

## BÖLÜM 10

### Lineer hale dönüştürülebilen modeller

Bağımlı ve bağımsız değişkenler arasındaki ilişkinin, parametrelere göre lineer olmadığı durumlarla da karşılaşmak mümkündür. Böyle durumlarda basit matematiksel dönüşümlerle lineerleştirme yapılabileceği gibi daha başka tekniklerde kullanılabilir. Örnek olarak

$$y = a_1 e^{a_2 x} \Rightarrow \ln y = \ln a_1 + a_2 x \Rightarrow Y = A + a_2 x$$

$$y = a_1 x^{a_2} \Rightarrow \ln y = \ln a_1 + a_2 \ln x \Rightarrow Y = A + a_2 X$$

$$y = \frac{1}{ax+b} \Rightarrow \frac{1}{y} = ax+b \Rightarrow X = x, Y = \frac{1}{y}$$

Verilebilir.

**Örnek:**  $AgNO_3$  için çeşitli sıcaklıktaki çözünürlük bir deney sonucunda aşağıdaki gibi bulunuyor. Sıcaklık ile çözünürlük arasındaki bağıntı  $y = ck^t$  şeklindedir. ( $k$  sabit)

|             | <b>Toplam</b> |              |               |               |              |              |               |
|-------------|---------------|--------------|---------------|---------------|--------------|--------------|---------------|
| Sıcaklık(t) | 0             | 10           | 20            | 30            | 40           | 50           | <b>150</b>    |
| $y = f(x)$  | 115           | 160          | 215           | 270           | 335          | 400          | <b>1495</b>   |
| $\ln(y)$    | <b>4.745</b>  | <b>5.075</b> | <b>5.3706</b> | <b>5.5984</b> | <b>5.814</b> | <b>5.991</b> | <b>32.594</b> |

Bu deney sonuçlarına göre  $c$  ve  $t$  kat sayılarını EKK ile bulunuz.

**Çözüm:**  $y = ck^t \Rightarrow \ln(y) = \ln c + t \ln(k)$

$a_0 = \ln c, a_1 = \ln k$  olarak alırsak

$\ln(y) = a_0 + a_1 t$  olur. Lineer bir biçime gelir.

$$n = 6, \sum_{i=1}^6 t_i = 150, \sum_{i=1}^6 t_i^2 = 5500, \sum_{i=1}^6 \ln(y_i) = 32.594, \sum_{i=1}^6 t_i \ln(y_i) = 858.224$$

$$\begin{bmatrix} 6 & 150 \\ 150 & 5500 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 32.594 \\ 858.224 \end{bmatrix}$$

$$6a_0 + 150a_1 = 32.594$$

$$150a_0 + 5500a_1 = 858.224$$

$$a_1 = 0.0248 , a_0 = 4.813$$

$$a_0 = \ln c \Rightarrow c = e^{a_0} = 123.1$$

$$a_1 = \ln k \Rightarrow k = e^{a_1} = 1.0251$$

$$y = 123.1(1.0251)^t$$

**Örnek:**

|       |     |     |     |   |     |
|-------|-----|-----|-----|---|-----|
| $x_i$ | 0   | 1   | 2   | 3 | 4   |
| $y_i$ | 1.5 | 2.5 | 3.5 | 5 | 7.5 |

Noktalarına  $y = ce^{ax}$  şeklinde bir bağıntıyla EKK yöntemi ile yaklaşımda bulunuz.

$$y = ce^{ax} \Rightarrow \ln y = ax + \ln c$$

denkleminde  $Z = \ln y$ ,  $b = \ln c$  olarak alırsak  $Z = ax + b$  şeklinde lineer biçime getirilir.

|        | $x_i$ | $y_i$ | $\ln y_i$ | $x_i^2$ | $x_i \ln y_i$ |
|--------|-------|-------|-----------|---------|---------------|
|        | 0     | 1.5   | 0.40547   | 0       | 0             |
|        | 1     | 2.5   | 0.91629   | 1       | 0.91629       |
|        | 2     | 3.5   | 1.25276   | 4       | 2.50553       |
|        | 3     | 5.0   | 1.60944   | 9       | 4.82831       |
|        | 4     | 7.5   | 2.01490   | 16      | 8.05961       |
| Toplam | 10    | 20    | 6.19886   | 30      | 16.30974      |

$$n = 5, \sum_{i=1}^5 x_i = 10, \sum_{i=1}^5 x_i^2 = 30, \sum_{i=1}^5 \ln(y_i) = 6.19886, \sum_{i=1}^5 x_i \ln(y_i) = 16.30974$$

$$\begin{bmatrix} 5 & 10 \\ 10 & 30 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b \\ a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6.19886 \\ 16.30974 \end{bmatrix}$$

$$5b + 10a = 6.19886$$

$$10b + 30a = 16.30974$$

$$a = 0.391202, b = 0.457367$$

bulunur.  $y = ce^{ax}$

$$b = \ln c \Rightarrow c = e^b = e^{0.457367} = 1.5799$$

$$y = 1.5799e^{0.3912x}$$

**Ödev:**

|       |    |    |    |    |
|-------|----|----|----|----|
| $x_i$ | 1  | 2  | 3  | 4  |
| $y_i$ | 60 | 30 | 20 | 15 |

Noktalarına  $y = ae^{mx}$  şeklinde bağıntıda ki  $a$  ve  $m$  parametrelerini EKK yöntemi ile yaklaşımda bulunuz.

**Kaynaklar**

1. Fikri Öztürk web sitesi  
<http://80.251.40.59/science.ankara.edu.tr/ozturk/index.html>
2. Bilgisayar uygulamalı sayısal analiz yöntemleri (II. baskı)  
Doç. Dr.Eyüp Sabri TÜRKER  
Araş. Gör. Engin CAN
3. Nümerik Analiz  
Doç. Dr. Ömer AKIN  
A.Ü.F.F. Ders Kitapları YAYINI (1998)
4. Sayısal Yöntemler ve Matlab Uygulamaları  
Nurhan KARABOĞA(2012)
5. Fen ve Mühendislik için Nümerik Analiz  
Mustafa BAYRAM (2002)