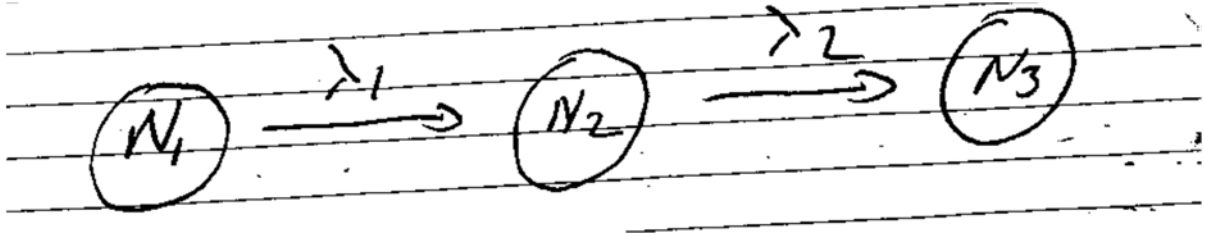


2. Hafta

3)ARDIŞIK PARÇALANMA KANUNU



$$t = 0 \quad N_1 = N_{10} \quad N_2 = N_{20} = 0 \quad N_3 = N_{30} = 0$$

$$\frac{dN_1}{dt} = -\lambda_1 N_1 \quad \frac{dN_2}{dt} = +\lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2 \quad \frac{dN_3}{dt} = +\lambda_2 N_2$$

$$1) \frac{dN_1}{dt} = -\lambda_1 N_1 \quad t = 0 \quad , \quad N_1 = N_{10}$$

$$\int \frac{dN_1}{N_1} = -\int \lambda_1 dt$$

$$\ln N_1 = -\lambda_1 t + c \quad c = \ln N_{10}$$

$$\ln \frac{N_1}{N_{10}} = -\lambda_1 t$$

$$N_1 = N_{10} e^{-\lambda_1 t}$$

$$2) \frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2$$

$$\frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_{10} e^{-\lambda_1 t} - \lambda_2 N_2$$

$$\frac{dN_2}{dt} + \lambda_2 N_2 = \lambda_1 N_{10} e^{-\lambda_1 t} \quad (\text{Bu denklemin her 2 tarafı } e^{\lambda_2 t} \text{ ile çarpılır.})$$

$$\frac{dN_2}{dt} e^{\lambda_2 t} + \lambda_2 N_2 e^{\lambda_2 t} = \lambda_1 N_{10} e^{-\lambda_1 t} e^{\lambda_2 t}$$

$$\int \frac{d}{dt} (N_2 e^{\lambda_2 t}) dt = \int \lambda_1 N_{10} e^{(\lambda_2 - \lambda_1)t} dt$$

$$N_2 e^{\lambda_2 t} = \lambda_1 N_{10} \frac{e^{(\lambda_2 - \lambda_1)t}}{\lambda_2 - \lambda_1} + c \quad t = 0 \text{ da } N_2 = N_{20} = 0$$

$$0 = \lambda_1 N_{10} \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1} + c$$

$$c = -\frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_{10}$$

$$N_2 e^{\lambda_2 t} = \lambda_1 N_{10} \frac{e^{(\lambda_2 - \lambda_1)t}}{\lambda_2 - \lambda_1} - \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_{10}$$

$$N_2 = \lambda_1 N_{10} \frac{e^{-\lambda_1 t}}{\lambda_2 - \lambda_1} - \frac{\lambda_1 N_{10} e^{-\lambda_2 t}}{\lambda_2 - \lambda_1}$$

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_{10} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t})$$

$$3) \frac{dN_3}{dt} = \lambda_2 N_2 \quad t = 0 \quad N_3 = N_{30} = 0$$

$$\frac{dN_3}{dt} =$$

$$dN_3 = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} N_{10} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) dt$$

$$N_3 = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} N_{10} \frac{e^{-\lambda_1 t}}{-\lambda_1} - \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} N_{10} \frac{e^{-\lambda_2 t}}{-\lambda_2} + c'$$

$$0 = -\frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} N_{10} + \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_{10} + c'$$

$$c' = \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_{10} = N_{10}$$

$$N_3 = N_{10} \left(1 + \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_2 t} - \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_1 t} \right)$$

Bu denklemler $t = 0$ da $N_1 = N_{10}$ ve $N_{20} = N_{30} = 0$ özel durumları için türetilmiştir .Bundan sonra N_{20} ve N_{30} , $t = 0$ ' da sıfır olmasalar bile N_1 , N_2 , N_3 için bağıntılar türetmek mümkündür .

$$N_1 = N_{10} e^{-\lambda_1 t}$$

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_{10} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) + N_{20} e^{-\lambda_2 t}$$

$$N_3 = N_{30} + N_{20} (1 - e^{-\lambda_2 t}) + N_{10} \left(1 + \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_2 t} - \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \right)$$

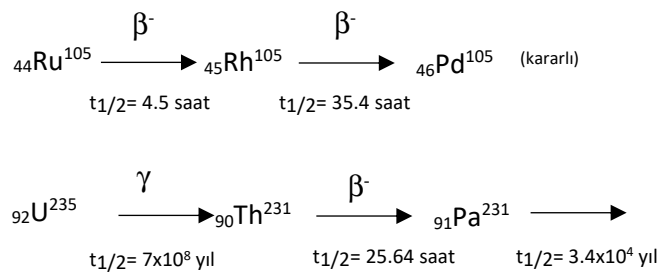
ÖRNEK =

Ru : Ruthenium

Rh : Rhodium

Pd : Palladium

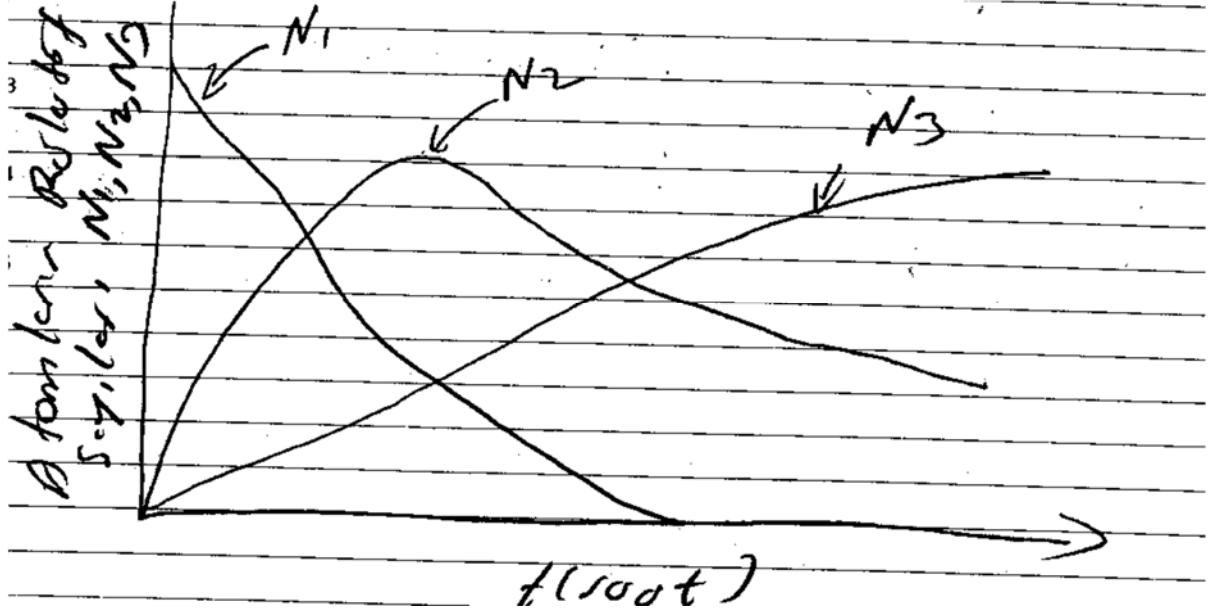
Pa : Protactinium



$$t = 0$$

$$N_{10} = 100$$

$$N_{20} = N_{30} = 100$$



Zincirleme bozunmaları temsil eden diferansiyel eşitlikler :

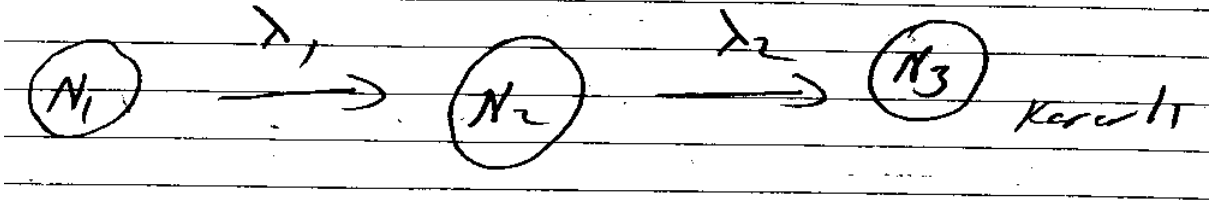
$$\frac{dN_1}{dt} = -\lambda_1 N_1$$

$$\frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2$$

$$\frac{dN_3}{dt} = \lambda_2 N_2 - \lambda_3 N_3$$

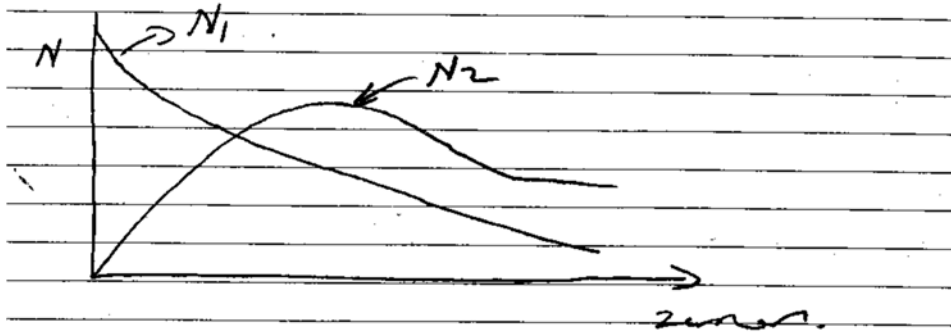
$$\frac{dN_n}{dt} = \lambda_{n-1} N_{n-1} - \lambda_n N_n$$

4) RADYOAKTİF DENGE



$$N_1 = N_{10} e^{-\lambda_1 t}$$

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_{10} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t})$$



$$I) \lambda_1 \ll \lambda_2$$

$$\tau = \frac{1}{\lambda} \quad , \quad \lambda = \frac{1}{\tau}$$

$$\ll \frac{1}{\tau_2} \quad \tau_1 \gg \tau_2$$

Ana çekirdek ürün çekirdeğine göre daha uzun ömürlü .

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_{10} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t})$$

$$e^{-\lambda_1 t} \approx 1 \quad , \quad \lambda_2 - \lambda_1 \cong \lambda_2$$

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} N_{10} (1 - e^{-\lambda_2 t})$$

$$e^{-\lambda_2 t} \approx 0$$

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} N_{10}$$

$$\lambda_2 N_2 = \lambda_1 N_{10}$$

$$A_2 = A_1$$

$$N_1 = N_{10} e^{-\lambda_1 t} = N_{10}$$

$$\lambda_2 N_2 = \lambda_1 N_1$$

Sürekli veya kalıcı denge .

$$\frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2 = 0$$

$$\lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2$$

$$\frac{dN_1}{dt} = -\lambda_1 N_1 = 0$$

Çünkü λ_1 çok küçük olduğundan $\lambda_1 N_1 \approx 0$.

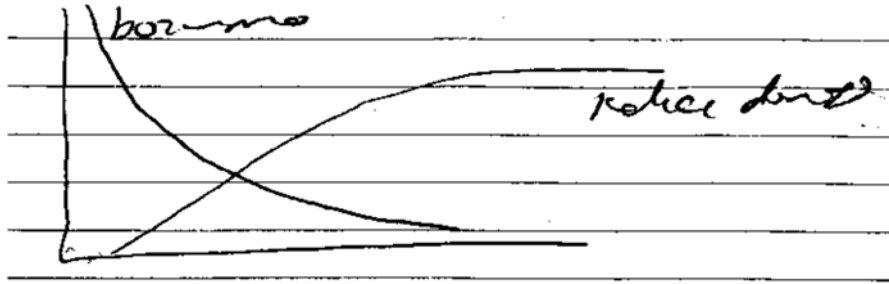
Ana maddenin her bir üründen daha uzun yarı ömürlü olduğu ve birden fazla zincirleme bozunmanın yer aldığı durumlarda kalıcı denge şartı ;

$$\lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2 = \lambda_3 N_3 = \dots = \lambda_n N_n$$

ÖRNEK = Ra ($t_{1/2} = 1620$ yıl)

Rn ($t_{1/2} = 3.82$ gün)

Ra \rightarrow Rn



Ürün – çekirdek belirli bir zaman sonra oluştukları hızla bozunurlar .

$\lambda_1 < \lambda_2$ olduğu durumda ,

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_{10} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t})$$

$$N_1 = N_{10} e^{-\lambda_1 t}$$

1. ürün aktivitesinin ürün aktivitesine oranı ,

$$\frac{\lambda_2 N_2}{\lambda_1 N_1} = \frac{\frac{\lambda_2 \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_{10} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t})}{\lambda_1 N_{10} e^{-\lambda_1 t}} = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} (1 - e^{-(\lambda_2 - \lambda_1)t})$$

t arttıkça ,

$$\frac{\lambda_2 N_2}{\lambda_1 N_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}$$

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \text{ sabit}$$

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \quad \text{Geçici Denge}$$

Aktifliklerin kendisi sabit değil fakat 2.tür çekirdekler 1.tür çekirdeklerin bozunma sabiti ile bozunur. Buna geçici denge denir.

II) $\lambda_1 > \lambda_2$ (Yani ana çekirdeğin ömrünün daha kısa olduğu durum.)

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_{10} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) \quad t \text{ uzun ise ,}$$

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_{10} (-e^{-\lambda_2 t})$$

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} N_{10} e^{-\lambda_2 t}$$

Bu durumda ana çekirdekler hızla bozunurlar . Ürün çekirdeklerinin aktifliği bir maksimuma ulaştıktan sonra kendi karakteristik bozunma sabiti ile bozunurlar.

Denge Zamanı : $\lambda_1 \approx \lambda_2$ ise 1. ürün atomlarının sayısının önce belirli bir maksimum değere ulaşacağını sonra bunlardan uzun ömürlü olanın bozunma hızıyla azalmaya başlayacağı durumdur .

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_{10} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t})$$

N_2 'nin maksimuma ulaştığı t_m zamanı ,

$$\frac{dN_2}{dt} = 0 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_{10} (-\lambda_1 e^{-\lambda_1 t_m} + \lambda_2 e^{-\lambda_2 t_m})$$

$$\lambda_1 e^{-\lambda_1 t_m} = \lambda_2 e^{-\lambda_2 t_m}$$

$$e^{-\lambda_1 t_m + \lambda_2 t_m} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$$

$$t_m (\lambda_2 - \lambda_1) = \log_e \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$$

$$t_m = \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1} \log_e \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)$$