

BÖLÜM 3

KİNEMATİK

Fiziğin cisimlerin hareketlerini inceleyen alanı olan “Mekanik” bilimi, kinematik ve dinamik olarak adlandırılan iki alt alanı kapsamaktadır. “Kinematik” cisimlerin uzay-zaman’daki hareketlerini (neden olan etkenlere bakılmaksızın) incelemektedir. Kinematik, hareketin matematiksel olarak incelendiği bir bilim alanıdır.

Eğer bir cismin konumu zaman içerisinde değişiyorsa cisim hareket ediyor denir. Cisimler pek çok farklı şekillerde (örneğin bir çizgi boyunca, bir çember boyunca, titreşerek veya rastgele rotalar izleyerek) hareket edebilir. Karmaşık hareket şekillerini anlayabilmek için hareketin olduğu yer bakımından; tek boyutta (doğrusal), iki boyutta (düzlemsel) ve üç boyutta (uzayda) hareket, hareketlinin takip ettiği rota bakımından; öteleme, dönme ve titreşim hareketi gibi sınıflandırmalar kullanılmaktadır.

Bir cismin hareketini betimlemek ve bu hareketin zaman içindeki değişimini tahmin edebilmek kinematik biliminin amaçlarındandır. Bu bağlamda bir cismin hareketini anlayabilmek için matematikten yardım alan bazı kavramlar tanımlanmalıdır. Bu kavramlar (konum vektörü, yol, hız, sürat, ivme) ve aralarındaki ilişkiler bu bölümde ele alınacaktır ve daha sonra ise en basit hareket şekli olan doğrusal hareketi inceleyeceğiz. *Fiziğin bir dalı olan kinematik ne kadar karışık görünse de aslında her problem aşağıda verilen üç eşitlik ile çözülebilir. Bunlar;*

$$\vec{v} = \vec{v}_o + \vec{a}t$$

$$\vec{r} = \vec{r}_o + \vec{v}_o t + \frac{1}{2} \vec{a}t^2$$

$$v^2 = v_o^2 + 2\vec{a}\Delta\vec{r}$$

şeklindedir. Bu üç eşitlik hareketin şekline göre işaret değiştirebilir; ivme, hareketin durumuna göre yerçekimi ivmesi ile değişebilir, pozitif veya negatif değer alabilir. Hareket, sadece yatay konuma ise yatay konumu gösteren x, sadece düşey konumda ise düşey konumu gösteren y olabilir. İşte hareketin ne olduğunu anlayabilirsek sonuca ulaşmak çok kolay olacaktır. Bu yüzden kavramları ve hareketin şeklini anlamak önemlidir.

Konum Vektörü

Bir cismin hareket ettiği yere ve hareket şekline bakılmaksızın, hareketinin analiz edilmesinde ilk yapılacak iş bir koordinat (veya referans) sistemi tanımlamaktır. İkinci bölümde

anlatılan referans sistemleri, cisimlerin zaman içindeki konum değişikliklerini izlemede ve tarif etmede kolaylık sağlamaktadır.

Hareketi analiz etmede yapılacak ikinci iş ise geometrisine bakılmaksızın cisimleri birer parçacık olarak modellemektir. Matematiğin dünyasında bir nokta olarak tanımlanan parçacık, cisimleri göstermek için kullanılır. Örneğin bir kamyon, bir futbol topu, bir gezegen gibi cisimler boyutlarına bakılmaksızın birer parçacık olarak düşünülebilirler. Gerçekte cisimler pek çok parçacığı içerir. Eğer cismi oluşturan tüm parçacıklar birbirlerine paralel düz yollar boyunca hareket ediyorsa, cisim öteleme hareketi yapıyor denir. Bu nedenle öteleme hareketi analiz edilirken cisim tek bir parçacık gibi düşünülür.

Bir cismin (parçacığın) hareketi analiz edilirken; parçacığın başlangıç noktasına göre (orijine göre) yerini belirleyen vektör konum vektörü olarak tanımlanır ve \vec{r} ile gösterilir. Konum vektörünü çizmek için, seçilen koordinat sisteminde orijinden cismin (parçacığın) konumuna uzanan vektör çizilir. Konum vektörü cisim bir doğru boyunca hareket ediyorsa tek, düzlemde hareket ediyorsa iki, uzayda hareket ediyorsa üç bileşene sahip olacaktır.

Yer Değiştirme ve Yol

Bir cisim hareket ediyor ise, cismin bir noktadan harekete başlayıp, bir noktada da hareketinin bitmesi söz konusudur. Bu iki nokta arasındaki uzaklık **yer değiştirme** olarak adlandırılır. Bir cismin hareketi x_1 gibi bir noktadan başlayıp x_2 gibi bir noktada son buluyorsa, cismin bu iki nokta arasındaki yer değiştirmesi $x_2 - x_1$ ile verilir ve Δx ile gösterilir.

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

Yol ise parçacığın hareket esnasında takip ettiği rotanın (yörünge) belirli bir zaman aralığındaki uzunluğudur. Yol skaler bir büyüklüktür. Yani yönü ve doğrultusu yoktur. Hem yer değiştirme hem de yol'un birimi, uzunluk birimi olan metre'dir.

Hız ve Sürat

Hız, bir hareketlinin birim zamandaki yer değiştirmesidir. Hareketin analizinde, parçacıkların zaman içindeki yer değiştirmelerinin kıyaslanması önemlidir. İki hareketliden hangisinin daha hızlı olduğunu anlamak için, onların zaman içindeki yer değiştirmelerine bakılabilir. Bir hareketlinin belirli bir zaman aralığındaki yer değiştirmesi, onun ortalama hızını verir. Bir parçacığın $\Delta t = t_s - t_i$ zaman aralığındaki yer değiştirmesi $\vec{\Delta r}$ kadar ise, parçacığın bu zaman aralığındaki **ortalama hızı** (\vec{v}_{ort});

$$(\vec{v}_{ort}) = \frac{\vec{\Delta r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_{son} - \vec{r}_{ilk}}{t_{son} - t_{ilk}}$$

bağıntısı ile hesaplanır. Yer değiştirme vektörel bir nicelik olduğu için ortalama hız da vektörel nicelikdir ve birimi $\frac{m}{s}$ dir.

Bir parçacığın belirli bir zaman aralığındaki hızını bilmek, yani ortalama hızını bilmek, parçacığın herhangi bir andaki davranışı hakkında fazla bilgi vermez. Örneğin parçacık 2. saniyede ne yönde hareket ediyor? $t = 2,5$ saniyedeki hızının şiddeti ve yönü nasıldır gibi soruları cevaplamak için, yani parçacığın herhangi bir anda ne yönde ve ne hızla gittiği söyleyebilmek için anlık hızını bilmemiz gerekir. Anlık hızı tanımlamak için ortalama hız tanımından yararlanabiliriz. Ancak bu defa Δt zaman aralığını çok çok kısa bir zaman dilimi olarak düşünmeliyiz. Buna göre ortalama hızın büyüklüğünün, Δt çok çok küçük bir değerken (sıfıra giderken), limit durumdaki değerine, t anındaki anlık hızın büyüklüğü adı verilir ve

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

eşitliği ile verilir. Buna göre, anlık hızın büyüklüğü konumun zamana göre türevine eşittir.

İvme

Çoğu durumda, parçacıkların hız vektörleri hareket esnasında sabit kalmaz. Örneğin bir otomobilin hareketini inceleyecek olursak, sürücünün, gaza basması, frene basması veya direksiyonu döndürmesi, otomobilin hızını değiştirecektir. Bu örnekteki otomobil gibi, eğer bir parçacığın hızı zamanla değişiyorsa, parçacık ivmeli hareket ediyor denir. Burada hızın vektörel bir büyüklük olduğunu unutmamalıyız. Dolayısıyla hız vektörünün şiddet, yön ve doğrultu gibi özelliklerinden en az birinin değişmesi hareketin ivmeli olarak tanımlanması için yeterlidir. İlerleyen konularda merkezci ivme, radyal ivme gibi kavramları tanımlarken bu durumu hatırlamamız gerekecektir. Bir parçacığın belirli bir zaman aralığındaki ($\Delta t = t_s - t_i$) hız değişimi ($\Delta \vec{v} = \vec{v}_{son} - \vec{v}_{ilk}$), parçacığın ortalama ivmesini verir ve ortalama ivme

$$(\vec{a}_{ort}) = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_{son} - \vec{v}_{ilk}}{t_{son} - t_{ilk}}$$

ile tanımlanır. Bir parçacığın ivmesi de hareket boyunca değişken olabilir. Bir hareketlinin ortalama ivmesini bilmek, hareketin tüm anları için sahip olduğu ivme değerlerini bilmemizi sağlamaz. Bu bilgiye ulaşmak için parçacığın anlık ivmelerini bilmemiz gerekir. Anlık ivme tıpkı ani hız gibi tanımlanır. Buna göre Δt çok çok küçük bir değerken (sıfıra giderken), ortalama ivmenin büyüklüğünün limit durumdaki değerine, t anındaki anlık ivme ya da ani ivme büyüklüğü adı verilir. Ani ivme

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

ile verilir. Buna göre, anlık ivmenin büyüklüğü konumun zamana göre ikinci türevi ve hızın zamana göre birinci türevine eşittir.

Bir Boyutta Hareket

Düz bir yolda giden bir otomobil veya yere doğru düşmekte olan bir elma, hareketi esnasında doğrusal bir yörünge (yol) izler. Doğrusal bir yolda gerçekleşen bu hareket, bir doğru boyunca hareket (yani bir boyutta hareket) olarak sınıflandırılır. Bu sınıflandırma, cismin ivmeli veya ivmesiz hareket etme durumuna göre; düzgün doğrusal hareket ve düzgün değişen doğrusal hareket olmak üzere iki alt gruba ayrılır.

Düzgün Doğrusal (Sabit Hızlı) Hareket

Bir doğru boyunca giderken, eşit zaman aralıklarında eşit miktarlarda yer değiştirmeler yapan cismin hareketi; düzgün doğrusal hareket olarak tanımlanır. Örneğin doğrusal düzgün bir yolda otomobile giderken, hız sabitleme düğmesine basılırsa ve direksiyon döndürülmeden tutulursa araç düzgün doğrusal hareket yapar.

Düzgün doğrusal hareket yapan bir parçacık eşit zaman aralıklarında eşit miktarda yer değiştirdiği için hızı zamanla değişmez sabit kalır.

Yani $V_0=V_1=V_2=.....=V_s=$ sabit olur. Bunun sonucu olarak cismin ivmesi 0 olur.

$$(\vec{a}_{ort}) = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{v_{son} - v_{ilk}}{t_{son} - t_{ilk}} = 0$$

Ayrıca hızı değişmeyen bir hareketlinin belirli bir zaman aralığındaki yer değiştirmesi ise

$$\vec{\Delta x} = \vec{v} \cdot t$$

olur.

Bir Boyutta Sabit İvmeli Hareket

Eğer bir doğru boyunca hareket eden cismin hızı eşit zaman aralıklarında eşit miktarlarda değişim gösteriyorsa bu hareket; düzgün değişen doğrusal hareket olarak tanımlanır. Bu tanımdaki "düzgün" ifadesi hız değişimini niteler. Yani ivmenin sabit olduğunu gösterir. Değişim ise artış veya azalış şeklinde olabilir. Hız giderek düzgün bir şekilde artıyorsa cisim düzgün hızlanıyordur. Örneğin, yere bırakılan bir cisim düşerken her saniye hızını eşit miktarda artırır, yani

düzgün hızlanan hareket yapar. Hız giderek düzgün bir şekilde azalılıyorsa cisim düzgün yavaşlıyordur. Örneğin bir otomobil, doğrusal düzgün bir yolda giderken fren yaparak, hızını her saniye 1 m/s azaltılıyorsa düzgün yavaşlayan hareket yapar ve ivmesi $a = -1 \text{ m/s}^2$ olarak alınır.

İvme sabit olduğunda ani ivme ortalama ivmeye eşittir. Bu durumda hız hareketin başından sonuna kadar aynı oranda artar ya da azalır. Sabit ivmeli doğrusal hareket için kinematik denklemler aşağıdaki gibidir:

$$v_{x_s} = v_{x_i} + a_x t$$

$$x_s - x_i = \frac{1}{2}(v_{x_s} + v_{x_i})t$$

$$x_s - x_i = v_{x_i}t + \frac{1}{2}a_x t^2$$

$$v_{x_s}^2 = v_{x_i}^2 + 2a_x(x_s - x_i)$$

Serbest düşen cisim, başlangıçtaki hareketi ne olursa olsun sadece yerçekimi altında düşen cisimdir. Serbest düşme (yerçekimi) ivmesinin büyüklüğü g harfi ile gösterilir ve Dünya yüzeyine yakın yerlerde değeri $g=9,8 \text{ m/s}^2=980 \text{ cm/s}^2$ olarak alınır. Serbest düşme hareketi sabit ivmeli doğrusal hareket için iyi bir örnektir. Bir önceki bölümde sabit ivmeli hareket için elde edilen kinematik denklemler serbest düşme için de geçerlidir. Ancak, bu durumda hareket x değil y düşey eksenini boyunca olduğu ve sabit ivmenin de $a_y = -g = -9,8 \text{ m/s}^2$ olduğu göz önünde bulundurulmalıdır.

İki Boyutta Hareket

Yer değiştirme, Hız ve İvme

İki boyutta hareket eden bir parçacığın yerdeğiştirme vektörü,

$$\Delta \vec{r} \equiv \vec{r}_s - \vec{r}_i$$

olarak tanımlanır. Burada, \vec{r}_s parçacığın t_s anındaki, \vec{r}_i parçacığın t_i anındaki konum vektörünü göstermektedir. Bir parçacığın ortalama hızı, parçacığın yer değiştirmesinin, bu yer değiştirme süresine oranı

$$\vec{v} \equiv \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

ve parçacığın ani hızı ise

$$\vec{v} \equiv \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

şeklinde tanımlanır. Ani hız vektörünün büyüklüğüne sürat denir. Bir parçacığın ortalama ivmesi, parçacığın hızındaki değişimin $\Delta \vec{v}$, bu değişimin olduğu zaman aralığına oranı

$$\vec{a} \equiv \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_s - \vec{v}_i}{t_s - t_i}$$

ve ani ivmesi ise, ortalama ivmenin Δt sıfıra yaklaşırken ki limiti

$$\vec{a} \equiv \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

olarak tanımlanır.

İki Boyutta Sabit İvmeli Hareket

İki boyutta $\vec{a} = a_x \hat{i} + a_y \hat{j}$ ivme vektörünün sabit olması demek, hem a_x ve a_y bileşenlerinin hem de vektörün doğrultusunun sabit olmasıdır. Bir boyutta elde edilen kinematik denklemler iki boyuta genişletilebilir:

$$\begin{aligned}\vec{v}_s &= \vec{v}_i + \vec{a} t \\ \vec{r}_s &= \vec{r}_i + \vec{v}_i t + \frac{1}{2} \vec{a} t^2\end{aligned}$$

Yukarıdaki denklemlerin herbiri, biri x ve diğeri y doğrultusunda olmak üzere sabit ivmeli iki bağımsız hareketi içerir.

Eğik Atış Hareketi

Yerçekimi ivmesi etkisi altında havaya eğik olarak atılan cismin yaptığı harekete eğik atış hareketi denir. Bu durumda hava direnci ihmal edilmiştir. y düşey eksen boyunca sabit ivmenin $a_y = -g = -9,8 \text{ m/s}^2$ olduğu gözönünde bulundurulmalıdır. Bu durumda bir önceki bölümde verilen kinematik denklemler geçerlidir.

Düzgün Çembersel Hareket

Bir parçacığın sabit hız (hızın büyüklüğü sabit) ile çembersel bir yörüngede yaptığı harekete düzgün çembersel hareket denir. Bu hareket boyunca parçacığın hızının büyüklüğü sabittir ancak doğrultusu değişir, bu da merkeze doğru radyal ivmeye yol açar. Merkezil ivme

$$a_r = \frac{v^2}{r}$$

olarak tanımlıdır ve yönü çemberin merkezine doğrudur. Burada, v parçacığın hızının büyüklüğü, r ise çemberin yarıçapıdır.