

# MATEMATİK II

## Kutupsal Koordinatlar

Ankara Üniversitesi

14. Hafta

## 7. Kutupsal Koordinatlar

Kartezyen koordinat sisteminde  $P(x, y)$  noktasını dikkate alalım.  $P$  noktasının  $O(0, 0)$  orijin noktasına olan uzaklığı  $r$  ve  $[OP]$  doğru parçasının  $Ox$ -ekseni ile pozitif yönde yaptığı açının ölçüsü  $\varphi$  ile gösterilsin. Bu durumda  $x$  ve  $y$  koordinatları  $r$  ve  $\varphi$  cinsinden

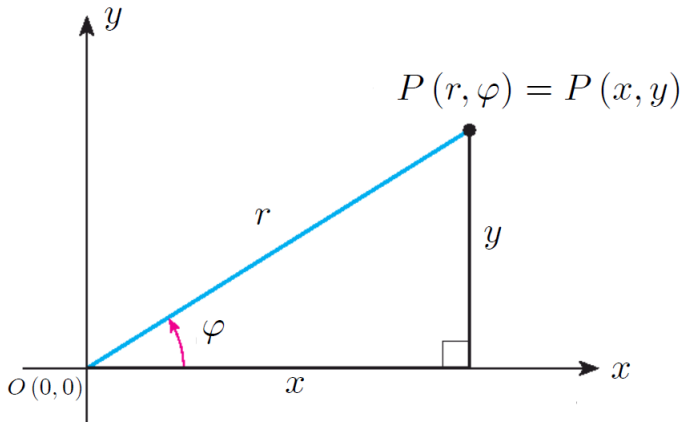
$$\begin{cases} x = r \cos \varphi \\ y = r \sin \varphi \end{cases}$$

şeklinde ifade edilebilir.

$$(r, \varphi)$$

ikilisine  $P$  noktasının kutupsal koordinatları,  $O$  noktasına kutup noktası,  $\varphi$  açısına  $P$  noktasının kutup açısı,  $Ox$ -eksenine de kutup ekseni adı verilir.

## 7. Kutupsal Koordinatlar



## 7. Kutupsal Koordinatlar

### Not 7.1.1.

(i)  $P$  noktasının kutupsal koordinatları tek değildir. Yani; bir noktanın sonsuz çoklukta kutupsal koordinatı vardır. Örneğin;

$$(r, \varphi)$$

bir noktanın kutupsal koordinatı ise bu durumda  $k \in \mathbb{Z}$  olmak üzere

$$(r, \varphi + 2\pi k)$$

koordinatları da aynı noktanın kutupsal koordinatlarıdır.

## 7. Kutupsal Koordinatlar

(ii)  $P$  noktasının kutupsal koordinatı

$$(r, \varphi)$$

ise

$$(-r, \varphi + \pi)$$

koordinatı da  $P$  noktasının kutupsal koordinatıdır.

(iii) Her  $\varphi \in \mathbb{R}$  için

$$(0, \varphi)$$

koordinatları, kutup noktasının kutupsal koordinatlarıdır.

## 7. Kutupsal Koordinatlar

### Not 7.1.2.

$r$  ve  $\varphi$  kutupsal koordinatlarını  $x$  ve  $y$  kartezyen koordinatları cinsinden ifade etmek mümkündür.

$$\begin{cases} x = r \cos \varphi \\ y = r \sin \varphi \end{cases}$$

ifadelerinden

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

ve

$$\varphi = \arctan \left( \frac{y}{x} \right)$$

oldukları gösterilebilir.

## 7. Kutupsal Koordinatlar

Örnek 7.1.3.

$$P(-1, \sqrt{3})$$

noktasının kutupsal koordinatlarını bulunuz.

Örnek 7.1.4.

Kutupsal koordinatları

$$\left(2, \frac{3\pi}{4}\right) \quad \text{ve} \quad \left(-2, \frac{\pi}{6}\right)$$

biçiminde verilen noktaların kartezyen koordinatlarını bulunuz.

## 7. Kutupsal Koordinatlar

### Not 7.1.5.

Kartezyen koordinat sisteminde olduğu gibi, eğrilerin denklemini kutupsal koordinatlar cinsinden de ifade etmek mümkündür. Kartezyen koordinatlar sistemindeki denklemi verilen bir eğrinin kutupsal koordinatlar sistemindeki denklemini bulmak için verilen denklemde  $x$  yerine

$$r \cos \varphi$$

ve  $y$  yerine

$$r \sin \varphi$$

yazmak yeterlidir.



## 7. Kutupsal Koordinatlar

### Örnek 7.1.6.

Kartezyen koordinatlar sisteminde denklemi

$$x^2 + y^2 = a^2$$

olan çemberin kutupsal koordinatlar sistemindeki denklemini yazınız.

### Örnek 7.1.7.

Kartezyen koordinatlar sisteminde denklemi

$$(x - a)^2 + y^2 = a^2$$

olan çemberin kutupsal koordinatlar sistemindeki denklemini yazınız.

## 7. Kutupsal Koordinatlar

Örnek 7.1.8.

Kutupsal koordinatlar sisteminde denklemi

$$r^2 \cos \varphi \sin \varphi = 1$$

olan eğrinin kartezyen koordinatlar sistemindeki denklemini yazınız.