

# Doğrusal Olmayan Denklem sistemleri, Gauss-Jordan [1-6]

## Kaynaklar:

1. Chapra S.C. and Canale R.P. "Numerical Methods for Engineers", Sixth Edition, McGraw Hill, International Edition 2010.
2. Chapra S.C. and Canale R. P. "Yazılım ve programlama Uygulamalarıyla Mühendisler için Sayısal Yöntemler" 4. Basımdan Çevirenler: Hasan Heperkan ve Uğur Kesgin 2003.
3. Chapra S.C. "Applied Numerical Methods with MATLAB for engineers and Scientists" Third Edition, McGraw Hill, International Edition 2012.
4. Mathews J.H. and Fink K.D. "Numerical Methods using MATLAB", Fourth Edition, Pearson P. Hall, International Edition 2004.
5. Fausett L.V. "Applied Numerical Analysis Using MATLAB, Second Edition, Pearson P. Hall, International Edition, 2008.
6. Gilat A. And Subramaniam V. "Numerical Methods, An introduction with Applications Using MATLAB", Second Edition, John Wiley and Sons. Inc. 2011.

## Gauss-Jordan Yöntemi

$$2x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 3$$

$$2x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 18$$

$$-4x_1 + 2x_2 + x_3 = 3$$



$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & -2 & 3 \\ 2 & -2 & 4 & 18 \\ -4 & 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Önce katsayılar matrisini ve sağ taraf elemanlarını boyutu büyütülmüş bir matris olarak ifade edelim.

İlk satırı pivot elemanına (2) 'ye bölerek normalleştiririz

$$[1 \quad 1.5 \quad -1 \quad 1.5]$$

**Birinci satır 2 ile çarpılır, ikinci satırdan çıkarılır. ( ikinci satırdan  $x_1$  terimi yok edilir.)**

$$[2 \quad -2 \quad 4 \quad 18] - (2)[1 \quad 1.5 \quad -1 \quad 1.5] = [0 \quad -5 \quad 6 \quad 15]$$

**Birinci satır (-4) ile çarpılır, üçüncü satırdan çıkarılır. ( üçüncü satırdan  $x_1$  terimi yok edilir.)**

$$[-4 \quad 2 \quad 1 \quad 3] - (-4)[1 \quad 1.5 \quad -1 \quad 1.5] = [0 \quad 8 \quad -3 \quad 9]$$

**İkinci satır(-5) bölünerek normalleştirilir.**

$$[0 \quad 1 \quad -1.2 \quad -3]$$

**İkinci satır (8) ile çarpılır, üçüncü satırdan çıkarılır. (üçüncü satırdan  $x_2$  yok edilir.)**

$$[0 \quad 8 \quad -3 \quad 9] - (8)[0 \quad 1 \quad -1.2 \quad -3] = [0 \quad 0 \quad 6.6 \quad 33]$$

**Üçüncü satır 6.6'ya bölünerek normalleştirilir.**

$$[0 \quad 0 \quad 1 \quad 5]$$

**ikinci satır 1.5 ile çarpılır birinci satırdan çıkarılır. (birinci satırdan  $x_2$  yok edilir.)**

$$[1 \quad 1.5 \quad -1 \quad 1.5] - (1.5)[0 \quad 1 \quad -1.2 \quad -3] = [1 \quad 0 \quad 0.8 \quad 6]$$

**üçüncü satır 0.8 ile çarpılır, birinci satırdan çıkarılır.( birinci satırdan  $x_3$  yok edilir.)**

$$[1 \quad 0 \quad 0.8 \quad 6] - (0.8)[0 \quad 0 \quad 1 \quad 5] = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 2]$$

**üçüncü satır (-1.2) ile çarpılır ikinci satırdan çıkarılır.( ikinci satırdan  $x_3$  yok edilir. )**

$$[0 \quad 1 \quad -1.2 \quad -3] - (-1.2)[0 \quad 0 \quad 1 \quad 5] = [0 \quad 1 \quad 0 \quad 3]$$

Sonra artırılmış matris

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \end{bmatrix} \rightarrow x_1 = 2 \quad x_2 = 3 \quad x_3 = 5$$

DOĞRUSAL OLMAYAN SİSTEMLER İÇİN SABİT NOKTALI İTERASYON

$$u(x, y) = x^2 + xy - 10 = 0$$

(a)

$$v(x, y) = y + 3xy^2 - 57 = 0$$

(b)

$$x_{i+1} = \frac{10 - x_i^2}{y_i}$$

(a')

$$y_{i+1} = 57 - 3x_i y_i^2$$

(b')

X'in yeni değeri Eşitlik (a)'den başlangıç koşullarını koyarak bulunabilir.

$$x = \frac{10 - (1.0)^2}{2.8} = 3.2143$$

X'in yeni değeri ve  $y=2.8$  başlangıç koşulunun Eşitlik (b)'de koyarak yeni y değeri belirlenir.

$$y = 57 - (3)(3.2143)(2.8)^2 = -18.6003$$

$$x = \frac{10 - (3.2143)^2}{-18.6003} = 0.0178$$

$$y = 57 - (3)(0.0178)(-18.6003)^2 = 38.5198$$

ıraksıyor

Bu nedenle x ve y orjinal denklemlerden farklı biçimde çekilir. Alternatif eşitlikler (a) ve (b)'den olarak düzenlenir.

$$x = \sqrt{10 - xy}$$

Eşitlik (b)'den

$$y = \sqrt{\frac{57 - y}{3x}}$$

Yeni denklemlere göre sabit noktali iterasyonlar

$$x = \sqrt{10 - (1.0)(2.8)} = 2.6833$$

$$y = \sqrt{\frac{57 - 2.8}{(3)(2.6833)}} = 2.5948$$

1.ci

$$x = \sqrt{10 - (2.6833)(2.5948)} = 1.7428$$

$$y = \sqrt{\frac{57 - 2.5948}{(3)(1.7428)}} = 3.2258$$

2.ci

$$x = \sqrt{10 - (1.7428)(3.2258)} = 2.0924$$

$$y = \sqrt{\frac{57 - 3.2258}{(3)(2.0924)}} = 2.9269$$

3.cü

$$x = \sqrt{10 - (2.0924)(2.9269)} = 1.9687 \quad \left. \vphantom{x} \right\} \text{4.cü}$$

$$y = \sqrt{\frac{57 - 2.9269}{(3)(1.9687)}} = 3.0258$$

$$x = \sqrt{10 - (1.9687)(3.0258)} = 2.0107 \quad \left. \vphantom{x} \right\} \text{5.ci}$$

$$y = \sqrt{\frac{57 - 3.0258}{(3)(2.0107)}} = 2.9913$$

**Gerçek yakınsama değerleri  $x=2$   
ve  $y=3$ 'tür.**