

MAT 110 ANALİZ II

Seriler

Ankara Üniversitesi

13. Hafta

8.3. Alterne Seriler

Tanım 8.3.1.

Terimlerinin işareti ardışık olarak değişen serilere alterne seri adı verilir.

Aşağıdaki seriler

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \dots = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k-1} \frac{1}{k}$$

$$-\frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{3}{4} + \frac{4}{5} - \frac{5}{6} + \frac{6}{7} - \dots = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{k}{k+1}$$

alterne serilere örnek olarak verilebilir.

8.3. Alterne Seriler

Teorem 8.3.2. (Leibniz Testi)

$$\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k-1} b_k = b_1 - b_2 + b_3 - b_4 + \dots$$

serisi için

- (i) $\forall k \in \mathbb{N}$ için $0 < b_{k+1} \leq b_k$
- (ii) $\lim_{k \rightarrow \infty} b_k = 0$

ise bu durumda

$$\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k-1} b_k$$

serisi yakınsaktır.

Örnek 8.3.3.

$$\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k-1} \frac{1}{k}$$

serisinin karakterini inceleyiniz.

8.3. Alterne Seriler

Tanım 8.3.4.

(a_k) reel sayı dizisi olmak üzere

$$\sum_{k=1}^{\infty} |a_k|$$

serisi yakınsak ise

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_k$$

serisine mutlak yakınsak seri adı verilir.

8.3. Alterne Seriler

Örnek 8.3.5.

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k-1}}{k^2}$$

serisinin mutlak yakınsak olup olmadığını araştırınız.

8.3. Alterne Seriler

Tanım 8.3.6.

(a_k) reel sayı dizisi olmak üzere

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_k$$

serisi yakınsak fakat

$$\sum_{k=1}^{\infty} |a_k|$$

serisi ıraksak ise

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_k$$

serisine şartlı yakınsaktır denir.

8.3. Alterne Seriler

Örnek 8.3.7.

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k-1}}{k}$$

serisinin şartlı yakınsak olup olmadığını araştırınız.

8.3. Alterne Seriler

Teorem 8.3.8.

$$\sum_{k=1}^{\infty} |a_k|$$

serisi yakınsak ise

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_k$$

serisi de yakınsaktır.

Örnek 8.3.9.

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos k}{k^2}$$

serisinin karakterini inceleyiniz.