matrisin Tersi

Herhangi bir A kare matrisi için

$$A.B = B.A = I$$

denklemini gerçekleyen B matrisine A matrisinin tersi denir ve A^{-1} ile gösterilir. Özel olarak $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ matrisinin tersi

$$A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

formülü ile hesaplanır.

Özellikler

$n.n$ boyutlu $A = [a_{ij}]$ ve $B = [b_{ij}]$ kare matrisleri için,

1) $(A^{-1})^{-1} = A$

2) $(A.B)^{-1} = B^{-1}.A^{-1}$

özellikleri gerçeklenir.

Bir Matrisin Devriği (Transpozu)

Bir $A = [a_{ij}]$ matrisinin satırlarını sütun, sütunlarını satır yapmakla elde edilen matrise A matrisinin taranspozu denir ve A^T ile gösterilir.

Örnek: $A = \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 0 & -8 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ matrisinin transpozu $A^T = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 3 \\ 7 & -8 & 4 \end{bmatrix}$ şeklindedir.

Özellikler

$m.n$ boyutlu $A = [a_{ij}]$ ve $B = [b_{ij}]$ matrisleri için,

1) $\left(A^T\right)^T = A$

2) $(A + B)^T = A^T + B^T$

3) $k \in \mathbb{R}$ için $(kA)^T = kA^T$

4) $(A.B)^T = B^T.A^T$

5) $\left(A^T\right)^{-1} = \left(A^{-1}\right)^T$

özellikleri gerçeklenir.