(FZM 114) FİZİK –II

Dr. Çağın KAMIŞCIOĞLU

İÇERİK

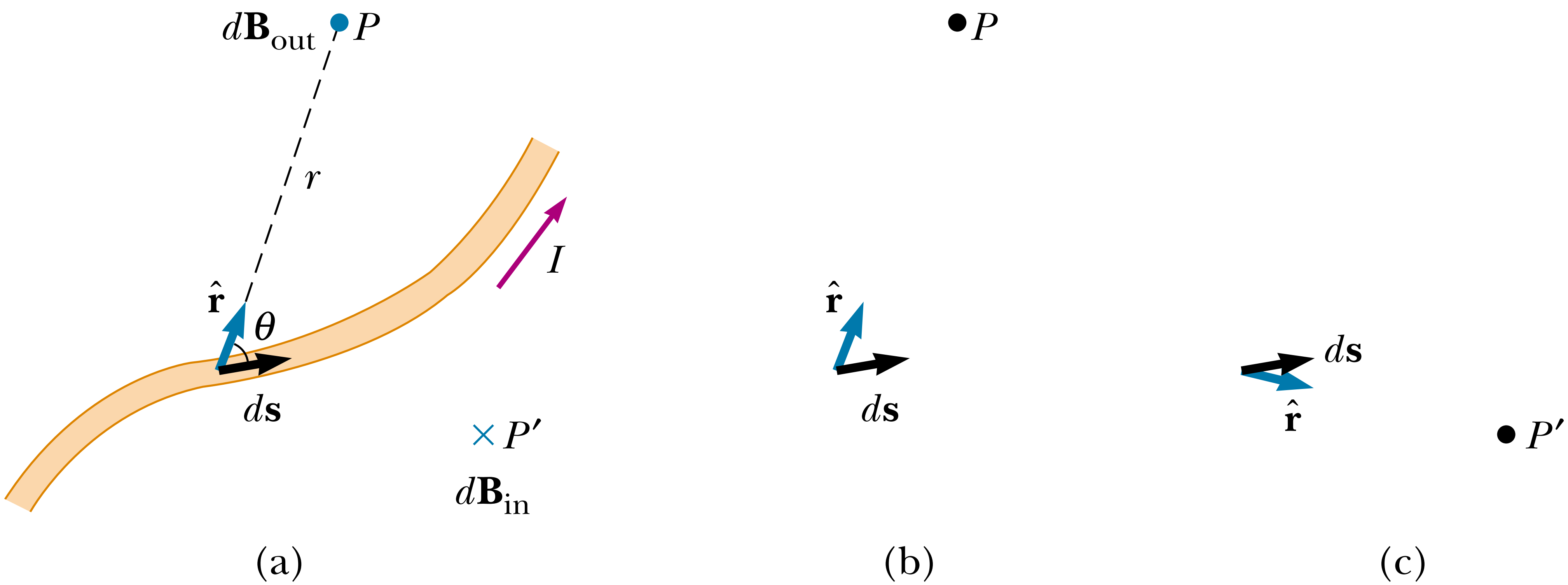
+ *Manyetik Alanın Kaynakları*
+ *Biot-Savart Yasası*
+ *Ampere Yasası*

BIOT-SAVART YASASI

Oersted'in 1819'da akım-taşıyan bir iletkenin bir pusula iğnesini saptırdığını keşfinden kısa bir süre sonra, Jean Baptiste Biot (1774-1862) ve Felix Savart (1791-1841) bir elektrik akımının yakınındaki bir mıknatısa uyguladığı kuvvetle ilgili nicel deneyler yaptılar. Biot ve Savart deneysel sonuçlardan yola çıkarak uzayın bir noktasındaki manyetik alanı, bu alanı oluşturan akım cinsinden veren matematiksel bir ifade buldular. İfadede, kararlı bir I akımı taşıyan bir telin bir $d\mathbf{s}$ uzunluk elemanın P noktasında oluşturduğu $d\mathbf{B}$ manyetik alanı aşağıdaki deneysel gözlemlerine dayanır (Şekil 30.1):

- $d\mathbf{B}$ vektörü, hem $d\mathbf{s}$ (akım yönündedir) ye ve hem de $d\mathbf{s}$ den P ye doğru yönelen $\hat{\mathbf{r}}$ birim vektörüne diktir.
- $d\mathbf{B}$ nin büyüklüğü r^2 ile ters orantılıdır. Burada r, $d\mathbf{s}$ nin P ye uzaklığıdır.
- $d\mathbf{B}$ nin büyüklüğü akımla ve $d\mathbf{s}$ uzunluk elemanın büyüklüğü, yani ds ile orantılıdır.
- $d\mathbf{B}$ nin büyüklüğü $\sin\theta$ ile orantılıdır. Burada θ, $d\mathbf{s}$ ve $\hat{\mathbf{r}}$ vektörleri arasındaki açıdır.

BIOT-SAVART YASASI



Şekil 30.1 (a) Bir $d\mathbf{s}$ uzunluk elemanından geçen I akımının P noktasında oluşturduğu $d\mathbf{B}$ manyetik alanı Biot-Savart yasasıyla verilir. P deki manyetik alanın yönü sayfa düzleminden dışa ve P' deki ise içe doğrudur. (b) $\hat{\mathbf{r}}$, P ye doğru baktığında $d\mathbf{s} \times \hat{\mathbf{r}}$ vektörel çarpımının yönü sayfa düzleminin dışına doğru olur. $\hat{\mathbf{r}}$, P' ye yönelirse $d\mathbf{s} \times \hat{\mathbf{r}}$ sayfa düzleminin içine doğru olur.

BIOT-SAVART YASASI

Bu özellikler Biot-Savart olarak bilinen aşagıdaki matematiksel ifade ile özetlenebilir.

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I\, d\mathbf{s} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$

Burada μ_0 serbest uzayın geçirgenliği denilen bir sabittir.

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{T \cdot m/A}$$

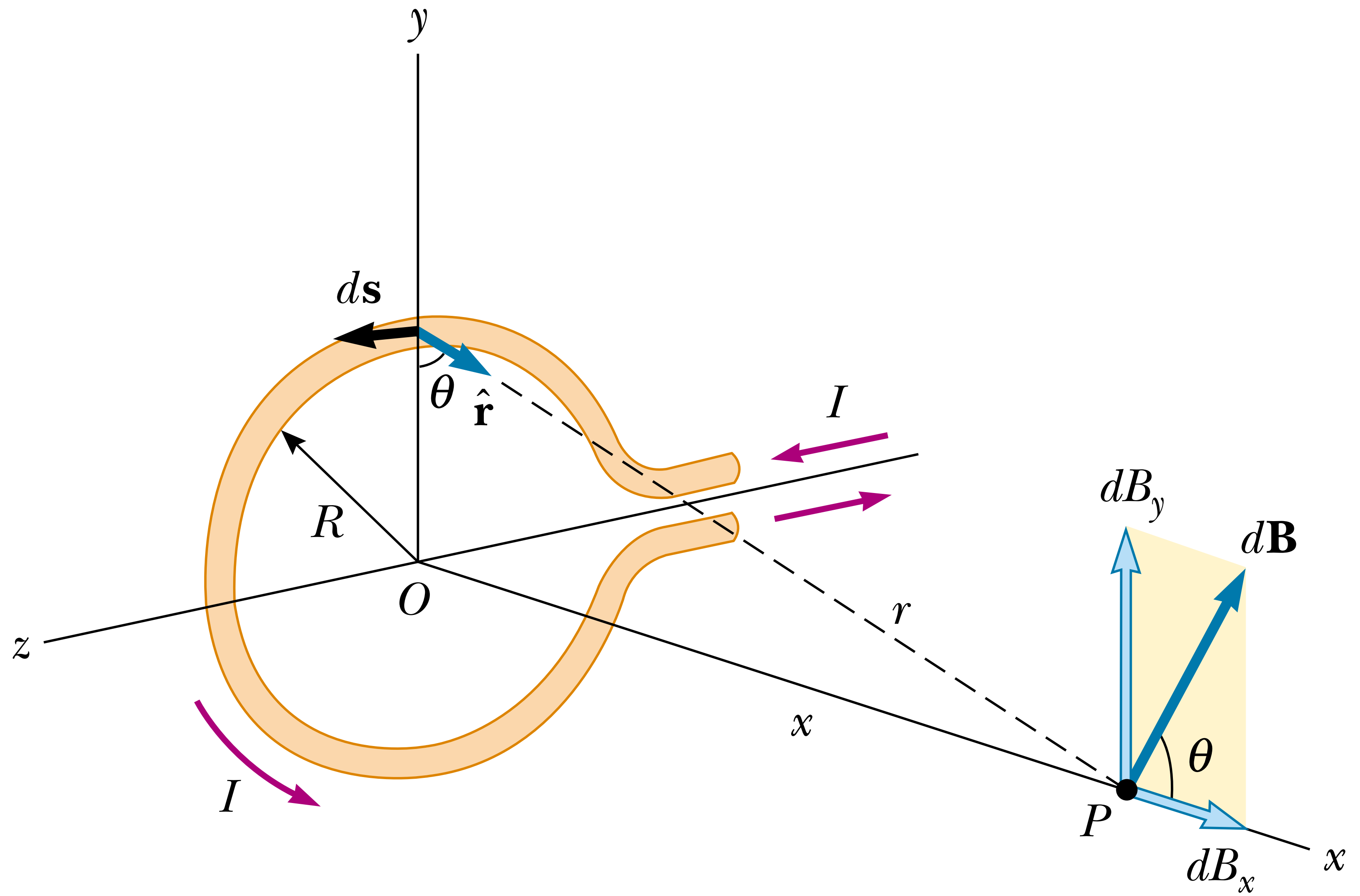
BIOT-SAVART YASASI

Eşitlik 30.1 deki $d\mathbf{B}$ alanının, iletkenin yalnız küçük bir $d\mathbf{s}$ uzunluk elemanındaki akımın oluşturduğu alan olduğuna dikkat etmek son derece önemlidir. Sonlu büyüklükteki bir akımın, bir noktada oluşturduğu $\mathbf{B}$ *toplam* manyetik alanını bulmak için, akımı oluşturan tüm $Id\mathbf{s}$ akım elemanlarından doğan katkıları toplamamız gerekir. Yani, $\mathbf{B}$'yi Eşitlik 30.1 in integralini alarak bulmalıyız:

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\mathbf{s} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$

ÇEMBERSEL BIR AKIM ILMEĞININ EKSENI ÜZERINDEKI MANYETIK ALAN

Şekil 30.5 de görüldüğü gibi, kararlı bir I akımı taşıyan ve yz düzleminde bulunan R yarıçaplı çembersel bir tel ilmek veriliyor. Bu ilmeğin, ekseni üzerinde merkezinden bir x uzaklıkta bulunan bir P noktasındaki manyetik alanı hesaplayınız.



ÇEMBERSEL BIR AKIM ILMEĞININ EKSENI ÜZERINDEKI MANYETIK ALAN

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{|d\mathbf{s} \times \hat{\mathbf{r}}|}{r^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{ds}{(x^2 + R^2)}$$

ile verilir. Şekil 30.5 de gösterildiği gibi, $d\mathbf{B}$ alanının yönü, $\hat{\mathbf{r}}$ ve $d\mathbf{s}$ nin oluşturduğu düzleme diktir. $d\mathbf{B}$ vektörü, x ekseni boyunca bir dB_x ve x eksenine dik bir dB_y bileşenine ayrılabilir. Tüm ilmek için x'e dik bileşenler toplandığı zaman toplamlarının sıfır olduğu görülür. Bir başka deyişle, simetriden ötürü, ilmeğin herhangi bir tarafındaki bir eleman, çapsal olarak tam karşısındaki bir başka elemanın oluşturduğu $d\mathbf{B}$ alanının dik bileşenini dengeleyerek yok edebilen bir dik bileşen oluşturacaktır. Bu nedenle, *P deki bileşke alan x ekseni boyunca olmalı* ve $dB_x = dB\cos\theta$ bileşenlerinin integralini alarak bulabiliriz. Yani, $\mathbf{B} = B_x\mathbf{i}$ olup, burada B_x

$$B_x = \oint dB\cos\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\oint\frac{ds\cos\theta}{x^2 + R^2}$$

biçiminde verilir ve integrali ilmeğin tamamı üzerinden almalıyız. θ, x ve R ilmeğin tüm elemanları için sabittirler ve $\cos\theta = R/(x^2 + R^2)^{1/2}$ olduğundan

$$B_x = \frac{\mu_0 IR}{4\pi(x^2 + R^2)^{3/2}}\oint ds = \frac{\mu_0 IR^2}{2(x^2 + R^2)^{3/2}} \qquad \textbf{(30.7)}$$

buluruz. Burada $\oint ds = 2\pi R$ (ilmeğin çevresi) olması gerektiği gerçeği kullanıldı.

İlmeğin merkezindeki manyetik alanı bulmak için, Eşitlik 30.7 de $x = 0$ alırız. Böylece, bu özel nokta için,

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R} \qquad (x = 0\text{'da}) \qquad \textbf{(30.8)}$$

elde edilir.

Bu sonuç Örnek 30.2'nin ki ile uyuşur. Manyetik alanın davranışını, ilmekten çok uzaklarda yani, x'in R'ye göre çok büyük olduğu zaman belirlemek de ilginçtir. Bu durumda, Eşitlik 30.7 nin paydasındaki R^2 terimini ihmal ederek

$$B \approx \frac{\mu_0 IR^2}{2x^3} \qquad (x \gg R \text{ için}) \qquad \textbf{(30.9)}$$

elde edebiliriz. İlmeğin manyetik dipol momenti μ nün büyüklüğü, ilmekten geçen akımla ilmek yüzeyinin çarpımı, çembersel ilmeğimiz için $\mu = I(\pi R^2)$ olduğundan, Eşitlik 30.9, aşağıdaki biçimde yazılabilir:

$$B \approx \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{\mu}{x^3} \qquad \textbf{(30.10)}$$

Bu sonuç biçimsel olarak, bir elektrik dipolünün uzaklarda oluşturduğu elektrik alan ifadesine yani $E = k_e(2qa)/y^3$'e benzemektedir. (Örnek 23.6 ya

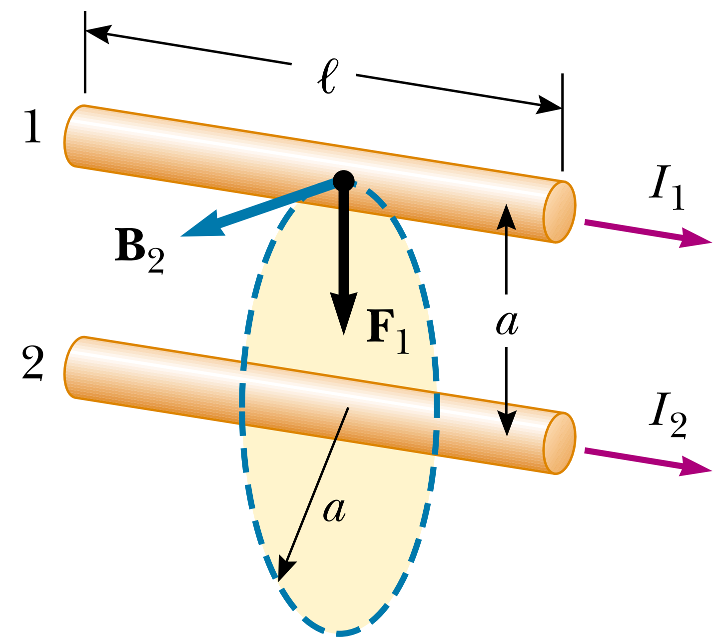
IKI PARALEL ILETKEN ARASINDAKI MANYETIK KUVVET

Şekil 30.7 deki gibi aynı yönde I_1 ve I_2 akımları taşıyan ve aralarındaki uzaklık a olan iki uzun, doğrusal ve paralel tel alalım. Tellerden biri üzerine, ötekinin oluşturduğu alandan ötürü etkiyen manyetik kuvveti kolayca bulabiliriz. I_2 akımını taşıyan tel-2, tel-1'in bulunduğu konumda bir $\mathbf{B}_2$ alanı oluşturur. Şekil 30.7 de gösterildiği gibi $\mathbf{B}_2$'nin yönü tel-1'e diktir. Eşitlik 29.5'e göre tel-1'in ℓ uzunluğuna etkiyen manyetik kuvvet $\mathbf{F}_1 = I_1 \boldsymbol{\ell} \times \mathbf{B}_2$'dir. $\boldsymbol{\ell}$, $\mathbf{B}_2$'ye dik olduğundan $\mathbf{F}_1$'nin büyüklüğü $F_1 = I_1 \ell B_2$ olur. $\mathbf{B}_2$ nin büyüklüğü Eşitlik 30.5 ile verildiği için,

$$\boxed{F_1 = I_1 \ell B_2 = I_1 \ell \left(\frac{\mu_0 I_2}{2\pi a} \right) = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a}\, \ell}$$

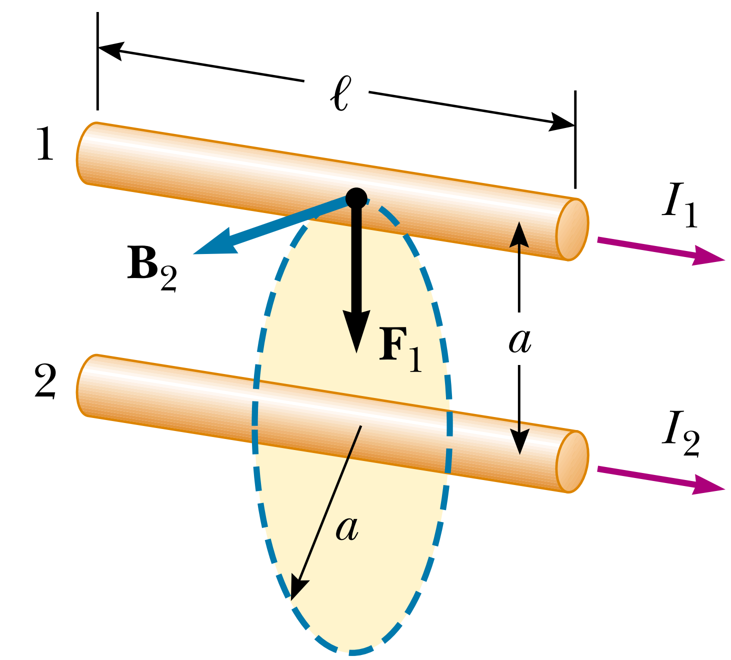
IKI PARALEL ILETKEN ARASINDAKI MANYETIK KUVVET

olduğunu görürüz. $\ell \times \mathbf{B}_2$ aşağı yönde olduğundan, $\mathbf{F}_1$'in yönü aşağı tel-2'ye doğrudur. Eğer tel-2'nin bulunduğu yerde tel-1'in oluşturduğu alan hesaplanırsa, tel-2'ye etkiyen $\mathbf{F}_2$ kuvvetinin büyüklükçe $\mathbf{F}_1$ e eşit fakat ters yönde oldu-



ğu görülür. Bu zaten beklenen bir olaydır, çünkü Newton'un üçüncü yasası olan etki-tepki ilkesine uyulmalıdır.[1] Öte yandan akımlar zıt yönlerde oldukları (yani, Şekil 30.7 deki akımlardan birinin yönü ters çevrilirse), kuvvetlerin yönleri tersine döner ve bu yüzden teller birbirlerini iterler. **Böylece, aynı yönde akım taşıyan paralel tellerin birbirlerini çektiklerini, buna karşın zıt yönlerde akım taşıyan paralel tellerin ise birbirilerini ittiklerini görürüz.**

IKI PARALEL ILETKEN ARASINDAKI MANYETIK KUVVET

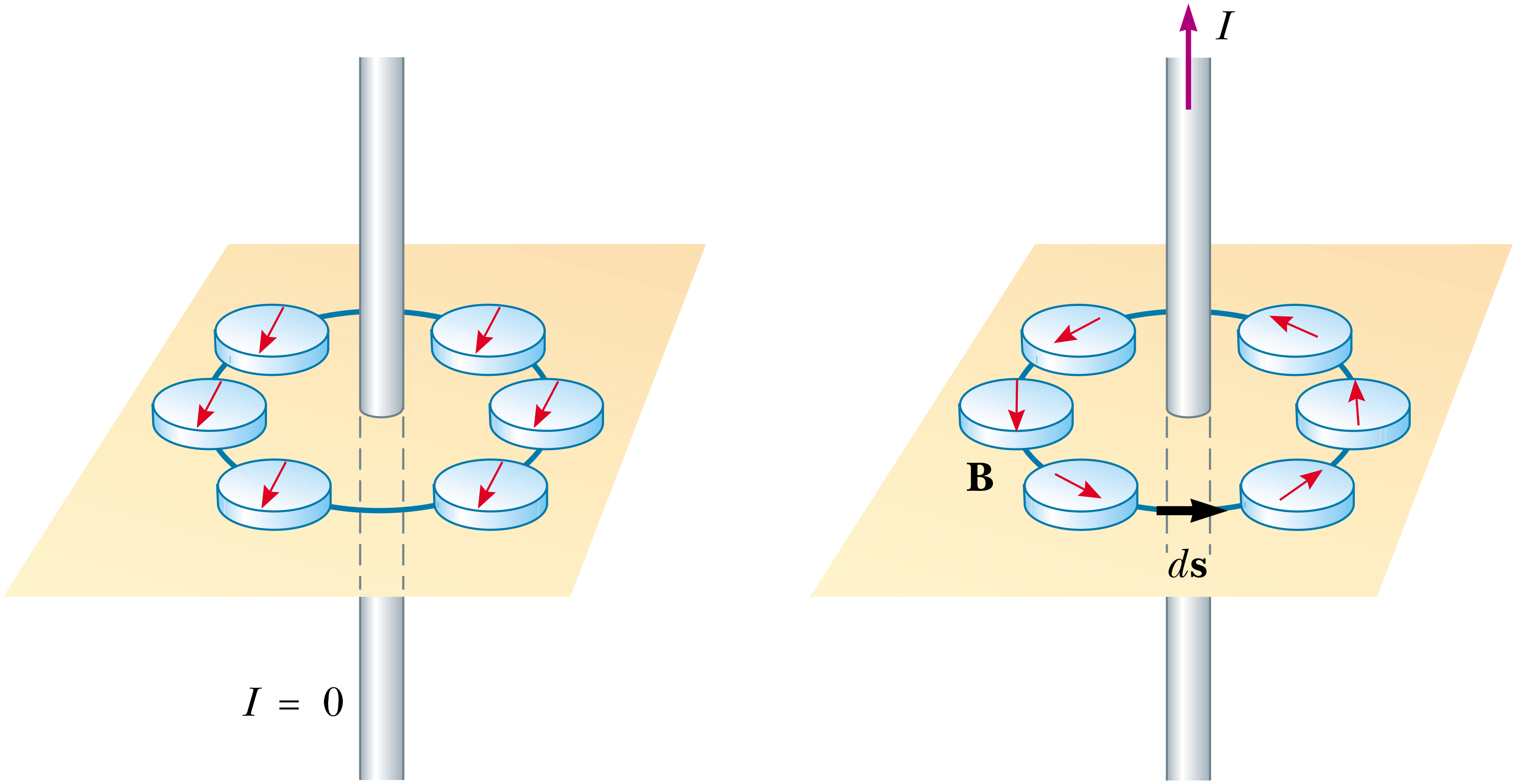


Her iki tele de etkiyen kuvvetlerin büyüklükleri aynı olduğundan teller arasindaki manyetik kuvvetin büyüklüğünü F_B ile gösterebiliriz. Bu büyüklüğü telin birim uzunluğuna etkiyen kuvvet cinsinden yazarsak;

$$\frac{F_B}{\ell} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a}$$

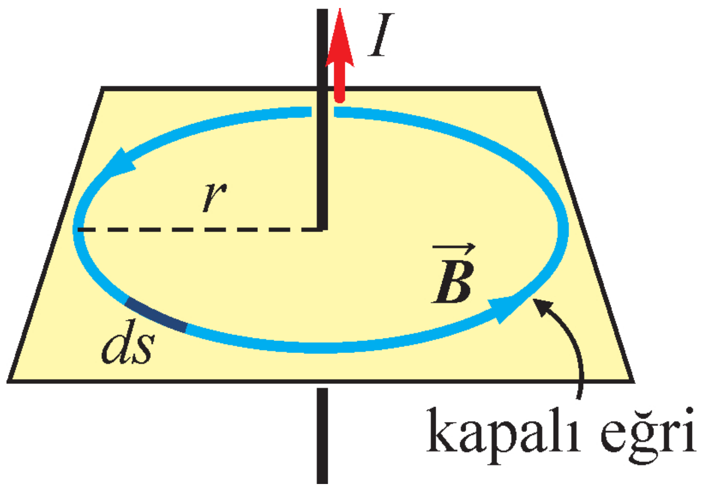
AMPERE YASASI

Andre-Marie Ampère



AMPERE YASASI

Basit bir örnek: Sonsuz doğrusal tel.



I akımlı telden r uzaklıkta manyetik alan:

$$B = \frac{2k' I}{r}$$

Manyetik alanın r yarıçaplı çembere teğet olan bileşeninin, çember boyunca integralini alalım.

Her noktada B nin teğet bileşenini küçük ds yay parçası ile çarpıp, çember üzerinden toplayalım.

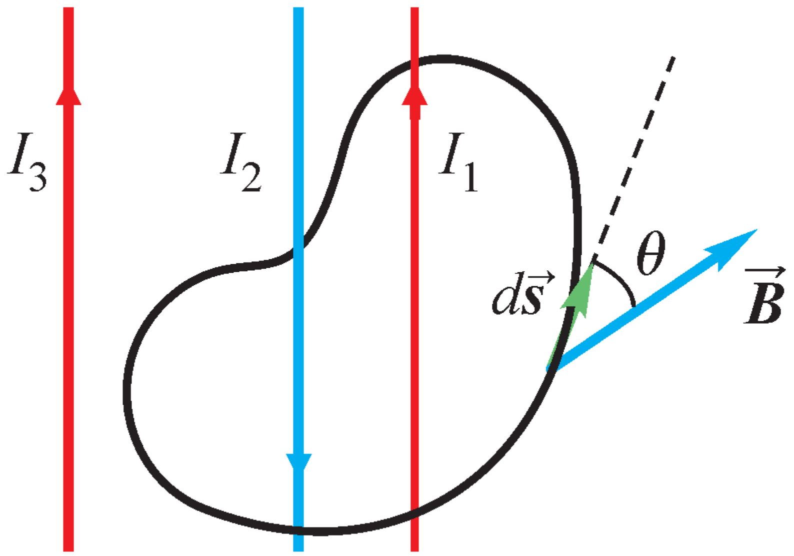
$$\oint B\, ds = B \underbrace{\oint ds}_{2\pi r} = \frac{2k'\, I}{\cancel{r}} 2\pi \cancel{r} = \underbrace{4\pi k'}_{\mu_0} I = \mu_0 I$$

Sonuç r yarıçapından bağımsızdır!

Eğer I akımını dışarda bırakan bir eğri seçilseydi, sonuç sıfır olurdu.

Ampere Yasası denilen bu sonuç en genel akım dağılımı ve seçilen eğrisel yol için de geçerlidir. (İspat ileri düzeyde.)

AMPERE YASASI



Ampere Yasası

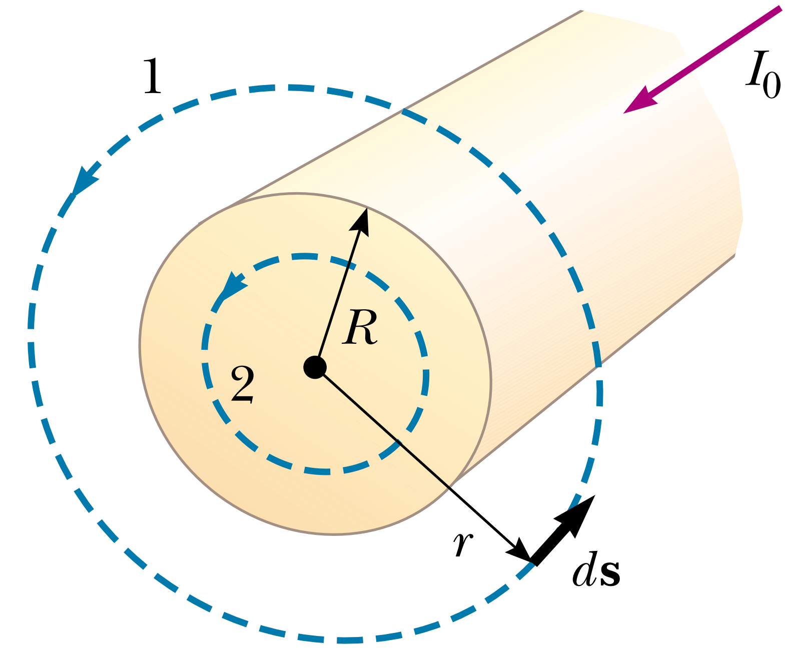
Kapalı bir eğri boyunca manyetik alanın izdüşümünün integrali, bu eğrinin çevrelediği herhangi bir yüzeyi kesen net akım ile orantılıdır:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I_{iç} \qquad \text{(Ampere Yasası)}$$

- $I_{iç}$ kapalı eğri içinde kalan net akımdır. Bir yöndeki akım pozitif ise zıt yöndeki akım negatif alınır.
- Eğri dışında kalan akımlar hesaba katılmaz.
- Problemin simetrisine uygun bir eğri seçilirse, integral almaya gerek kalmaz.

UZUN BIR AKIM TAŞIYAN TELIN MANYETİK ALANI

Kesitinin her tarafına düzgün dağılmış kararlı bir I_0 akımı taşıyan R yarıçaplı uzun ve doğrusal bir tel veriliyor (Şek. 30.11). $r \geq R$ ve $r < R$ bölgelerinde telin merkezinden r uzaklıktaki noktalarda manyetik alanı hesaplayınız.



$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = B \oint ds = B(2\pi r) = \mu_0 I_0$$

$$B = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi r} \qquad (\text{for } r \geq R)$$

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = B(2\pi r) = \mu_0 I = \mu_0\left(\frac{r^2}{R^2} I_0\right)$$

$$B = \left(\frac{\mu_0 I_0}{2\pi R^2}\right) r \qquad (\text{for } r < R)$$

KAYNAKLAR

1. http://www.seckin.com.tr/kitap/413951887 ("Üniversiteler için Fizik", B. Karaoğlu, Seçkin Yayıncılık, 2012).

2.Fen ve Mühendislik için Fizik Cilt-2, R.A.Serway,R.J.Beichner,5.Baskıdan çeviri, (ÇE) K. Çolakoğlu, Palme Yayıncılık.

3. Üniversite Fiziği Cilt-I, H.D. Young ve R.A.Freedman, (Çeviri Editörü: Prof. Dr. Hilmi Ünlü) 12. Baskı, Pearson Education Yayıncılık 2009, Ankara.

4. https://www.youtube.com/user/crashcourse