

7. Hafta

10) NÜKLEER YOĞUNLUK

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$R = R_0 A^{1/3}$ nükleer yarıçap

$$r_0 = 1,2 \times 10^{-13} \text{ cm} - 1,48 \times 10^{-13} \text{ cm}$$

$$r_0 = 1,35 \times 10^{-13} \text{ cm}$$

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{\frac{4}{3} \pi R^3} = \frac{M}{\frac{4\pi}{3} r_0^3 A}$$

Proton için:

$$A = 1$$

$$R = r_0 = 1,35 \times 10^{-13} \text{ cm}$$

$$M = m_p = 1,67 \times 10^{-24} \text{ gr}$$

$$\rho = 10^5 \text{ ton/mm}^2$$

11) ÇEKİRDEKLERİN BAĞLANMA ENERJİSİ

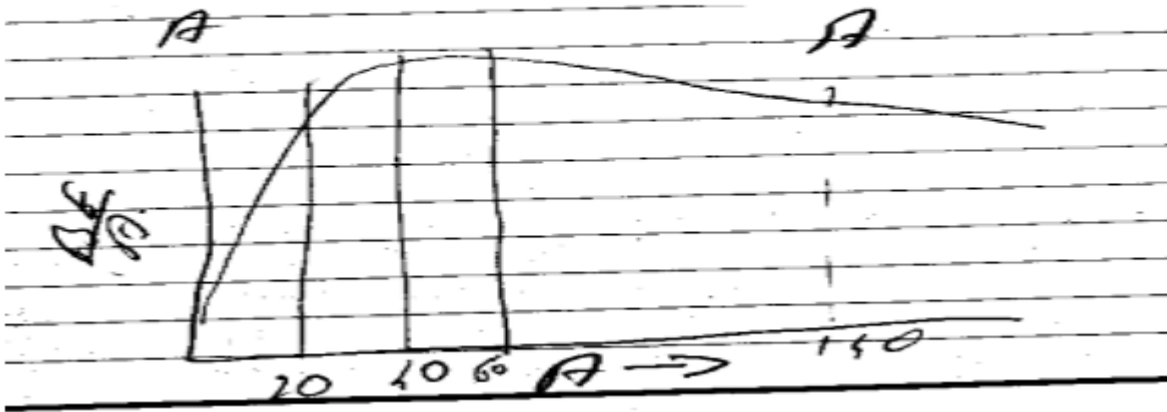
Herhangi bir izotopun atomik kütlesi, kendisini oluşturan parçacıkların serbest haldeki kütleleri toplamından daha küçüktür. Kütlelerdeki bu fark (DM) proton nötron ve elektronlardan bir atomun meydana gelmesi işlemi sırasında enerjiye dönüşmüştür. Serbest bırakılan enerji miktarı

$$E = DMc^2$$

Nükleonları bağlı durumda bir arada tutan enerji çekirdeğin bağlanma enerjisidir. Bir ${}_Z X^A$ atomu meydana getiren parçacıklar Z sayıda proton A-Z sayıda nötron ve z sayıda elektron olduğuna göre bağlanma enerjisi,

$$BE = [Zm_p + (A - Z)m_n + Zm_e - M(A, Z)]c^2$$
$$= [Zm_p + (A - Z)m_n - M(A, Z)]c^2$$

$$\frac{BE}{A} = \frac{[Zm_p + (A - Z)m_n + Zm_e - M(A, Z)]c^2}{A}$$



- 1) Küçük A lar için nükleon başına düşen bağlanma enerjisi düşüktür ve A'nın artmasıyla hızla artar.
- 2) A=0 civarındaki A lar için bir maximum vardır, burada nükleon başına oluşan bağlanma enerjisi 8,8 Mev

- 3) A değeri büyüdükçe nükleon başına oluşan bağlanma enerjisi düşer ve A=238 (U^{238}) ve 7,6 Mev lik bir değere düşer.

$$C^2=931,5 \frac{Mev}{akb}$$

Nötron Ayrılma Enerjisi:

${}_Z X^A_N$ çekirdeğinden bir nötron ayırmak için gerekli enerji miktarı

$$A=Z+N$$

$$A^1=Z+N-1=A-1$$

$$S_n = [m({}^{A-1}_Z X_{N-1}) + m_n - m({}^A_Z X_N)]c^2$$

$$S_n = B({}^A_Z X_N) - B({}^{A-1}_Z X_{N-1})$$

$$S_n = (Zm_p + (A-Z)m_n + Zm_e - m({}^A_Z X))c^2 - (Zm_p + (A-Z-1)m_n + Zm_e - m({}^{A-1}_Z X))c^2$$

$$Zm_p c^2 + (A-Z)mc^2 + Zm_e c^2 - m({}^A_Z X)c^2 -$$

$$Zm_p c^2 - (A-Z)mc^2 + m_e c^2 + Zm_e c^2 + m({}^{A-1}_Z X)c^2$$

$$S_n = [M({}^{A-1}_Z X) - M({}^A_Z X) + m_n]c^2$$

Proton Ayrılma Enerjisi:

$$S_p = B({}^A_Z X_N) - B({}^{A-1}_{Z-1} X_N)$$

$$[m({}^{A-1}_{Z-1} X_N) - m({}^A_Z X_N) + mA]c^2$$

Örnek: ${}_{20}Ca^{40}_{20}$ $BE = [Zm_p + (A-Z)m_n + Zm_e - M(A, Z)]c^2$

$$BE=$$

$$[20 \times 1,007325 + 20 \times 1,008665 + Z \times 5,48674 \times 10^{-5} - 39,962589] \times 931,5$$

$$m_e = 5,48674 \times 10^{-4} \text{ akb}$$

$$BE = 357,28 \text{ Mev}$$

$$\frac{BE}{A} = 8,8 \text{ Mev}$$

1) Ca_{40}^{40} dan nötron sökme enerjisi nedir?

$$\begin{aligned} Sn &= (Ca_{40}^{39} + mn + Ca_{40}^{40})c^2 \\ &= (38,970706 + 1,008665 - 39,962529) \times 931,5 \\ &= 15,63 \text{ Mev} \end{aligned}$$

2) Ca_{40}^{40} dan proton sökme enerjisi nedir?

$$\begin{aligned} Sp &= (K_{19}^{39} + 1,007825 - Ca_{20}^{40}) \times 931,5 \\ &= (38,963714 + 1,007825 - 39,962389) \times 931,5 \\ &= 8,34 \text{ Mev} \end{aligned}$$

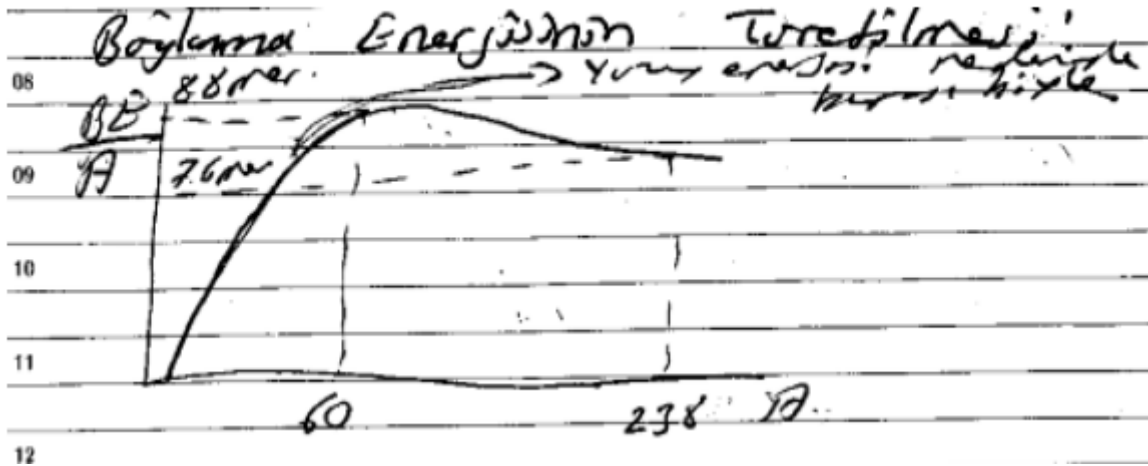
3) U_{92}^{238} in bağlanma enerjisi nedir?

$$\begin{aligned} BE &= (92 \times 1,007325 + 146 \times 1,008665 + 92 \times 5,4867 \times 10^{-4} - 238,0507) \times 931,5 \\ &= 1806,148 \text{ Mev} \end{aligned}$$

$$\frac{BE}{n} = 7,6 \text{ Mev}$$

Hidrojen atomu=1,008142 akb

Bağlanma Enerjisinin Türetilmesi:



1) $B \propto A$ olduğundan

$$B = a_h \cdot A \text{ yazabiliriz. } a_h = \text{sabit}$$

B nin A ile lineer olarak değişmesi, her nükleonun yalnızca en yakın bir süre ile etkileştiğini diğerleriyle hiç etkileşmediğini gösterir. Eğer etkileşmiş olsaydı $A(A-1) \approx A^2$ ile değişirdi.

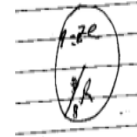
- 2) A büyüdükçe $\frac{BE}{n}$ deki hızlı yüzey-gerilim etkisi olarak izah edilebilir. Yüzeydeki nükleonlar diğer nükleonlarca yalnızca bir yerden çekilirken iç kısımlardaki nükleonlar çevresindeki diğer nükleonlar tarafından her yönde çekilir.

Küçük A ile çekirdeklerde büyük A ya kıyasla nükleonlar yüzeye yakın olduğundan bu çekirdeklerde bu etki daha hızlıdır.

R çekirdeğin çapı ve S yüzey gerilim katsayısı ise;

$$\begin{aligned} E_s &= 4\pi R^2 S = 4\pi (R0A^{\frac{1}{3}})^2 S \\ &= 4\pi R_0^2 S A^{\frac{2}{3}} \\ &= -a_y A^{\frac{2}{3}} \end{aligned}$$

- 3) A'nın büyük değerlerinde bağlanma enerjisindeki düşme coulomb olayı ile izah edilebilir. Coulomb kanununa göre çekirdekteki protonlar birbirini iterek bağlanma enerjisini düşürürler veya çekerek artırırlar. Coulomb kuvvetleri uzun menzilli olduğundan her bir proton sadece komşularıyla değil diğer bütün protonları etkiler.



4)
$$\rho = \frac{ze}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{3ze}{4\pi R^3}$$

Düzenli kararlı yük dağılımının toplam elektrostatik enerjisi.

$$E = \int_0^R \frac{(\frac{4}{3}\pi r^3 \rho)(4\pi r^2 \rho) dr}{r}$$

$$E = \int_0^R \frac{16\pi^2 r^5 \rho^2}{3} dr$$

$$= \frac{16\pi^2 \rho^2}{3} \int_0^R r^4 dr$$

$$\frac{16\pi^2 \rho^2}{3} \frac{R^5}{5} = \frac{16\pi^2 R^5}{15} \frac{qz^2 e^2}{16\pi^2 R^6}$$

$$= \frac{qz^2 e^2}{15R}$$

$$E = \frac{3}{5} \frac{(ze)^2}{R} = \frac{3}{5} \frac{(ze)(ze)}{R}$$

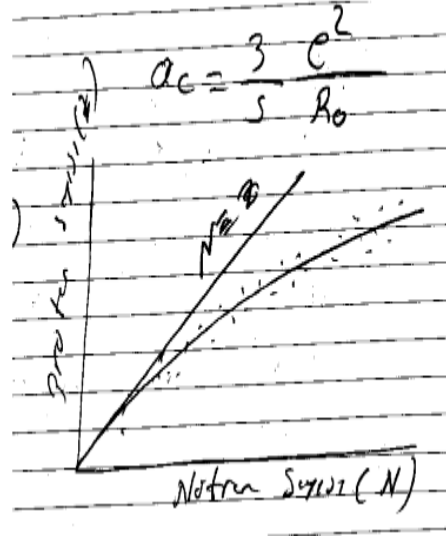
$$E = \frac{3z(z-1)e^2}{5R}$$

z protonların herbiri (z-1) protonlarla etkileşecek.

$$R = R_0 A^{\frac{1}{3}}$$

$$E_c = \frac{3}{5} \frac{z(z-1)e^2}{R_0 A^{\frac{1}{3}}}$$

$$E_c = -a_c \frac{z(z-1)}{A^{\frac{1}{3}}}$$



- 5) Kararlı çekirdeklerde $Z \equiv \frac{A}{2}$ ($N=Z$). Bağlanma enerjisi formülü, simetrik etkisini hesaba katan başka bir ifadeye daha ihtiyaç duyar. Bu terim nötron fazlalığından ileri gelen terimdir ve $N=Z$ olduğunda dağıtıcı rol oynar.

$$E_s = -a_{sim} \frac{(N-Z)^2}{A}$$

$$= -a_{sim} \frac{(A-2Z)^2}{A}$$

	<u>Z</u>	<u>N</u>	<u>A</u>	
	çift	çift	çift	kararlı
6)	tek	tek	çift	Çok Kararlı
	çift	tek	tek	Orta Kararlı
	tek	çift	tek	Orta Kararlı

Çift-çift ve tek-tek olduklarında A ları çifttir. Şu halde çift A lara karşı gelenler için farklı iki enerji durumu söz konusudur. Biri kararlı diğeri çok kararsız. Bu özelliğe δ terimi kullanılır.

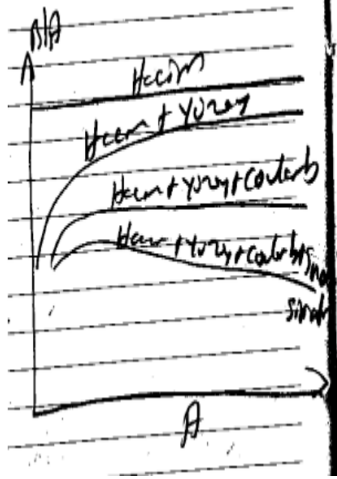
$$\delta = \begin{cases} + f(A) \text{ çift} - \text{çift} \\ 0 \quad \text{tek} \\ - f(A) \text{ tek} - \text{tek} \end{cases}$$

$$f(A) = a_c A^{-3/4}$$

$$B = a_h A - a_y A^{\frac{2}{3}} - a_c z(z-1)A^{-\frac{1}{3}} - a_{sim} \frac{(A-2Z)^2}{A} + \delta$$

$$M(Z, A) = Zm_H + Nm_n - \frac{B(Z, A)}{c^2}$$

$$a_h = 15,5 \text{ Mev}$$

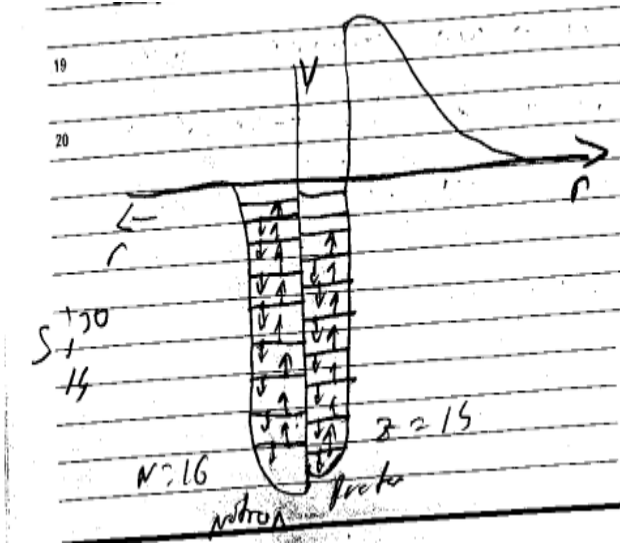


$$a_y = 16,8 \text{ Mev}$$

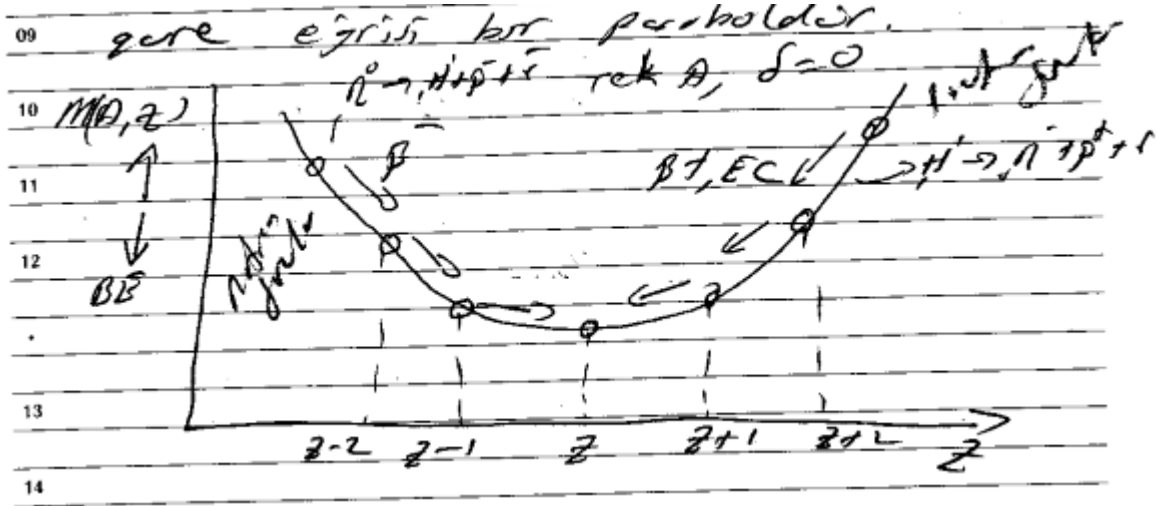
$$a_r = 0,72 \text{ Mev}$$

$$a_{sim} = 0,23 \text{ Mev}$$

$$a_c = 34 \text{ Mev}$$

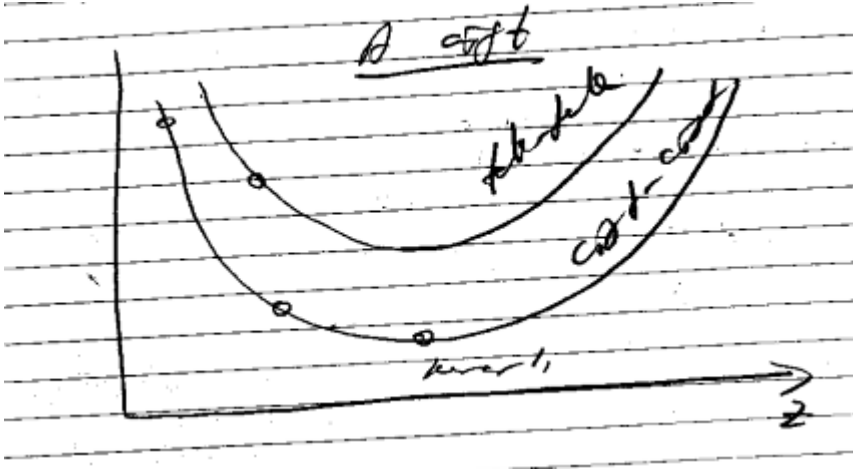


Sabit A için $M(A,Z)$ nin Z ye göre eğrisi bir parabolüdür.



BE uzayda bir yüzey tanımlar. Bu yüzeye enerji valsi denir. En kararlı çekirdekler BE nin max. olduğu yani yüzeyin en dip noktasında olacaktır. Kararlı çekirdeğe göre nötron fazlalığı olan çekirdekler sol tarafta bulunurlar ve bunlar β^- aktiflerdir. Sağ yamaçta proton fazlalığı olan çekirdekler bulunur ve β^+ ve κ yakalama ile valsin en yakın yerine girmeye çalışırlar.

A s1 çift olan çekirdeklerin proton ve nötron sayıları tek-tek veya çift-çift olacağından, izobar eğrisi,



Şeklinde dir.

Bir kararlı çekirdek için $M(Z,A)$ terimi mi. olduğu zaman BE max. olur.

Verilen bir A değeri için en kararlı çekirdeğin Z si nedir?

$$\frac{\partial M}{\partial Z} = 0$$

$$Z = \frac{A}{2 + 0,015A^{\frac{2}{3}}}$$

UYGULAMA

1) A=23 izobarındaki nüklidlerin en kararlısı hangisidir?

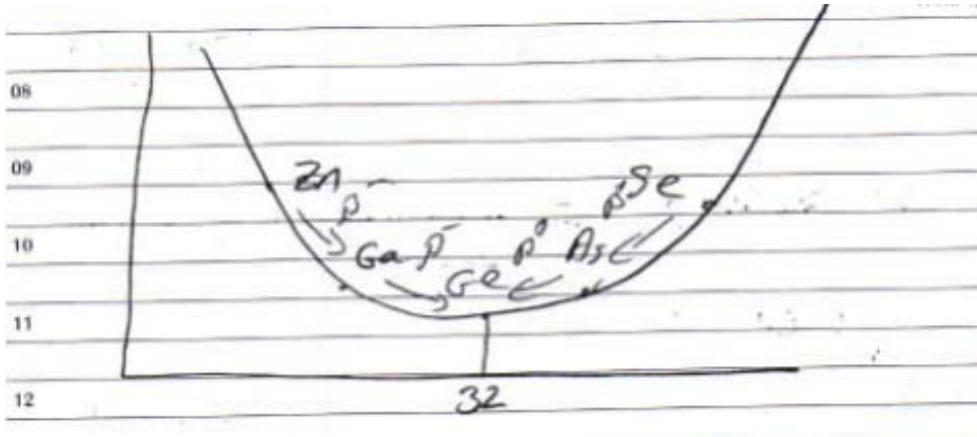
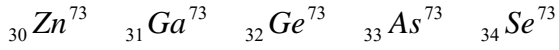


$$Z = \frac{A}{2 + 0,015A^{\frac{2}{3}}} = \frac{23}{2 + 0,015(23)^{\frac{2}{3}}}$$

$$Z = 10,8 \approx 11$$

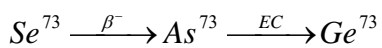
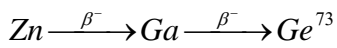
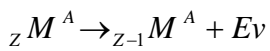
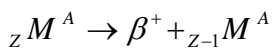
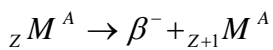
Na²³ bu izotoptaki en kararlı çekirdektir.

2) A=73 izobarındaki nüklidlerin en kararlısı hangisidir?



$Z \approx 32$ ${}_{32}Ge^{73}$ en kararlısı

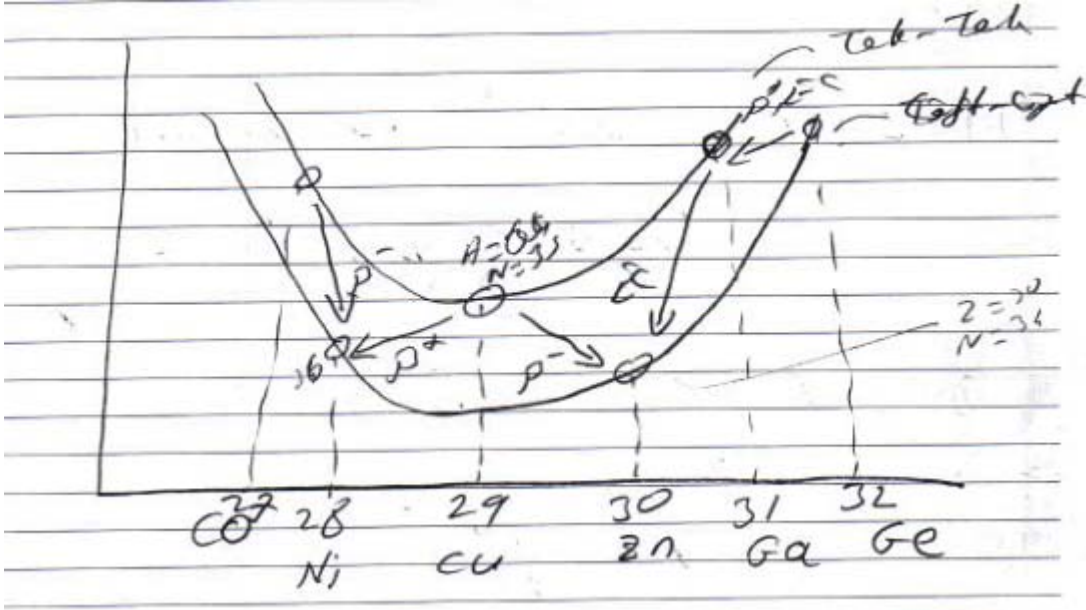
Diğer çekirdekler β^- , β^+ veya EC yayarak kararlı hale gelmeye çalışırlar. Neden?



3) A=64 izobarındaki nüklidlerin en kararlısı hangisidir?

$$Z = 29 = \frac{64}{2 + 0,15(64)^{\frac{2}{3}}}$$

${}_{29}\text{Cu}^{64}$



Bağlanma enerjisi arttıkça kararlılık artar. Biz bu yöntemle izobar çekirdeklerden hangisinin daha kararlı olduğunu bulabiliriz.

4) ${}_{92}\text{U}^{238}$

a)

$$BE = [92 \times m_H + 146 \times m_n - M(Z, A)]c^2$$

$$BE = [92 \times 1,008142 + 146 \times 1,008665 - 238,05076] \times 931,5$$

$$BE = 1829 \text{ Mev}$$

$$BE = 15,5A - 16,8A^{\frac{2}{3}} - 0,72Z(Z-1)A^{-\frac{1}{3}} - 23 \frac{(A-2Z)^2}{A} + 34A^{-\frac{3}{4}}$$

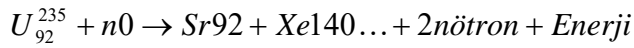
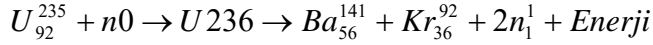
b) $BE = 15,5(238) - 16,8(238)^{\frac{2}{3}} - 0,72 \times 92 \times 91(238)^{-\frac{1}{3}} - 23 \frac{54}{238} + 34(238)^{-\frac{3}{4}}$
 $BE = 1790 \text{ Mev} \pm \% 2$

c) $M(Z, A) = ZmH + Nmn - \frac{BE(Z, A)}{c^2}$
 $c^2 = 931,5 \frac{\text{Mev}}{\text{akb}}$

$$M(Z, A) = 92 \times 1,008142 + 146 \times 1,008665 - \frac{1790}{931,5}$$

$$M(Z, A) = 238,0926 \text{ akb}$$

$$U_{92}^{235} = 235,043929(7590,91)$$



$$Ba_{56}^{141} = 140,914411 \underbrace{(8326,03)}_{\text{kev}}$$

$$Kr_{36}^{92} = 91,916156 (8512,84)$$

$$Sr_{38}^{92} = 91,911038 (8512,84)$$

$$Xe_{54}^{140} = 139,92164 (8191,9)$$