TEMEL İSTATİSTİK

Olasılık, Normal Dağılım, Standart Puan

Prof. Dr. Ezel Tavşancıl

İlk Dersten Hatırlayalım

- İstatistiksel test işlemlerinin temeli, olasılık kuramıdır.
- Tüm değerlere ulaşamadığımızda ya da ulaşmamız gerekmediğinde, örneklem üzerinde çalışıyoruz. Örneklemde gözlenen durumun evrende gözlenme olasılığından bahsediyoruz; örneklemde gözlenen durumun evrendeki durumu hakkında çıkarım [Örneklemde, seçkisizlik, temsiliyet!!!]
- Bizim bilmemiz gerekeni: Öğrenci puanlarını yorumlamada, dağılım özellikleri ve dağılım-alan ilişkisi olasılık kuramına dayanır.

OLASILIK

- Olasılık bir deneme sonrasında ilgilenilen olayın tüm olaylar içinde ortaya çıkma ya da gözlenme oranıdır.
- Herhangi bir olayın gerçekleşme olasılığının hesaplanması, buna ilişkin olarak geliştirilen bir kurama dayanır. Olasılık, denemelerin olası sonuçları ile ilgilenen bir kuramdır.

(Büyüköztürk, Çokluk ve Köklü, 2013)

Bazı İstatistik Kavramları

- **Random (yansız) deney**: Olası tüm sonuçları açıklayabileceğimiz deneydir.
- **Örneklem Uzayı:** Herhangi bir deneyin mümkün olan tüm sonuçlarının dağılımına ya da oluşturduğu gruba **örneklem uzayı** denir. Örneklem uzayı “S” sembolü ile gösterilir.
- **ÖRN**: Zar atma olayı

Random olay: Zarın atılması (tüm olası sonuçlar, zarın altı yüzündeki rakamlar)

Örneklem uzayı: S = {1,2,3,4,5,6}

Bir Olayın Olasılığı

- A olayının gerçekleşme olasılığı P(A) ile gösterilir.
- Bir olayın olasılığı 0-1 arasında değişir. Bir olayın olması kesin ise, olasılığı 1'dir. Bir olay asla gerçekleşmeyecek ise olasılığı 0'dır.

$$p(A) = \frac{k}{h}$$

k: İlgilenilen olayın sonuçlarının sayısı

h: Muhtemel sonuçların toplam sayısı

ÖRN: Bir çantada 4 beyaz 8 siyah top vardır. Bir siyah top çekilmesi olasılığı nedir?

Topların sayısı 12 olduğuna göre P(B)=8/12=2/3'tür.

ÖRN: Bir deste kağıttan bir sinek çekme olasılığı nedir?

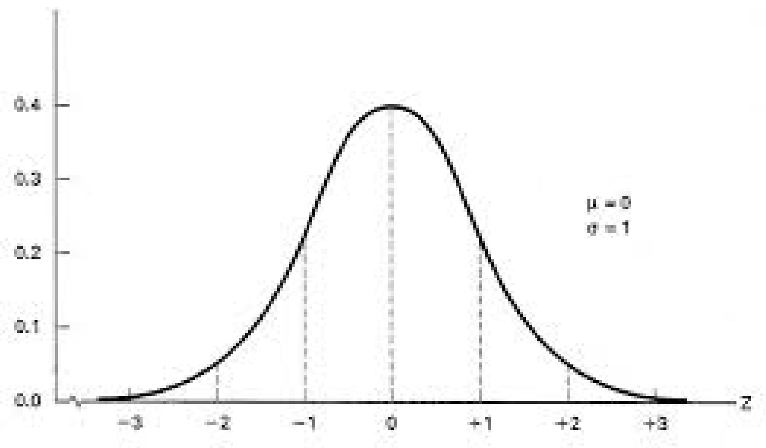
P(A)= 13/52=1/4 = %25


NORMAL OLMAK
ya da
OLMAMAK!
y
x

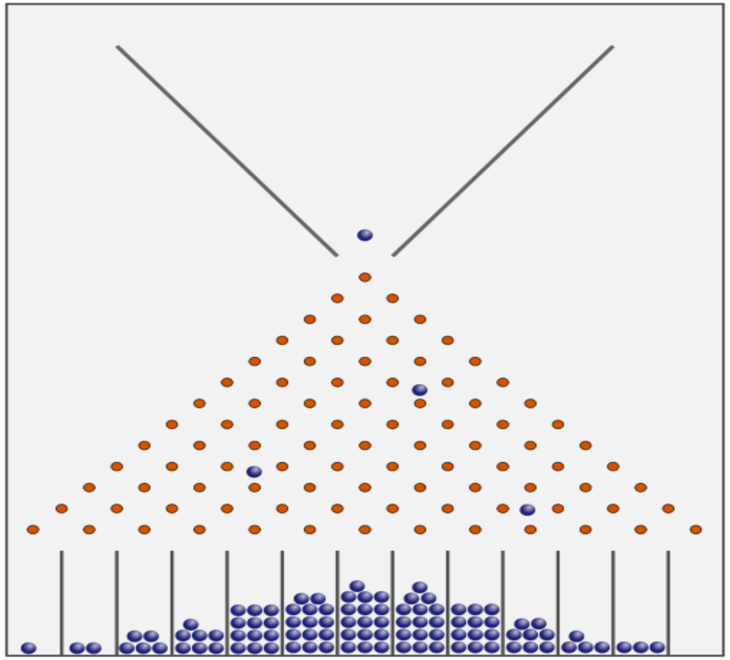
Normal Dağılım

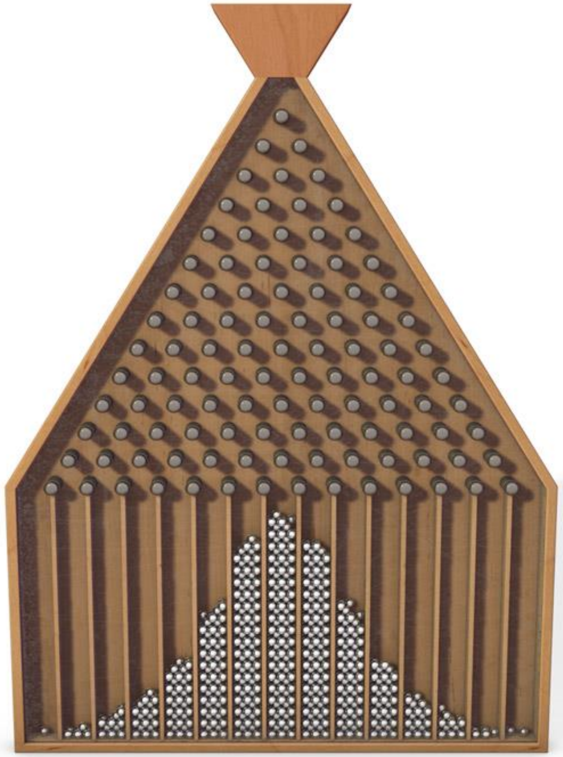
- Evrende gözlenen değişkenlerin büyük çoğunluğunun çan eğrisine benzer bir dağılım gösterdikleri kabul edilmektedir (Ravid, 1994).
- Yetişkinlerin boy uzunlukları, kütleleri vb.
- Örneğin 1000 yetişkinin zekâ düzeylerinin dağılımı frekans poligonu üzerinden incelense, gözlemlerin ortalama değeri olan 100 civarında kümelendiği, daha yüksek ve daha düşük IQ'lu birey sayısının daha az olduğu görülecektir.

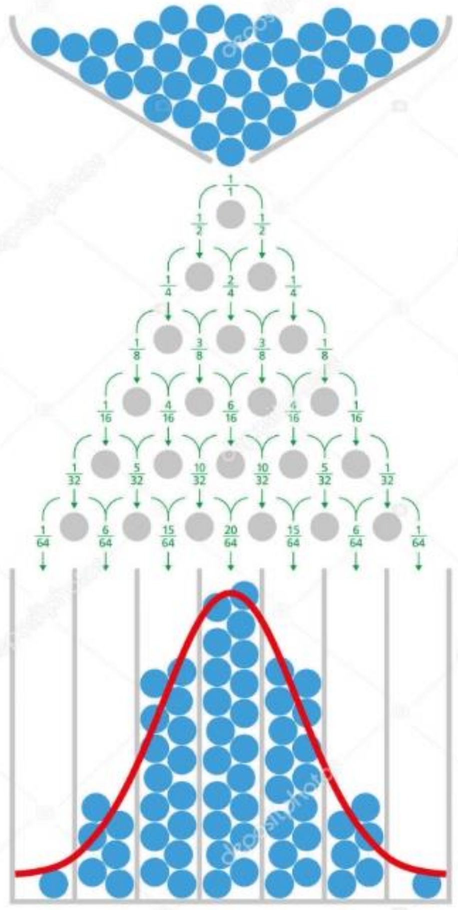
- Değişkenlere ilişkin verilerin oluşturduğu çan eğrisine benzer eğriye, **normal dağılım eğrisi** denir. Bu eğrinin yatay eksene göre gösterdiği dağılım da **normal dağılım**dır
- Değişkenlere ilişkin verilerin oluşturduğu çan eğrisine benzer bu eğriye ***normal dağılım eğrisi,*** bu eğrinin yatay eksene göre gösterdiği dağılıma da ***normal dağılım (Gauss dağılımı)*** denir.
- Normal dağılım eğrisinde yatay eksen (X) değerleri; dikey eksen olasılık değerlerini (p(X)) göstermektedir.
- Normal dağılım, her biri bir ortalama ve standart sapma değeri ile tanımlanabilen dağılımların bir kümesidir. Bu dağılımların bazıları daha basık, bazıları daha sivridir.



Galton Kutusu







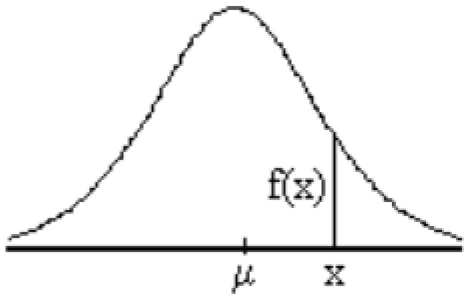
Blaise Pascal (1623-1662), olasılık kuramının kurucusu. Olasılık kuramının deneysel gösterimi = Galton Kutusu (Francis Galton, 1822-1911). Bir eğimden aşağıya inen ve çiviler arasında sıçrayan bilyeler içerir. Bilyeler her çivide sağa veya sola rastgele sıçrayıp bir alta düşerler ve aynı süreç tekrarlanır. Bilyeler sonunda alttaki bir dizi kutucukta toplanır ve kambur şeklinde bir dağılım izlerler.

(Singh, 2016)

Normal dağılım fonksiyonunun matematiksel ifadesi e=2,7183'e ve π=3,1416'ya yakın bir sayı, μ evren ortalaması, σ da evren standart kayması olmak üzere

$$P(X)=p(X)=\frac{1}{\sigma_X.\sqrt{2\pi}}.e^{-\frac{(X-\mu)^2}{2\sigma^2}} ,-\infty < X < +\infty \qquad (2.90)$$

dir ve aşağıdaki gibi bir eğriye sahiptir.



Şekil 2.3: Normal Olasılık Dağılımı Fonksiyonunun Grafiği

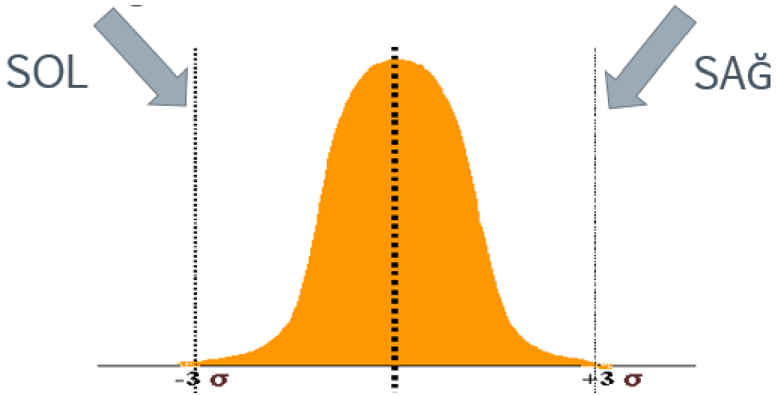
(2.90) eşitliğiyle verilen p(X) fonksiyonunda X yatay ekseni tesadüfî değişkenin değerlerini, p(X) de bunlara karşı gelen olasılıkları gösterir. X tesadüfî değişkeni (-∞, +∞) aralığında değerler alabilir. (2.90) fonksiyonundaki μ, ve σ^2 parametrelerdir. Bunlardan μ dağılımın ortalamasını, σ^2 de varyansını ifade eder. μ değiştikçe eğri sağa veya sola kayar, σ^2 değiştikçe eğri sivrileşir veya basıklaşır. Şekil 2.4'te μ=-2, μ=0, μ=3 için varyansları

Matematiksel eşitliğinin geliştirilmesinde Gauss'un (1777-1855) çalışmaları etkili

Matematiksel formülle gösterilebilen kuramsal bir dağılım(Baykul, 2010)

Normal Dağılım Eğrisinin Özellikleri

- Eğri, dikey eksene göre **simetriktir**. Puanların yarısı eksenin sağ, diğer yarısı da sol tarafındadır.



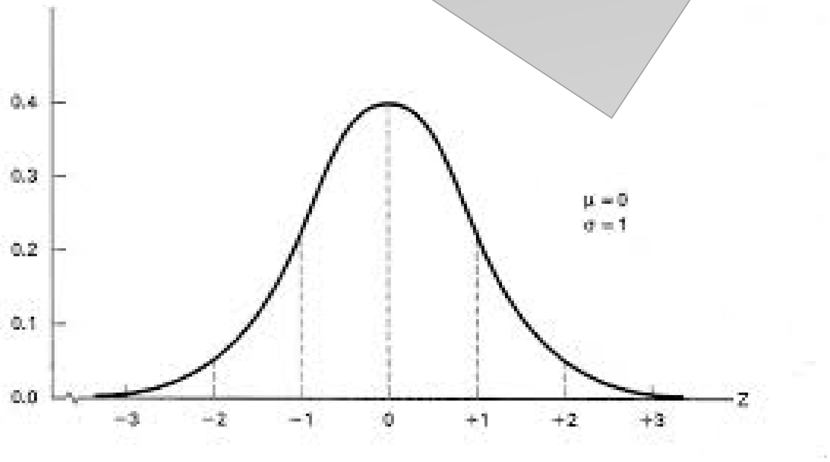
- Puanlar merkez etrafında kümelenme eğilimi gösterir.
- Mod, ortanca ve ortalama birbirine eşittir.
- Dağılımın her iki ucu giderek yatay eksene yaklaşır, ancak hiçbir zaman bu eksene değmez (asimptomatik). Normal dağılım eğrisi atındaki alan sınırsınızdır.

(Ferguson ve Takane, 1989; Ravid, 1994)

Standart Normal Dağılım

- Standart normal dağılımda, ortalama 0, standart sapma 1’dir.
- Ortalamanın sol tarafındaki (altındaki) birimler negatif, sağındakiler pozitiftir.
- İki standart sapma arasındaki uzaklıklar birbirine eşittir.
- İki standart sapma arasında kalan alanlardan merkeze yakın olanlar, uzak olanlara göre daha fazla puan kapsar (Ravid, 1994).

Ortalama 0; standart sapma 1 ise standart normal dağılım



Standart Normal Dağılım

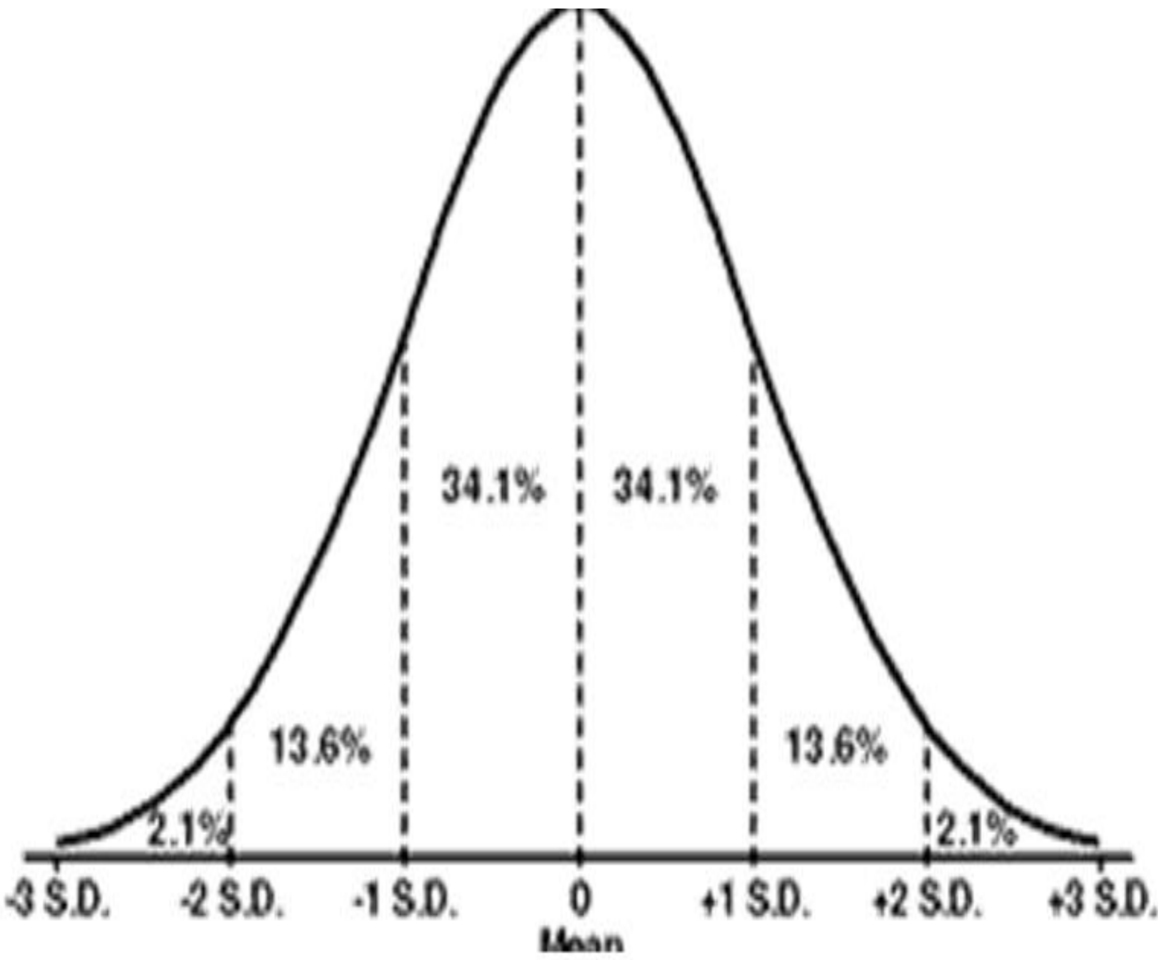
Normal dağılımda alınan verilerden:

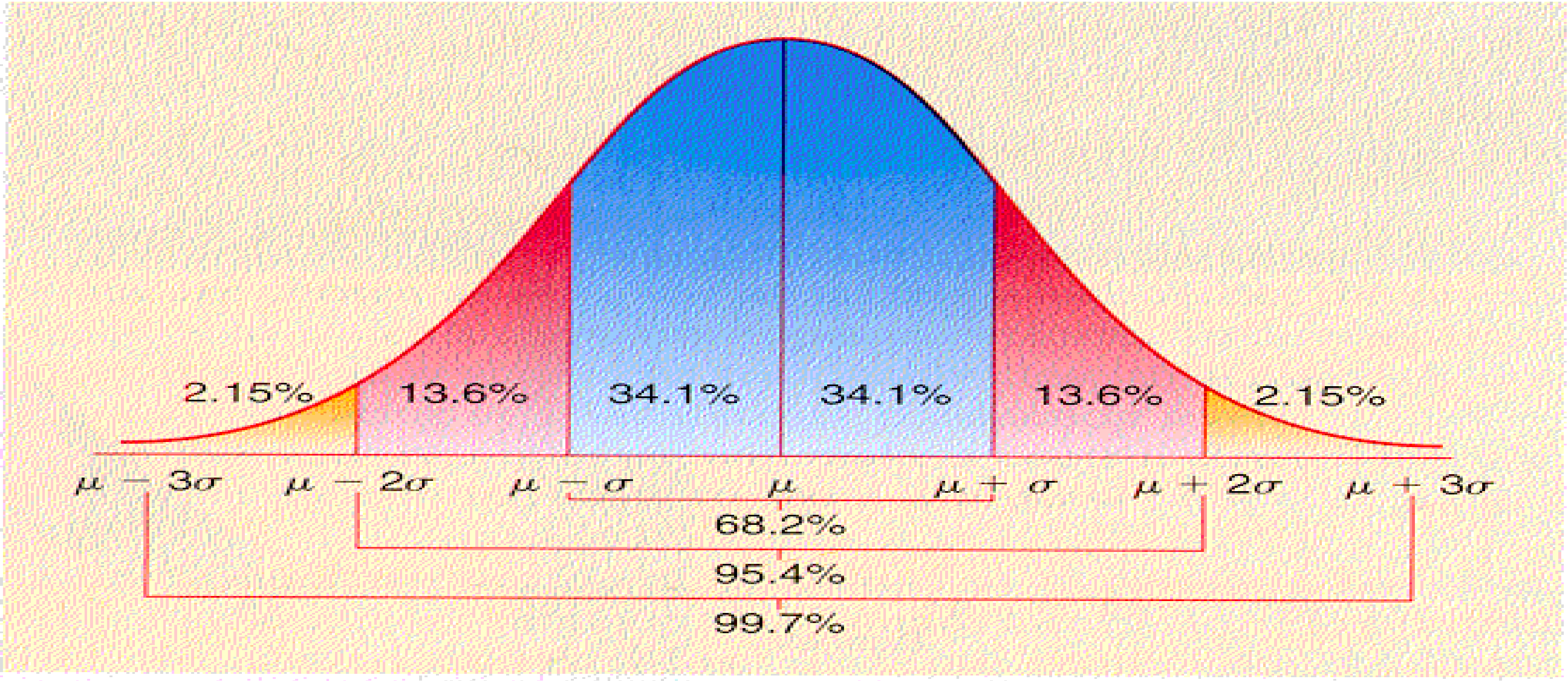
-%68.26 sı ($+1\sigma$) ile (-1σ)

-%95.44'ü ($+2\sigma$) ile (-2σ)

-%99.74'ü ($+3\sigma$) ile (-3σ)

(σ =standart sapma) değerleri arasında yer alır.

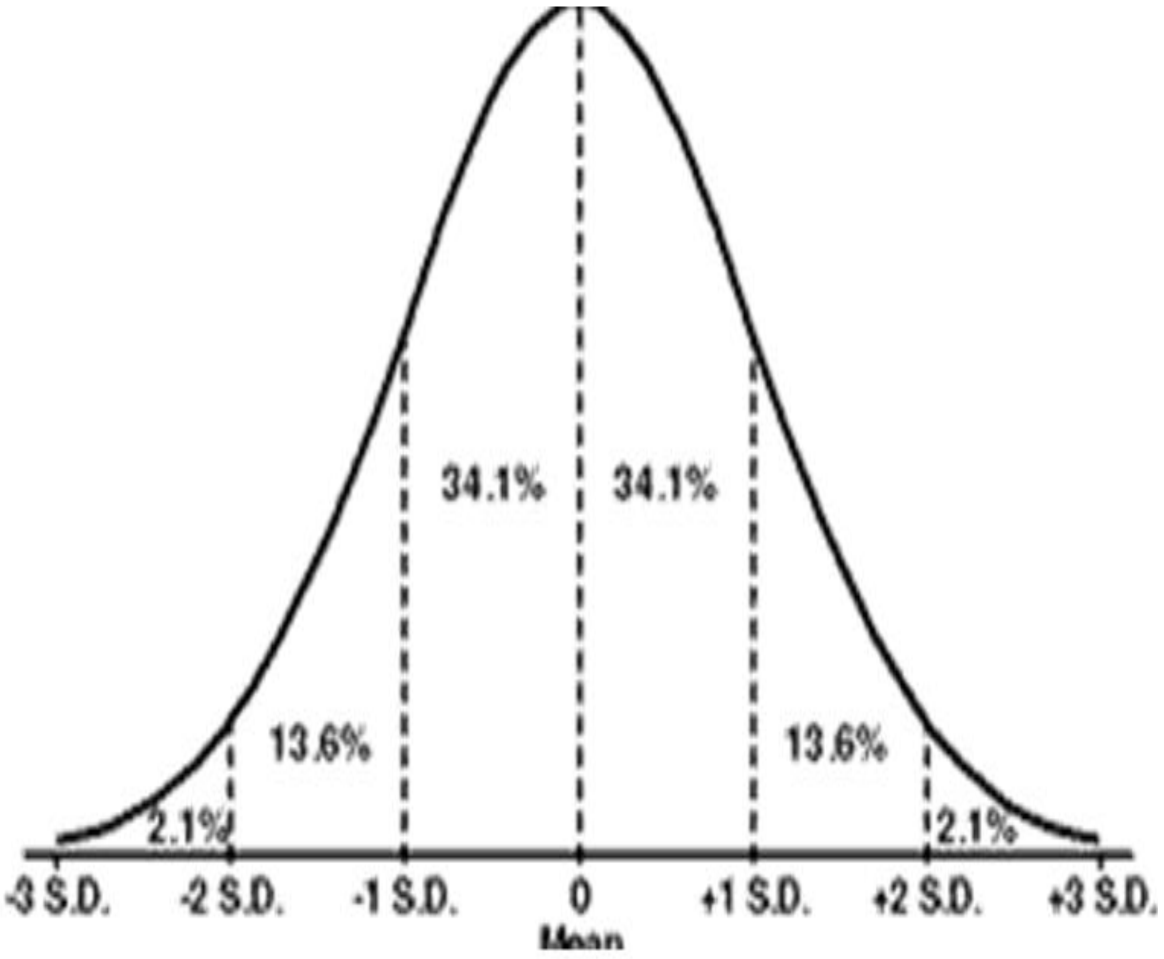




Yukarıdaki şekilde görüldüğü gibi ortalamanın 1 standart sapma sağında ve solunda kalan alanlar eğri altındaki toplam alanın %34,1'ini oluşturmaktadır. -1 ve +1 standart sapma arasında kalan alan toplam alanın %68,2'sidir. Ortalamanın 2 standart sapma sağı ile 2 standart sapma solu yani -2 standart sapma ile +2 standart sapma arasında kalan alan, eğri altında kalan toplam alanın yaklaşık %95'ini oluşturmaktadır. -3 ve +3 standart sapma aralığı ise eğri altındaki toplam alanın yaklaşık %99'unu oluşturmaktadır.

Standart Normal Dağılım Örnek Yorumlama

- Ortalama: 25 ve Standart Sapma: 5 olsun;
  - Puanların % 68.3’ 20 ile 30 puan arasındadır.
  - Puanların % 95.4’ü 15 ile 35 puan arasındadır.
  - Puanların % 99.7’si 10 ile 40 puan arasındadır.
  - Puanların % 47.7’si 25 ile 35 puan arasındadır. (*2’den %95.4’ü 15 ile 35 arası)
  - Puanların % 49.8’i 10 ile 25 arasındadır



ÖRN: Bir sınıfta uygulanan başarı testi sonucunda notların ortalaması $\overline{X}$=70 standart sapması S=5 olarak hesaplanmıştır. Buna göre;

A. %68.3, %95.4 ve %99.7 olasılıkla puanlar hangi aralıkta değişmektedir?

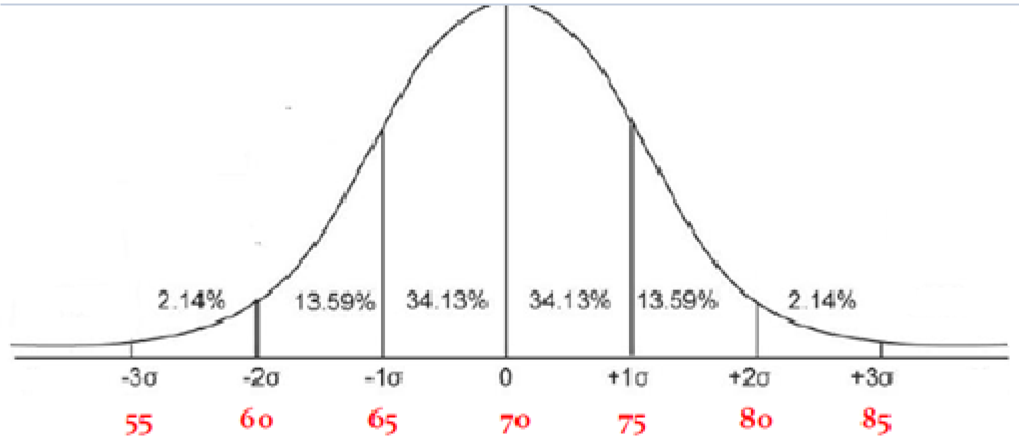
B. Bu sınıfta bir öğrencinin 60'ın altında not alma olasılığı kaçtır?

C. Bu sınıfta bir öğrencinin 75'in üstünde not alma olasılığı kaçtır?

D. Bu sınıfta bir öğrencinin 65 ile 75 arasında not alma olasılığı kaçtır?

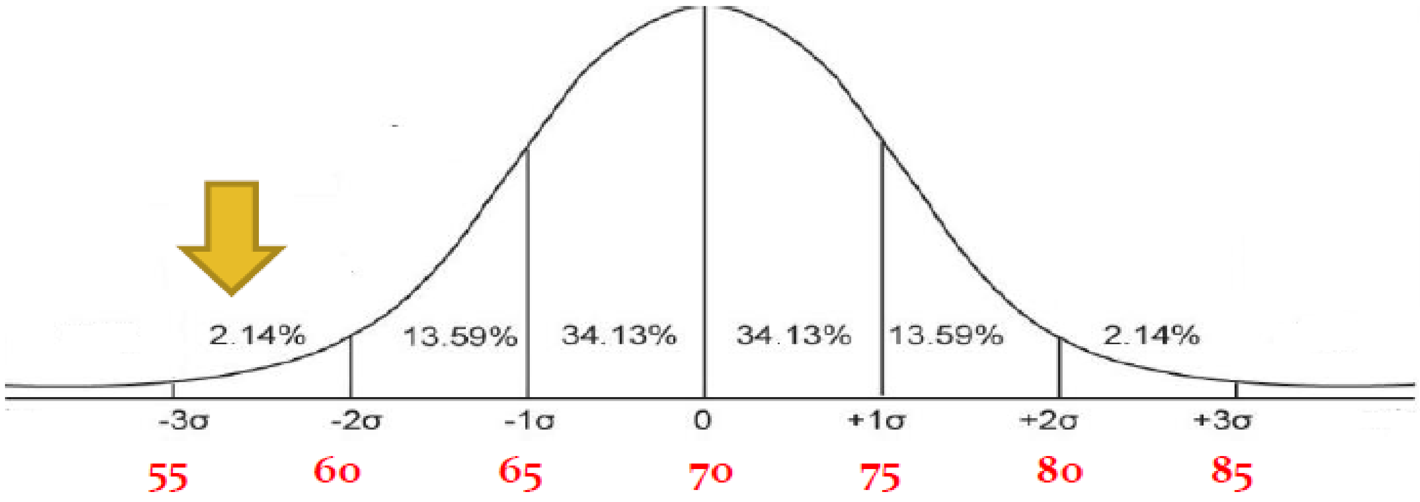
A. %68.2, %95.4 ve %99.7 olasılıkla puanlar hangi aralıkta değişmektedir?

Ortalaması 70, standart sapması 5 olan dağılımı normal dağılım eğrisine yerleştirilir. Ortalamadan bir standart sapma çıkarılır ve ortalamaya bir standart sapma eklenir. Bu işlem iki kez tekrarlanır.



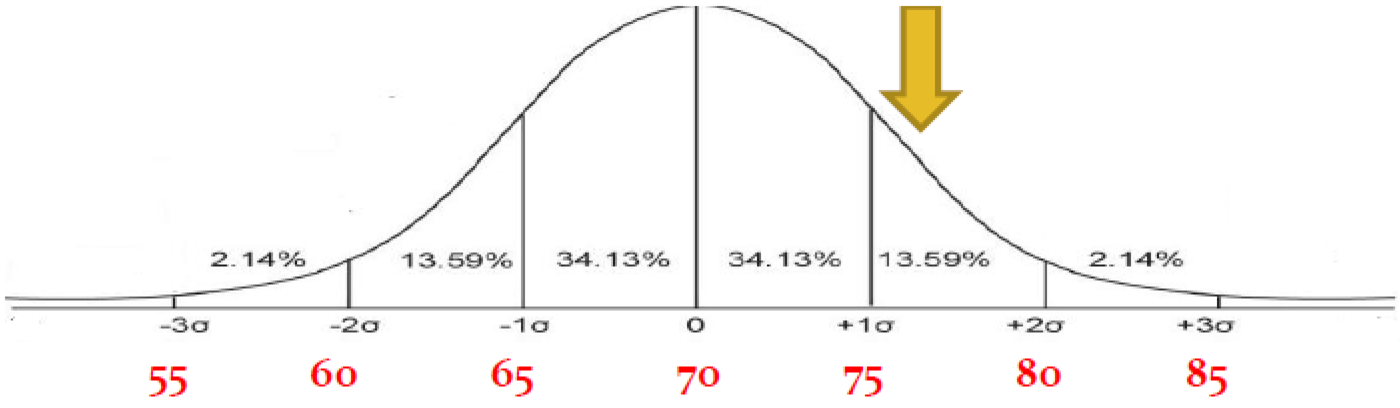
- %68.2 olasılıkla, puanlar (70-5) ile (70+5) arasında yer alır.
- Puanların %95.4'ünün ±2S arasında olduğu, yani puanların %95.4'ünün 60 ile 80 arasında kaldığı;
- Puanların %99.7'sinin 55 ile 85 arasında kaldığı ifade edilebilir.

B. Bu sınıfta bir öğrencinin 60’nin altında not alma olasılığı kaçtır?



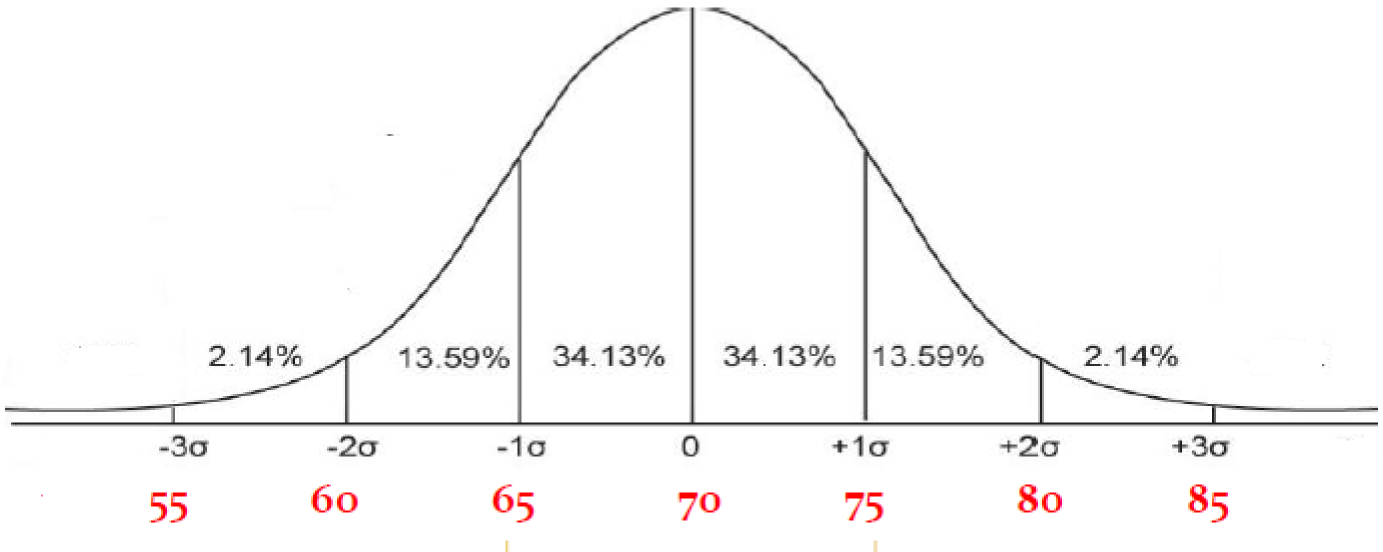
- Öğrencinin 60’nin altında not alma olasılığı eğrinin sol tarafında -2 standart sapma altında kalan alanın toplamına eşittir. 0.5- (0.1359+0.3413)= 0.023
- Buna göre sınıfta bir öğrencinin 60’nin altında not alma olasılığı 0.023 yani yüzde 2.23’tür.

C. Bu sınıfta bir öğrencinin 75'in üstünde not alma olasılığı kaçtır?



- +1 standart sapma değerinin sağ tarafında eğrinin altında kalan alanın toplamı bir öğrencinin 75'in üstünde not alma olasılığını verir. 0.5-0.3413= 0.1587 Buna göre sınıfta bir öğrencinin 75'in üstünde not alma olasılığı 0.1587 yani %15.87'dir.

D. Bu sınıfta bir öğrencinin 65 ile 75 arasında not alma olasılığı kaçtır?



- Grafiğe baktığımızda istenen puanların -1 ile +1 standart sapma arasında kaldığı ve bu aralığın eğrinin %68.26'sını (34.13+34.13) oluşturduğu görülmektedir. Yani, öğrencilerin bu aralıkta puan alma olasılığı %68.26'dır.

Standart Puanlar

Ders	Ham Puan
Türkçe	90
Fen	55
Sosyal	45
Matematik	85

Ali Hangi Dersten Daha Başarılıdır?

z-Puanı

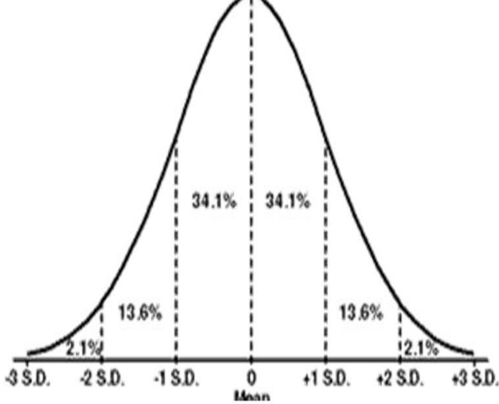
- Standart z puanları bir testten elde edilen ham puanları ortalaması 0, standart sapması 1 olan ve normal dağılım gösteren standart bir puana dönüştürür.
- Z puanı verilen bir puanın ortalamanın ne kadar (standart sapma üründen) altında ya da üstünde olduğunu anlamamıza yardımcı olur **>** bir tür standartlaştırma
- Z değeri ölçümlerin ortalamadan uzaklıklarının standart sapmaya oranını gösterir.

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

μ = Ortalama
σ = Standart sapma

z-Puanı

- Tanımlanan puanlar z dağılımını oluşturur ve normal dağılım eğrisi üzerinde karşılaştırılabilir.
- İki tür karşılaştırmaya olanak verir:
  - İki ayrı başarı testi için bir öğrencinin aldığı puanları z puanına dönüştürdüğümüzde, öğrencinin z değeri büyük olan testte daha başarılı olduğu söylenebilir.
  - Aynı sınava giren ve iki farklı grupta yer alan öğrencilerin puanları z puanına dönüştürülerek karşılaştırılabilir.



z-Puanı

Ders	Ham Puan	Ortalama	Standart Sapma
Türkçe	90	75	13
Fen	55	65	16
Sosyal	45	40	12
Matematik	85	60	14

$$TÜRKÇE = \frac{90-75}{13} = \frac{15}{13} = 1.15$$

$$FEN = \frac{55-65}{16} = \frac{-10}{16} = -0.62$$

$$SOSYAL = \frac{45-40}{12} = \frac{5}{12} = 0.42$$

$$MATEMATİK = \frac{85-60}{14} = \frac{25}{14} = 1.79$$

T-Puanı

- Z puanı ile ilgili negatif olması ya da kesirli puanlar elde edilmesi gibi bazı problemlerin üstesinden gelmek için bu puanlar başka standart puanlara dönüştürülebilir. Bunlardan en yaygını T puanıdır.
- Standart T puanı ortalaması 50, standart sapması 10 olan ve normal dağılım gösteren bir puandır.

$$T = 10\left(\frac{X - \overline{X}}{S}\right) + 50$$

T= 10(z)+50

- Formül incelendiğinde z-puanları ile T-puanları arasında doğrusal bir ilişki olduğu görülmektedir.
- T puanları, Z puanlarının 10 katının 50 fazlasıdır. Yani T puanları Z puanları kullanılarak elde edilir.

T Puanı

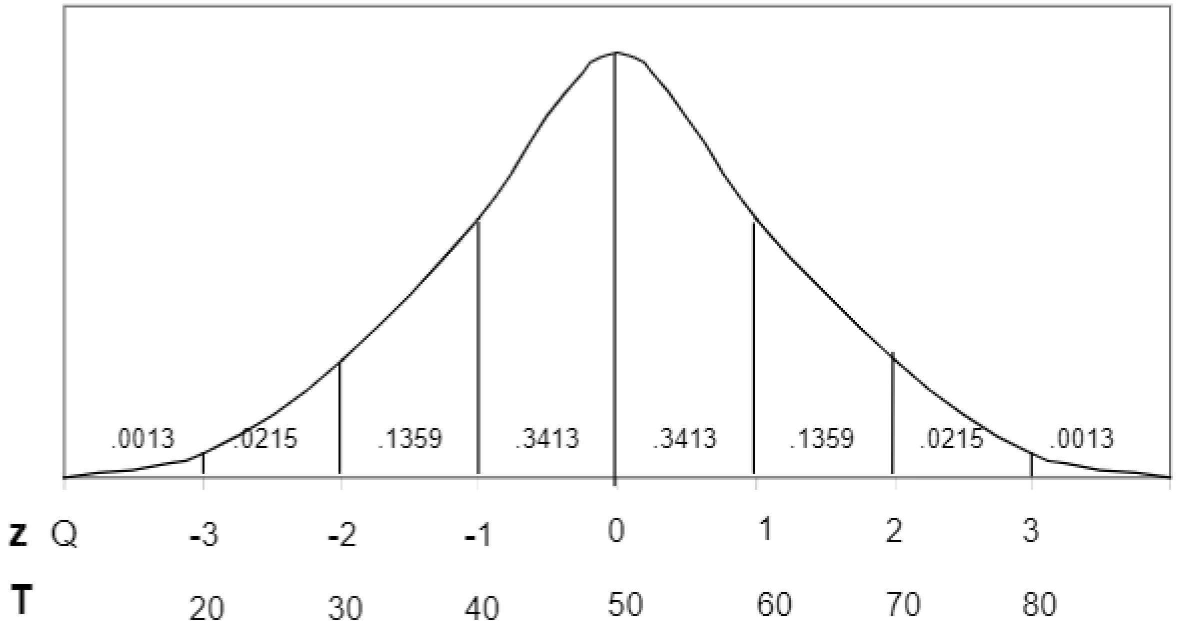
Ders	Z	T
Türkçe	1.15	10.(1,15)+50=61.5
Fen	-0.62	10.(-0.62)+50=43.8
Sosyal	0.42	10.(0,42)+50= 54.2
Matematik	1.79	10.(1,79)+50=67.9

Standart Puanlar

Ali Hangi Dersten Daha Başarılıdır?

Ders	Ham Puan	Z Puanı	T puanı
Türkçe	90	1.15	61.5
Fen	55	-0.62	43.8
Sosyal	45	0.42	54.2
Matematik	85	1.79	67.9

z ve T Puanlarının Normal Dağılım Eğrisi Altındaki Alan İlişkisi



Şekil 4.6: z Puanlarına Karşılık Gelen T Puanlarını Gösteren Normal Dağılım

- Standart normal dağılım eğrisi altında kalan alanlar kullanılarak belirli z değerleri ile ortalama arasında kalan alanlar hesaplanabilmektedir.

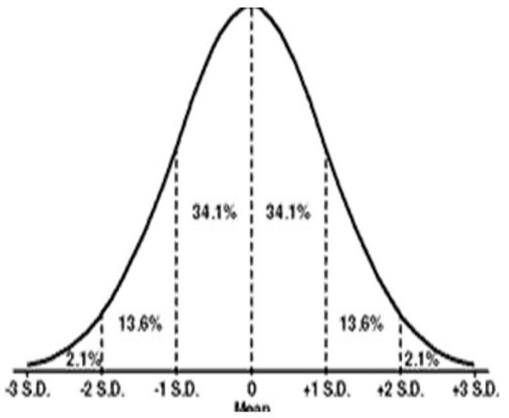
- Bunun için "standart normal dağılım eğrisi altında kalan alanlar" tablosu incelenir.

Standart Normal Dağılım Eğrisi Altında Kalan Alanlar Tablosunu Nasıl Okuyoruz?

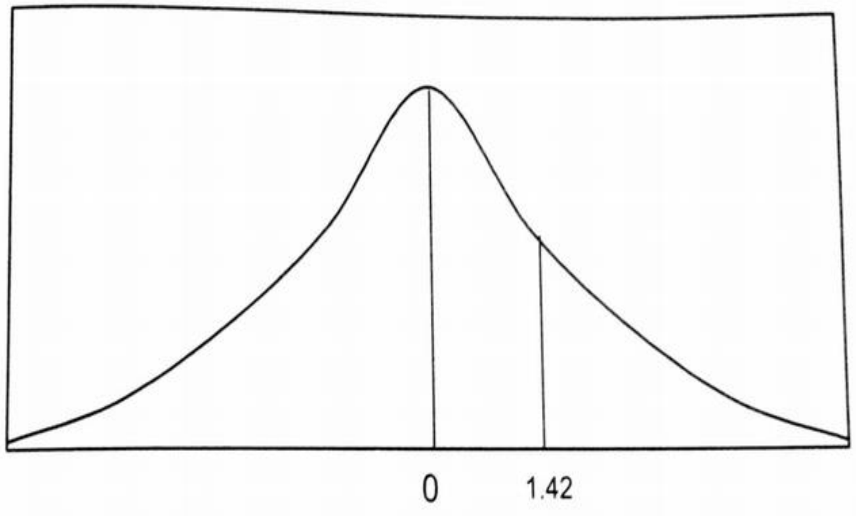
z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359
0.1	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0753
0.2	.0793	.0832	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
0.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
0.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879
0.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224
0.6	.2257	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2517	.2549
0.7	.2580	.2611	.2642	.2673	.2703	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852
0.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2995	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133
0.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389
1.0	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545
1.7	.4554	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4699	.4706
1.9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4756	.4761	.4767
2.0	.4772	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.4817
2.1	.4821	.4826	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4850	.4854	.4857
2.2	.4861	.4864	.4868	.4871	.4875	.4878	.4881	.4884	.4887	.4890
2.3	.4893	.4896	.4898	.4901	.4904	.4906	.4909	.4911	.4913	.4916
2.4	.4918	.4920	.4922	.4925	.4927	.4929	.4931	.4932	.4934	.4936
2.5	.4938	.4940	.4941	.4943	.4945	.4946	.4948	.4949	.4951	.4952
2.6	.4953	.4955	.4956	.4957	.4959	.4960	.4961	.4962	.4963	.4964
2.7	.4965	.4966	.4967	.4968	.4969	.4970	.4971	.4972	.4973	.4974
2.8	.4974	.4975	.4976	.4977	.4977	.4978	.4979	.4979	.4980	.4981
2.9	.4981	.4982	.4982	.4983	.4984	.4984	.4985	.4985	.4986	.4986
3.0	.4987	.4987	.4987	.4988	.4988	.4989	.4989	.4989	.4990	.4990

z=1.59 ile ortalama arasında kalan alan ya da olasılık nedir?

z değerinin tam ve onda birlik kısmı (1.5) birinci sütunda işaretlenir ve bu noktada sağa doğru düz bir çizgi çizilir. Daha sonra yüzde birlik kısmı (.09) yüzde 1'likler sırasından bulunup işaretlenir. İki doğrunun kesim noktası istenen alanı verir. (.4441)



- Z= 1.42 değerinin sol tarafındaki alan nedir?
- P(z<1.42)=?



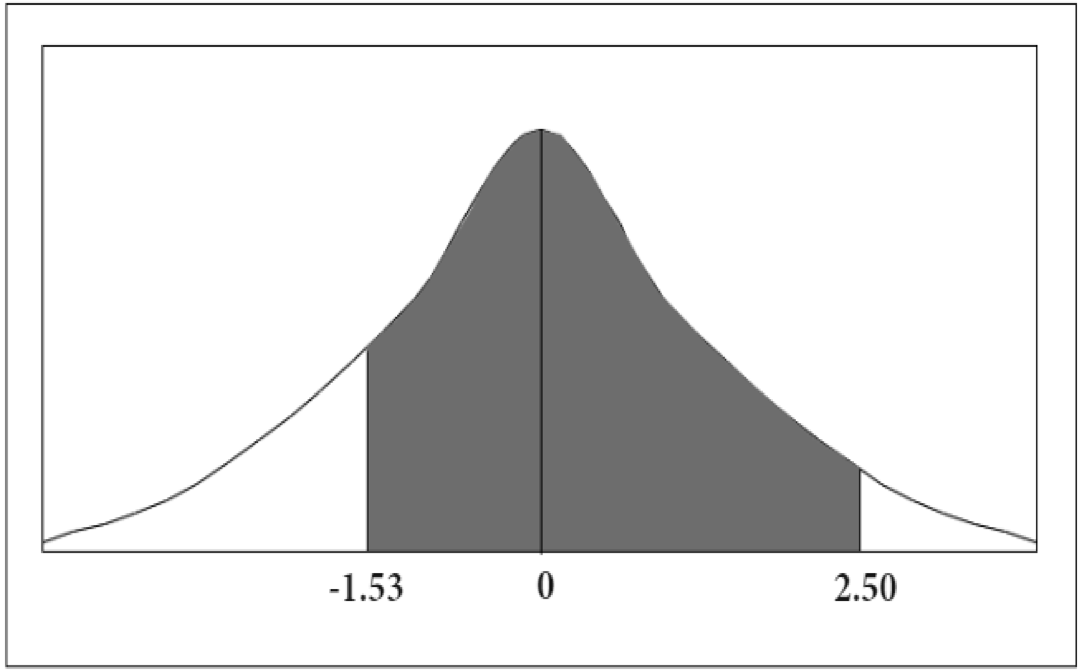
Şekil 4.10: P(z <1.42)'e Karşılık Gelen Alan

Z=0 ile z=1.42 arasında kalan alan 0.4222'dir. Buna z=0'ın solunda kalan alan (0.5000) eklenirse sonuç:

P(z<1.42)=(.4222)+(.5000)=.9222'dir.

z	.00	.01	.02	.03
.0	.0000	.0040	.0080	.0120
.1	.0398	.0438	.0578	.0517
.2	.0793	.0832	.0871	.0910
.3	.1179	.1217	.1255	.1293
.4	.1554	.1591	.1628	.1664
.5	.1915	.1950	.1985	.2019
.6	.2257	.2291	.2224	.2357
.7	.2580	.2611	.2642	.2673
.8	.2881	.2910	.2939	.2967
.9	.3159	.3186	.3212	.3238
1.0	.3413	.3438	.3461	.3485
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370

ÖRN: z=-1.53 ile z=2.5 arasında kalan alanı hesaplayınız



Şekil 4.11: z=-1.53 ile z=2.5 Arasında Kalan Alan

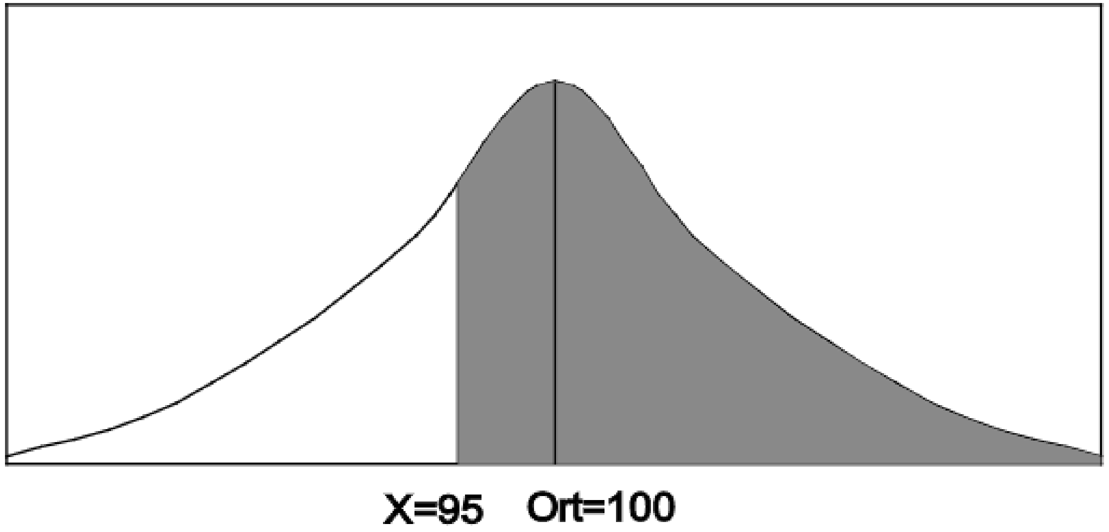
P(-1.53<z<2.5) = P(-1.53<z<0) + P(0<z<2.5)' dir. Tablodan, z=-1.53'e karşılık gelen alan .4370 ve z=2.5'e karşılık gelen alan .4938 olarak bulunur. Dikkat edilecek olursa tabloda sadece pozitif z değerleri gösterilmektedir. Burada, normal dağılımın simetrik bir dağılım olması nedeniyle z değerinin işareti dikkate alınmaz.

Sonuç, P(-1.53<z<2.5)=(.4370)+(.4938)=.9308'dir.

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359
.1	.0398	.0438	.0578	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0753
.2	.0793	.0832	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879
.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224
.6	.2257	.2291	.2224	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2517	.2549
.7	.2580	.2611	.2642	.2673	.2704	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852
.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2995	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133
.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389
1.0	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545
1.7	.4554	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4699	.4706
1.9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4756	.4761	.4767
2.0	.4772	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.4817
2.1	.4821	.4826	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4850	.4854	.4857
2.2	.4861	.4864	.4868	.4871	.4875	.4878	.4881	.4884	.4887	.4890
2.3	.4893	.4896	.4898	.4901	.4904	.4906	.4909	.4911	.4913	.4916
2.4	.4918	.4920	.4922	.4925	.4927	.4929	.4931	.4932	.4934	.4936
2.5	.4938	.4940	.4941	.4943	.4945	.4946	.4948	.4949	.4951	.4952
2.6	.4953	.4955	.4956	.4957	.4959	.4960	.4961	.4962	.4963	.4964
2.7	.4965	.4966	.4967	.4968	.4969	.4970	.4971	.4972	.4973	.4974
2.8	.4974	.4975	.4976	.4977	.4977	.4978	.4979	.4979	.4980	.4981
2.9	.4981	.4982	.4982	.4983	.4984	.4984	.4985	.4985	.4986	.4986
3.0	.4987	.4987	.4987	.4988	.4988	.4989	.4989	.4989	.4990	.4990
3.1	.4990	.4991	.4991	.4991	.4992	.4992	.4992	.4992	.4993	.4993
3.2	.4993	.4993	.4994	.4994	.4994	.4994	.4994	.4995	.4995	.4995
3.3	.4995	.4995	.4995	.4996	.4996	.4996	.4996	.4996	.4996	.4997
3.4	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4998

Örnek 4.11 İnsanların IQ puanlarının ortalaması 100 ve standart sapması 10 olan bir normal dağılım gösterdiği bilinmektedir. Yansız çekilen birinin IQ puanının 95'den büyük olması olasılığı nedir?

Çözüm. Problemin anlatımı, Şekil 4.14'de gösterilmiştir.



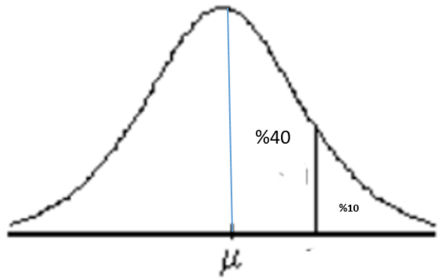
Şekil 4.14: P(X>95) İçin Hesaplanacak Alan

$$z = = \frac{X - \overline{X}}{S} = \frac{95 - 100}{10} = \frac{-5}{10} = -0.50 \text{ bulunur.}$$

Problem, P(z>-0.50)=P(-0.50<z<0)+P(z>0)'dir. Buna göre P(z>-0.50)=(.1915)+(.5000)=.6915 olarak bulunur. Yansız çekilen birinin IQ puanının 95'den büyük olması olasılığı %69.15'dir.

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359
.1	.0398	.0438	.0578	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0753
.2	.0793	.0832	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879
.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224
.6	.2257	.2291	.2224	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2517	.2549
.7	.2580	.2611	.2642	.2673	.2704	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852
.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2995	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133
.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389
1.0	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545
1.7	.4554	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4699	.4706
1.9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4756	.4761	.4767
2.0	.4772	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.4817
2.1	.4821	.4826	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4850	.4854	.4857
2.2	.4861	.4864	.4868	.4871	.4875	.4878	.4881	.4884	.4887	.4890
2.3	.4893	.4896	.4898	.4901	.4904	.4906	.4909	.4911	.4913	.4916
2.4	.4918	.4920	.4922	.4925	.4927	.4929	.4931	.4932	.4934	.4936
2.5	.4938	.4940	.4941	.4943	.4945	.4946	.4948	.4949	.4951	.4952
2.6	.4953	.4955	.4956	.4957	.4959	.4960	.4961	.4962	.4963	.4964
2.7	.4965	.4966	.4967	.4968	.4969	.4970	.4971	.4972	.4973	.4974
2.8	.4974	.4975	.4976	.4977	.4977	.4978	.4979	.4979	.4980	.4981
2.9	.4981	.4982	.4982	.4983	.4984	.4984	.4985	.4985	.4986	.4986
3.0	.4987	.4987	.4987	.4988	.4988	.4989	.4989	.4989	.4990	.4990
3.1	.4990	.4991	.4991	.4991	.4992	.4992	.4992	.4992	.4993	.4993
3.2	.4993	.4993	.4994	.4994	.4994	.4994	.4994	.4995	.4995	.4995
3.3	.4995	.4995	.4995	.4996	.4996	.4996	.4996	.4996	.4996	.4997
3.4	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4998

ÖRNEK: Büyük bir sınıfta öğretmen sınavdan A alınabilmesi için en iyi %10'luk gruba girilmesi gerektiğini söylemiştir. Bu sınav için ortalama ve standart sapmanın daha önceki deneyimlerine dayalı olarak 72 ve 13 olacağını belirtmektedir. Puanlar normal dağılım göstereceğine göre bir öğrencinin A alabilmesi için alması gereken minimum puan ne olmalıdır?



- Tablonun, belirtilen değer ile ortalama arasındaki alan hakkında bilgi verdiğini biliyoruz.
- %40 için tabloda 0.40'a en yakın değeri arıyoruz. p(z=1.28)=0.3997 ve p(z=1.29)=0.4015.
- Z=1.28 daha yakın;
- Z=$\frac{x-\bar{x}}{s}$=1.28 1.28=$\frac{x-72}{13}$
- x=88.64 yaklaşık 89

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359
.1	.0398	.0438	.0578	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0753
.2	.0793	.0832	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879
.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224
.6	.2257	.2291	.2224	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2517	.2549
.7	.2580	.2611	.2642	.2673	.2704	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852
.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2995	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133
.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389
1.0	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545
1.7	.4554	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4699	.4706
1.9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4756	.4761	.4767
2.0	.4772	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.4817
2.1	.4821	.4826	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4850	.4854	.4857
2.2	.4861	.4864	.4868	.4871	.4875	.4878	.4881	.4884	.4887	.4890
2.3	.4893	.4896	.4898	.4901	.4904	.4906	.4909	.4911	.4913	.4916
2.4	.4918	.4920	.4922	.4925	.4927	.4929	.4931	.4932	.4934	.4936
2.5	.4938	.4940	.4941	.4943	.4945	.4946	.4948	.4949	.4951	.4952
2.6	.4953	.4955	.4956	.4957	.4959	.4960	.4961	.4962	.4963	.4964
2.7	.4965	.4966	.4967	.4968	.4969	.4970	.4971	.4972	.4973	.4974
2.8	.4974	.4975	.4976	.4977	.4977	.4978	.4979	.4979	.4980	.4981
2.9	.4981	.4982	.4982	.4983	.4984	.4984	.4985	.4985	.4986	.4986
3.0	.4987	.4987	.4987	.4988	.4988	.4989	.4989	.4989	.4990	.4990
3.1	.4990	.4991	.4991	.4991	.4992	.4992	.4992	.4992	.4993	.4993
3.2	.4993	.4993	.4994	.4994	.4994	.4994	.4994	.4995	.4995	.4995
3.3	.4995	.4995	.4995	.4996	.4996	.4996	.4996	.4996	.4996	.4997
3.4	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4998

KPSS'den ÖRNEK

46 - 47. soruları aşağıdaki bilgilere göre cevaplayınız.

Elif'in girmiş olduğu fizik sınavına ait bazı bilgiler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Elif'in ham puanı	39
Testten alınabilecek en yüksek ham puan	54
Testin ortalaması	30
Testin standart sapması	6

46. Buna göre Elif'in z puanı kaçtır?

A) 0,5 B) 0 C) 1,25 D) 1,5 E) -0,5

47. Buna göre testten alınabilecek <u>en yüksek</u> T puanı kaçtır?

A) 90 B) 100 C) 120 D) 110 E) 80

KAYNAKLAR

Büyüköztürk, Ş., Çokluk, Ö. ve Köklü N. (2013). *Sosyal Bilimler İçin İstatistik*. Ankara: Pegem Akademi.

Baykul, Y. (2010). *Eğitimde Ölçme ve Değerlendirme: Klasik Test Teorisi ve Uygulaması.* Ankara: Pegem Akademi.

Ferguson, G.A. & Takane, Y. (1989). *Statistical analysis in psychology and education*. N.Y.: Mc Graw Hill Book.

Ravid, R. (1994). *Practical statistics for educators*. N.Y.: University Press of America Inc.

Singh, S. (2016). Altı Dereceli Mesafe. (S. Özkan, Çev.). *Simpsonlar ve Matematiğin Gizemleri. (ss. 67-76).* İstanbul: Kassandra Yayınları.