

# MAT 109 ANALİZ I

## Türev

Ankara Üniversitesi

14. Hafta

# 4. Türev

## 4.20. Grafik Çizimleri

Bir fonksiyonun grafiğini oluşturmak için genel olarak aşağıdaki adımlar izlenebilir:

- (1) Fonksiyonun  $\mathcal{D}(f)$  tanım kümesi bulunur.
- (2) Fonksiyonun, eğer varsa, asimtotları bulunur.
- (3) Grafiğin eksenleri kestiği noktalar bulunur.
- (4) Fonksiyonun monotonluk aralıkları, ekstremum noktaları ve ekstremum değerleri bulunur.
- (5) Fonksiyonun konvekslik ve konkavlık karakterleri belirlenip, eğer varsa, büküm noktaları bulunur.
- (6) Yukarıda bulunan bilgiler kullanılarak

$$x, f(x), f'(x), f''(x)$$

ifadelerinin sıralandığı bir tablo yapılır ve bu tabloya göre fonksiyonun grafiği çizilir.

## 4. Türev

### 4.20. Grafik Çizimleri

Örnek 4.20.1.

$$y = f(x) = \frac{(x+1)^3}{(x-1)^2}$$

fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

# 4. Türev

## 4.21. Kutupsal Koordinatlar

Kartezyen koordinat sisteminde  $P(x, y)$  noktasını dikkate alalım.  $P$  noktasının  $O(0,0)$  orijin noktasına olan uzaklığı  $r$  ve  $[OP]$  doğru parçasının  $Ox$  -ekseni ile pozitif yönde yaptığı açının ölçüsü  $\varphi$  ile gösterilsin. Bu durumda  $x$  ve  $y$  koordinatları  $r$  ve  $\varphi$  cinsinden

$$\begin{cases} x = r \cos \varphi \\ y = r \sin \varphi \end{cases}$$

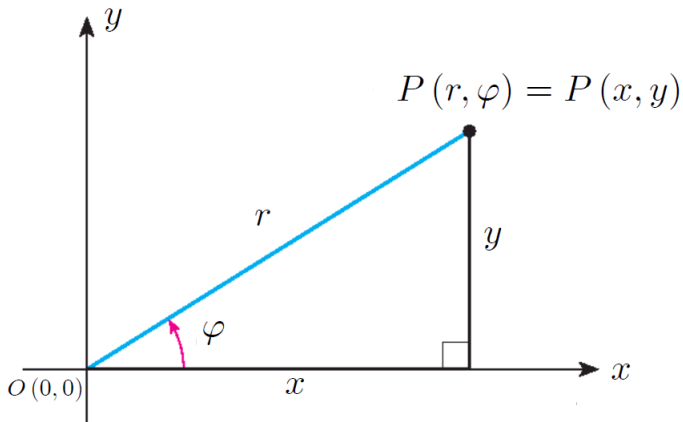
şeklinde ifade edilebilir.

$$(r, \varphi)$$

ikilisine  $P$  noktasının kutupsal koordinatları,  $O$  noktasına kutup noktası,  $\varphi$  açısına  $P$  noktasının kutup açısı,  $Ox$  -eksenine de kutup eksenini adı verilir.

# 4. Türev

## 4.21. Kutupsal Koordinatlar



# 4. Türev

## 4.21. Kutupsal Koordinatlar

### Not 4.21.1.

(i)  $P$  noktasının kutupsal koordinatları tek değildir. Yani; bir noktanın sonsuz çoklukta kutupsal koordinatı vardır. Örneğin;

$$(r, \varphi)$$

bir noktanın kutupsal koordinatı ise bu durumda  $k \in \mathbb{Z}$  olmak üzere

$$(r, \varphi + 2\pi k)$$

koordinatları da aynı noktanın kutupsal koordinatlarıdır.

# 4. Türev

## 4.21. Kutupsal Koordinatlar

(ii)  $P$  noktasının kutupsal koordinatı

$$(r, \varphi)$$

ise

$$(-r, \varphi + \pi)$$

koordinatı da  $P$  noktasının kutupsal koordinatıdır.

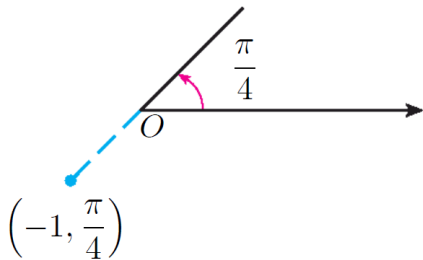
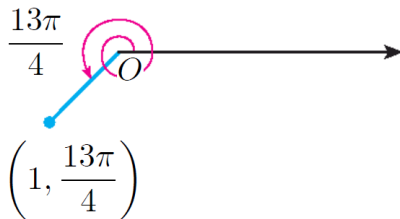
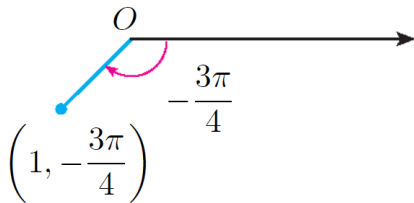
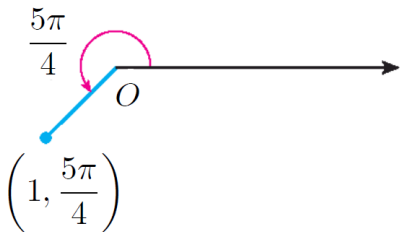
(iii) Her  $\varphi \in \mathbb{R}$  için

$$(0, \varphi)$$

koordinatları, kutup noktasının kutupsal koordinatlarıdır.

# 4. Türev

## 4.21. Kutupsal Koordinatlar





# 4. Türev

## 4.21. Kutupsal Koordinatlar

### Not 4.21.2.

$r$  ve  $\varphi$  kutupsal koordinatlarını  $x$  ve  $y$  Kartezyen koordinatları cinsinden ifade etmek mümkündür.

$$\begin{cases} x = r \cos \varphi \\ y = r \sin \varphi \end{cases}$$

ifadelerinden

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

ve

$$\varphi = \arctan \left( \frac{y}{x} \right)$$

oldukları gösterilebilir.

## 4. Türev

### 4.21. Kutupsal Koordinatlar

Örnek 4.21.3.

$$P(-1, \sqrt{3})$$

noktasının kutupsal koordinatlarını bulunuz.

Örnek 4.21.4.

Kutupsal koordinatları

$$\left(2, \frac{3\pi}{4}\right) \quad \text{ve} \quad \left(-2, \frac{\pi}{6}\right)$$

biçiminde verilen noktaların kartezyen koordinatlarını bulunuz.

# 4. Türev

## 4.21. Kutupsal Koordinatlar

### Not 4.21.5.

Kartezyen koordinat sisteminde olduğu gibi, eğrilerin denklemini kutupsal koordinatlar cinsinden de ifade etmek mümkündür. Kartezyen koordinatlar sistemindeki denklemi verilen bir eğrinin kutupsal koordinatlar sistemindeki denklemini bulmak için verilen denklemde  $x$  yerine

$$r \cos \varphi$$

ve  $y$  yerine

$$r \sin \varphi$$

yazmak yeterlidir.

# 4. Türev

## 4.21. Kutupsal Koordinatlar

### Örnek 4.21.6.

Kartezyen koordinatlar sisteminde denklemi

$$x^2 + y^2 = a^2$$

olan çemberin kutupsal koordinatlar sistemindeki denklemini yazınız.

# 4. Türev

## 4.21. Kutupsal Koordinatlar

### Örnek 4.21.7.

Kartezyen koordinatlar sisteminde denklemi

$$(x - a)^2 + y^2 = a^2$$

olan çemberin kutupsal koordinatlar sistemindeki denklemini yazınız.

# 4. Türev

## 4.21. Kutupsal Koordinatlar

Örnek 4.21.8.

Kutupsal koordinatlar sisteminde denklemi

$$r^2 \cos \varphi \sin \varphi = 1$$

olan eğrinin kartezyen koordinatlar sistemindeki denklemini yazınız.