

# MAT 110 ANALİZ II

## Seriler

Ankara Üniversitesi

14. Hafta

## 8.4. Terimleri Herhangi İşaretli Seriler

### Teorem 8.4.1. (D'Alembert Oran Testi)

$\forall k \in \mathbb{N}$  için  $a_k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$  olmak üzere

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_k$$

serisini dikkate alalım.

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{|a_{k+1}|}{|a_k|} = r$$

olsun. Bu durumda

- (i)  $r < 1$  ise  $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$  serisi yakınsaktır.
- (ii)  $r > 1$  ise  $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$  serisi ıraksaktır.
- (iii)  $r = 1$  ise şüpheli durum vardır.

## 8.4. Terimleri Herhangi İşaretli Seriler

### Teorem 8.4.2. (Cauchy Kök Testi)

$\forall k \in \mathbb{N}$  için  $a_k \in \mathbb{R}$  olmak üzere

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_k$$

serisini dikkate alalım.

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \sqrt[k]{|a_k|} = r$$

olsun. Bu durumda

- (i)  $r < 1$  ise  $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$  serisi yakınsaktır.
- (ii)  $r > 1$  ise  $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$  serisi ıraksaktır.
- (iii)  $r = 1$  ise şüpheli durum vardır.

## 8.4. Terimleri Herhangi İşaretli Seriler

Örnek 8.4.3.

$$\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{k^3}{3^k}$$

serisinin karakterini inceleyiniz.

## 8.4. Terimleri Herhangi İşaretli Seriler

### Teorem 8.4.4. (Abel Testi)

$(a_k)$  ve  $(b_k)$  reel sayı dizileri olmak üzere

- (i)  $\sum_{k=1}^{\infty} b_k$  serisi yakınsak,
- (ii)  $(a_k)$  dizisi monoton ve sınırlı

olsun. Bu durumda

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_k b_k$$

serisi yakınsaktır.

## 8.4. Terimleri Herhangi İşaretli Seriler

Örnek 8.4.5.

$$\sum_{k=2}^{\infty} \frac{(-1)^{k-1}}{\ln^2 k} \cos\left(\frac{\pi}{k+1}\right)$$

serisinin karakterini inceleyiniz.

## 8.4. Terimleri Herhangi İşaretli Seriler

### Teorem 8.4.6. (Dirichlet Testi)

$(a_k)$  ve  $(b_k)$  reel sayı dizileri olmak üzere

- (i)  $\sum_{k=1}^{\infty} b_k$  serisinin kısmi toplamlar dizisi sınırlı ,
- (ii)  $(a_k)$  dizisi monoton ve  $\lim_{k \rightarrow \infty} a_k = 0$

olsun. Bu durumda

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_k b_k$$

serisi yakınsaktır.

## 8.4. Terimleri Herhangi İşaretli Seriler

Örnek 8.4.7.

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin k \sin(k^2)}{k}$$

serisinin karakterini inceleyiniz.