

BÖLÜM 4

FREKANS DAĞILIMLARININ GRAFİKLE GÖSTERİLMESİ

Frekans dağılımlarının betimlenmesinde frekans tablolarının kullanılmasının yanı sıra grafik gösterimleri de sıklıkla kullanılmaktadır. Grafikler, görselliği daha fazla olan betimleme biçimleridir. Bu nedenle kullanılması uygun olan durumlarda, verilerin dağılımının anlaşılmasını ve yorumlanmasını kolaylaştırmaktadır.

Grafiklerin, frekans dağılımlarının betimlenmesi amacıyla kullanılmasında dikkat edilmesi gereken önemli noktalardan biri, değişkenin türüne ve karakteristiğine göre kullanılacak uygun grafik türünün seçilmesidir. Bu bölümde frekans dağılımlarının betimlenmesinde yaygın olarak kullanılan 4 grafik türü tanıtılmaktadır.

Tablolarda olduğu gibi grafik kullanımında da dikkat edilmesi gereken bazı biçimsel özellikler vardır. Grafikler de tablolar gibi, bir grafik numarası ve bir içerik bilgisi ile isimlendirilir. Bu isimlendirme, grafiğin alt tarafında yer alır. Grafik üzerinde gerekli açıklama ve sayısal değerler yer almalıdır. Grafiklerde frekanslara yönelik sayılar verilebileceği gibi frekans yüzdeleri ya da bu her ikisi birden verilebilir. Dikkat edilmesi gereken nokta verilen değerlerin açık ve anlaşılır olmasıdır.

4.1. PASTA GRAFİĞİ (Pie Graphics)

'Daire grafiği' olarak da bilinen pasta grafiği, 360 derecelik bir dairenin dilimleri ile frekans dağılımlarının gösterildiği bir grafik türüdür. Dilimlerin büyüklüğü frekans yüzdeleri ile orantılı olacak şekilde belirlenir.

Pasta grafikleri, cinsiyet, şube, kan grubu gibi kesikli ve kategorik değişkenlerin frekans dağılımlarının gösterilmesinde kullanışlıdır. Değişkenlerin kategori sayısı arttıkça, pasta grafiği daha karışık bir şekle dönüşecektir. Bu nedenle pasta grafiği, 2, 3, 4 gibi az kategorili değişkenlerde, daha fazla çok kategorisi olan değişkenlere göre daha kullanışlıdır.

ÖRNEK 1.

Bir sınıftaki 15 öğrencinin cinsiyetleri aşağıdaki gibidir.

C/NS: K; K; K; E; E; K; E; E; K; K; E; K; K; E; K

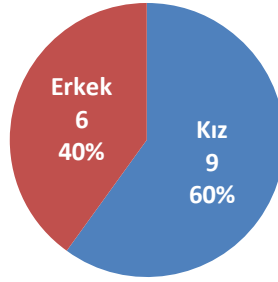
Görüldüğü gibi öğrencilerin 9'u kız, 6'sı erkek öğrencilerden oluşmaktadır. Bu değerlerin yüzde karşılığı sırasıyla %60 ve %40'tır.

Buna göre çizilecek pasta grafiğinde, 360⁰'lik toplam alanın %60'lık dilimi kız öğrencilerin frekansını, %40'lık dilimi ise erkek öğrencilerin frekansını göstermelidir.

$$360 \times \%60 = 360 \times 0,60 = 216$$

$$360 \times \%40 = 360 \times 0,40 = 144$$

Buna göre kız öğrencilerin frekansı 216⁰'lik, erkek öğrencilerin frekansı ise 144⁰'lik daire dilimi ile gösterilecektir. Grafikte dilimlerin dereceleri gösterilmez. Bu dereceler dilimlerin büyüklüklerinin hesaplanmasında kullanılır. Grafik aşağıda verilmiştir.



Grafik 1. Öğrencilerin Cinsiyetlerine Göre Dağılımı

4.2. SÜTUN GRAFIĞİ

'Bar grafiği' olarak da bilinen sütun grafiği, frekansların kartezyen sistem üzerinde sütun yükseklikleri ile eşleştirildiği bir gösterim biçimidir.

Sütun grafiği 'yatay' ve 'dikey' olmak üzere iki biçimde kullanılabilir. Alışıldık olan gösterim biçimi dikey sütun grafiğidir. Bu grafikte, değişken ve değişkenin kategorileri yatay eksen ile, frekanslar ise dikey eksen ile temsil edilir. Yatay sütun grafiğinde ise eksenlerin yerleri değişir. Frekans ekseninde frekans değerleri eşit aralıklı olarak yer alır.

Pasta grafiğinde olduğu gibi sütun grafiği de kesikli ve kategorik değişkenlerin frekans dağılımlarının gösterilmesinde kullanışlı bir grafik türüdür.

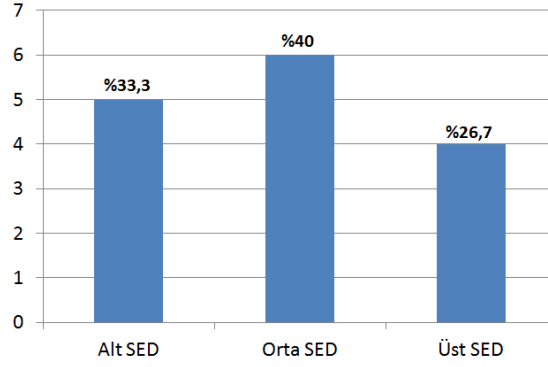
Sütun grafiğinin ayırıcı önemli bir özelliği, sütunlar arasında boşluk bırakılmasıdır. Bu durum, kesikli değişkenlerin yani sınıflama ve sıralama ölçekleri düzeyindeki veriler için kullanılan bir grafik türü olmasından kaynaklanmaktadır. Bilindiği gibi bu ölçek düzeylerindeki değişkenlerde, değişkenlerin kategorileri arasında başka bir kategori yer almamakta ve değişkenin kategorileri eşit aralıklı olarak ölçeklenmemektedir.

ÖRNEK 2.

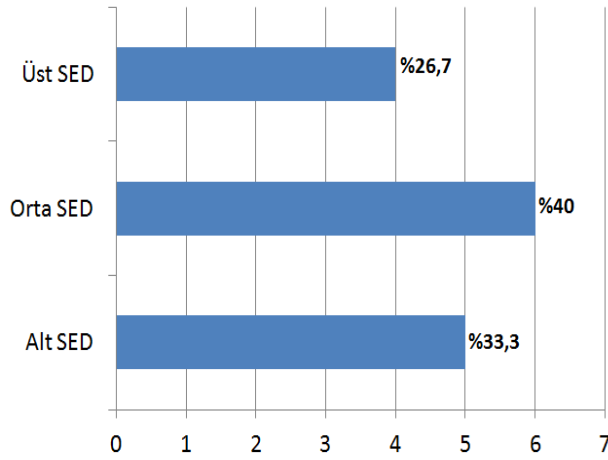
Bir sınıftaki 15 öğrencinin sosyoekonomik düzeyleri (SED), alt SED, orta SED ve üst SED kategorilerine göre aşağıdaki gibidir.

SED: Alt; Alt; Orta, Üst; Üst; Orta, Orta; Orta; Alt; Üst; Alt; Alt; Orta; Orta; Üst

Görüldüğü gibi öğrencilerin 5'i alt SED'de, 6'sı orta SED'de ve 4'ü üst SED'de yer almaktadır. Bu frekanslar sırasıyla %33,3, %40 ve %26,7 frekans yüzdelerine karşılık gelmektedir. O halde sütun grafiği aşağıdaki şekillerde çizilebilir.



Grafik 2. Öğrencilerin Sosyoekonomik Düzeylerine Göre Dağılımı (Dikey)



Grafik 3. Öğrencilerin Sosyoekonomik Düzeylerine Göre Dağılımı (Yatay)

4.3. HİSTOGRAM

Histogram, sürekli değişkenlerin frekans dağılımlarının betimlenmesinde kullanılan, özel bir sütun grafiğidir. Kesikli verilerde kullanılması daha uygun olan sütun grafiği ile histogram arasındaki temel fark, histogramda sütunlar arasında boşluk bırakılmamasıdır. Bu durum histogramın sürekli değişkenler yani en az eşit aralık ölçeğindeki değişkenlerin frekans dağılımlarının gösterilmesinde kullanılmasıdır.

Sütun grafiğine benzer şekilde histogram da kartezyen sistemde çizilmektedir. Dikey eksen frekans eksenini, yatay eksen ise değişken eksenini tanımlamaktadır. Yani değişkenin değerleri yatay eksen ve eşit aralıklı olarak, bu değerlerin frekansı ise dikey eksen ve yine eşit aralıklı olarak gösterilir.

Sürekli değişkenlere yönelik frekans dağılımlarında olduğu gibi histogramlarda da gerekli durumlarda ölçme sonuçlarının gruplanarak verilmesi mümkündür. Fakat gruplama, veri kaybına yol açacağı için rasyonel ve kabul edilebilir bir gerekçe olmaksızın gruplama yapılmaması önerilir. Verilerin gruplanarak sunulmasının kabul edilebilir bir gerekçesi, değerlerin çok geniş bir aralıkta yayılma gösteriyor olmasıdır.

Örnek 3.

Bir sınıftaki 25 öğrencinin yazılı sınav notları aşağıda verilmektedir.

NOT: 55; 60; 65; 75; 90; 95; 90; 80; 75; 75; 70; 65; 60; 50; 45; 40; 70; 65; 70; 70; 60; 70; 80; 75; 70

Yazılı sınav notları, nicel, sürekli ve eşit aralık ölçeği düzeyinde bir değişkendir. Bu nedenle bu değişkenin frekans dağılımının betimlenmesinde uygun grafik türlerinden biri histogramdır.

a) Gruplandırılmamış Notlara Göre Histogram Çizimi

Histogram çizmeden önce bu notları sıralamak ve frekans tablosunu oluşturmak, sayma ve sınıflama işlemleri için kolaylık sağlayacaktır. Yazılı sınav notları sıralanmış olarak aşağıda verilmektedir.

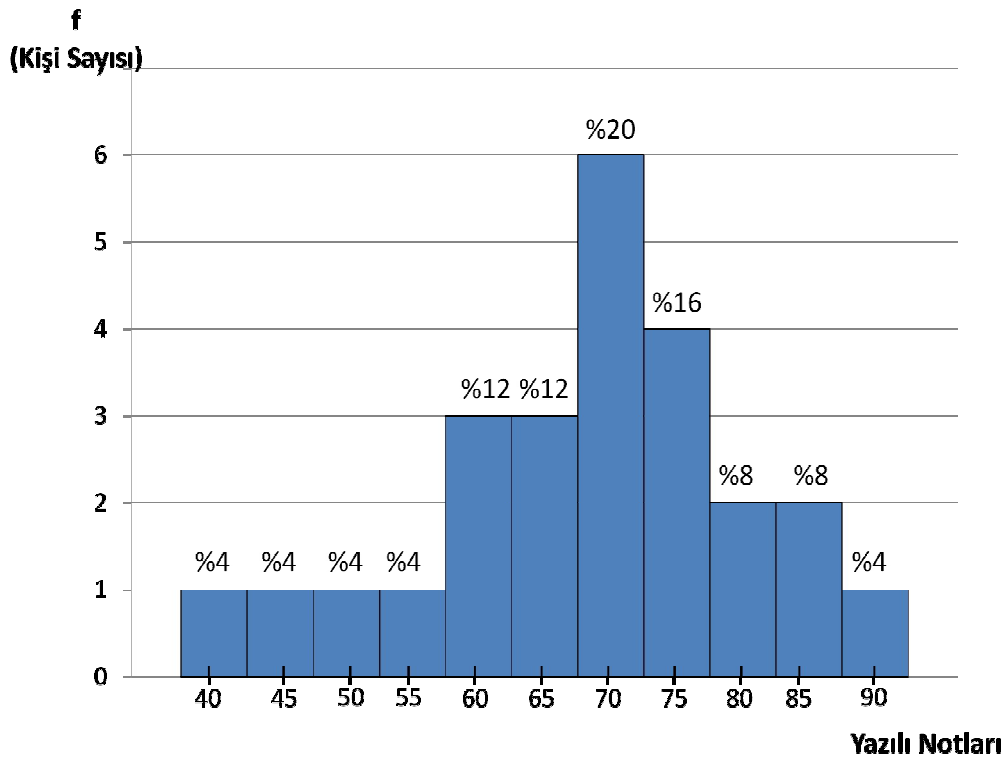
SIRALI NOTLAR: 40; 45; 50; 55; 60; 60; 60; 65; 65; 65; 70; 70; 70; 70; 70; 70; 75; 75; 75; 75; 80; 80; 85; 85; 90

Görüldüğü gibi öğrencilerden 1'i 40, 1'i 45, 1'i 50, 1'i 55, 3'ü 60, 3'ü 65, 6'sı 70, 4'ü 75, 2'si 80, 2'si 985 ve 1'i 90 not almıştır. Bu frekans değerlerinin yüzdeleri sırasıyla %4, %4, %4, %4, %12, %12, %24, %16, %8, %8 ve %4'tür. Buna göre frekans tablosu aşağıda verilmiştir.

Tablo 1. Öğrencilerin Yazılı Notlarının Dağılımı

Notlar	f	%	Kümülatif f	Kümülatif %
40	1	4,0	1	4,0
45	1	4,0	2	8,0
50	1	4,0	3	12,0
55	1	4,0	4	16,0
60	3	12,0	7	28,0
65	3	12,0	10	40,0
70	6	24,0	16	64,0
75	4	16,0	20	80,0
80	2	8,0	22	88,0
85	2	8,0	24	96,0
90	1	4,0	25	100,0
Toplam	25	100,0		

Öğrencilerin yazılı notlarının frekans dağılımına göre çizilecek histogramda yatay ekseninde 11 değer için sütun çizilmesi gerekmektedir. Yatay ekseninde 45 ile 95 arasındaki değerler eşit aralıklı olarak, 5'er 5'er artacak şekilde verilebilir. Frekans değerlerine bakıldığında ise en düşük 1 en yüksek 6 değeri görülmektedir. O halde dikey ekseninde 0'dan 6'ya kadar değerlerin gösterilmesi yeterlidir. Bu değerlerin 1'er 1'er artması gerekmektedir. Buna göre çizilen histogram aşağıda gösterilmektedir.



Grafik 4. Öğrencilerin Yazılı Sınav Notlarının Dağılımı

Histogramı çizmek istatistik öğrenmeleri için öngörülen davranışlardan biridir. Bunun devamında bir diğer davranış ise çizilmiş bir histogramın yorumlanmasıdır. Grafik 4'te yer alan frekans dağılımları için "öğrencilerin %20'si 70 not almıştır", öğrencilerin%12'si 60'ın altında, %20'si 75'in üzerinde not almıştır", "toplam öğrenci sayısı 25, 70 ve üzerinde not alan öğrenci sayısı ise 15'tir" gibi betimsel yorumlar yapmak mümkündür.

b) Gruplandırılmış Notlara Göre Histogram Çizimi

Grafik 4'te verilen histogram, veriler uygun olduğu ve 11 değerinde toplandığı için gruplama yapmaya gerek kalmadan çizilebilmiştir. Yazılı sınav notları daha geniş bir aralıkta yayılsa ve çeşitlense idi gruplama yapmadan histogram çizmek zorlaşacaktı. Şimdi aynı verileri kullanarak gruplandırılmış notlara göre histogram çiziminin nasıl yapıldığını görelim.

Bunun için öncelikle gruplandırılmış notlara göre frekans tablosu hazırlayalım. Gruplandırılmış yazılı notlarına yönelik frekans tablosunun hazırlanmasında yapılacak işlemler aşağıda aşamalı olarak açıklanmıştır.

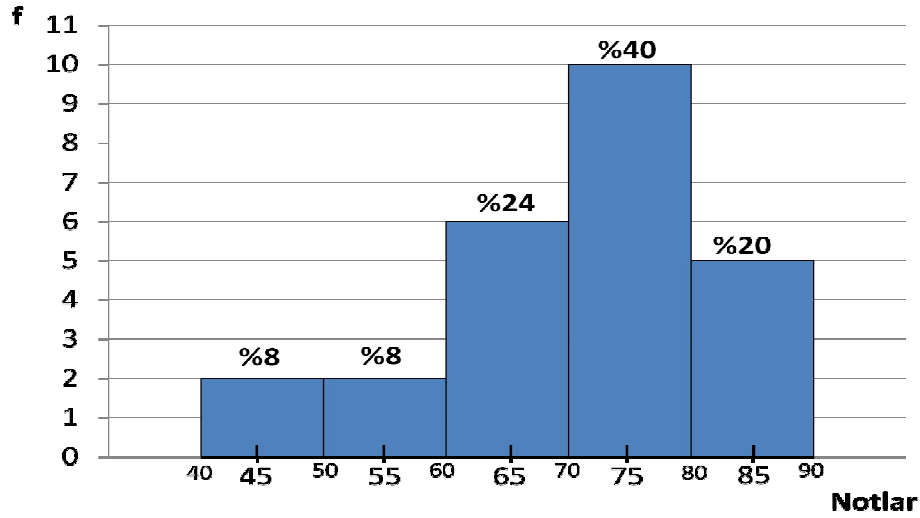
1. Ranjın belirlenmesi: Verilen örnekte notların ranjı $90 - 40 = 50$ 'dir.
2. Grup sayısının belirlenmesi: Grup sayısını 5 olarak belirleyelim.
3. Puan aralıklarının açıklığının belirlenmesi: Puan aralıkları açıklığı $50 / 5 = 10$ olur.
4. Grupların puan aralıklarının belirlenmesi:
 - 1.Grup puan aralığı: 40 ile 49 not arası
 - 2.Grup puan aralığı: 50 ile 59 not arası
 - 3.Grup puan aralığı: 60 ile 69 not arası
 - 4.Grup puan aralığı: 70 ile 79 not arası
 - 5.Grup puan aralığı: 80 ile 90 not arası
5. Grup orta noktalarının belirlenmesi:
 - 1.Grup orta noktası: 45
 - 2.Grup orta noktası: 55
 - 3.Grup orta noktası: 65
 - 4.Grup orta noktası: 75
 - 5.Grup orta noktası: 85
6. Grup frekanslarının belirlenmesi:
 - 1.Grup frekansı: 2
 - 2.Grup frekansı: 2
 - 3.Grup frekansı: 6

- 4.Grup frekansı: 10
 5.Grup frekansı: 5
 7. Gruplandırılmış frekans tablosunun oluşturulması: Gruplandırılmış frekans tablosu aşağıda verilmiştir.

Tablo 2. Gruplandırılmış Yazılı Sınav Notlarının Dağılımı

Notlar	Orta Nokta	f	%	Kümülatif f	Kümülatif %
40-49 arası	45	2	8,0	2	8,0
50-59 arası	55	2	8,0	4	16,0
60-69 arası	65	6	24,0	10	40,0
70-79 arası	75	10	40,0	20	80,0
80-90 arası	85	5	20,0	25	100,0
Toplam		25	100,0		

Frekans tablosu hazırlandıktan sonra gruplandırılmış notlara yönelik histogram çizilmeye başlanabilir. Histogramda bitişik 5 sütun yer alacaktır. Bu sütunların taban orta noktaları yukarıdaki frekans tablosunda verilen orta nokta değerlerine gelecektir. Sütunların kenarları ise grupların puan aralıklarının alt ve üst sınırlarına gelecektir. Buna göre çizilen histogram aşağıda verilmiştir.



Grafik 5. Öğrencilerin Gruplandırılmış Yazılı Sınav Notlarının Dağılımı

Grafik 4'te betimlenen frekans dağılımlarına göre "öğrencilerin %40'ı 70 ile 79 arasında not almıştır", "60'ın altında not alan 4 öğrenci vardır" gibi betimsel yorumlar yapılabilir. Fakat dikkat edilirse örneğin 55 alan kaç öğrenci olduğu ya da 55 alan öğrenci olup olmadığı anlaşılamamaktadır. Bu durum, gruplamadan kaynaklanan bir sınırlılıktır.

4.4. ÇİZGİ GRAFİĞİ

Çizgi grafiği histograma göre daha kolay çizilebilen ve daha alışıldık bir grafik türüdür. Çizgi grafiği de kartezyen düzlemde çizilir. Yatay eksen değişken ve değişkenin değerlerinin yer aldığı, dikey eksen ise frekans değerlerinin yer aldığı eksenlerdir. Her iki eksendeki değerler de eşit aralıklı olarak eksene yerleştirilir.

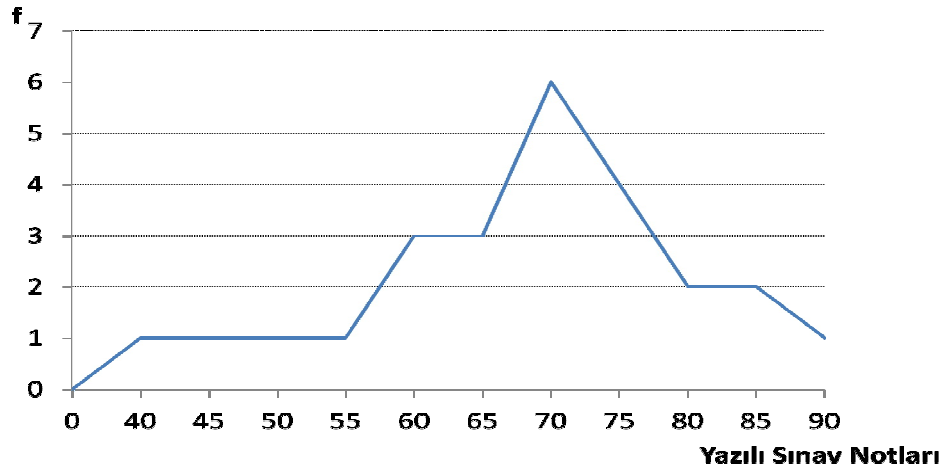
Çizgi grafiği, yatay eksende ölçme sonuçları yani değişkenin değerleri ile dikey eksende bu değerlerin frekanslarının kesişim noktalarının belirlenmesi ve bu noktaların ardışık olarak düz çizgilerle birleştirilmesi ile elde edilir.

Çizgi grafiği, histogram da olduğu gibi sürekli değişkenlerin frekans dağılımlarının betimlenmesinde kullanılan bir grafik türüdür. Çizgi grafiği süreklilik gösterir.

Çizgi grafiği sürekli değişkenlere yönelik olarak sıklıkla kullanılan bir grafik türü olmakla birlikte özellikle gözlem sayısının az olduğu durumlarda yanıltıcı olabilmektedir. Bu nedenle çizgi grafiği kullanmada ve yorumlamada dikkatli olunması gerekmektedir.

ÖRNEK 4.

Örnek 3'teki yazılı sınav notlarının frekans dağılımlarının betimlendiği çizgi grafiği aşağıda verilmiştir.



Grafik 6. Öğrencilerin Yazılı Notlarının Dağılımı

Çizgi grafiğinin kullanılmasında dikkatli olunması gerekmektedir. Grafik 6'ya göre örneğin 41, 42, 43 notlarını alan 1'er öğrenci olduğu anlaşılmaktadır. Oysaki veri setinde bu notları alan öğrenci yoktur. Bu nedenle çizgi grafiği yanıltıcı olabilmektedir. Histogramda olduğu gibi çizgi grafiğinde de gruplandırılmış verilere göre grafik çizmek mümkündür. Fakat bu durumda yukarıda açıklanan yanıltıcı durum daha da artar.