BÖLÜM-III: RELATİVİSTİK OPTİK

2. Aberasyon (Devam)

$$(2)\Rightarrow \Psi(r,t)=\Psi=\cos 2\pi\left[\frac{x\cos\theta+y\sin\theta}{\lambda}-f\,t\right]$$

$$(3)\Rightarrow \Psi^{'}=\cos 2\pi\left[\frac{1}{\lambda^{'}}\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}\left(\cos\theta^{'}+\beta\right)x+\frac{\sin\theta^{'}}{\lambda^{'}}y-f^{'}\frac{\left(1+\beta\cos\theta^{'}\right)}{\sqrt{1-\beta^2}}t\right]$$

Denklem (2) ve (3) eşitlenerek;

$$\frac{\cos\theta}{\lambda}=\frac{\left(\cos\theta^{'}+\beta\right)}{\lambda^{'}\sqrt{1-\beta^2}} \qquad \text{(i)} \qquad\qquad \frac{\sin\theta}{\lambda}=\frac{\sin\theta^{'}}{\lambda^{'}} \qquad \text{(ii)}$$

$$f=f^{'}\frac{\left(1+\beta\cos\theta^{'}\right)}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad \text{(iii)}$$

sonuçlarına ulaşılır. (ii) ve (i) taraf tarafa bölünerek aberasyon bağıntısına ulaşılır.

$$\frac{\dfrac{\sin\theta}{\lambda}}{\dfrac{\cos\theta}{\lambda}}=\frac{\dfrac{\sin\theta^{'}}{\lambda^{'}}}{\dfrac{\left(\cos\theta^{'}+\beta\right)}{\lambda^{'}\sqrt{1-\beta^2}}}$$

$$\boxed{\tan\theta=\frac{\sin\theta^{'}\sqrt{1-\beta^2}}{\left(\cos\theta^{'}+\beta\right)}=\frac{\sin\theta^{'}}{\gamma\left(\cos\theta^{'}+\beta\right)}} \qquad (4)$$

- Hareket doğrultusu ile bir ışık ışınının yaptığı açıyı ölçen iki gözlemci farklı değerler bulur. Buna ***aberasyon(sapma)*** denir ve görelilikten önce de bilinen bir etkidir. Burada uyguladığımız prosedür; $S^{'}$ çerçevesinde $f^{'}$, $\lambda^{'}$ ve $\theta^{'}$ ile tanımladığımız bir düzlem ışık dalgası ile başladık ve S çerçevesinde bunlara karşılık gelen f, λ ve θ nın ne olduğunu bulmaya çalışıyoruz.

- Ters dönüşüm $\beta \to -\beta$ yazılarak elde edilir:

$$\tan\theta^{'}=\frac{\sin\theta\sqrt{1-\beta^2}}{\left(\cos\theta-\beta\right)}=\frac{\sin\theta}{\gamma\left(\cos\theta-\beta\right)}$$

3. Doppler Etkisi

Önceki kesimde elde ettiğimiz ve henüz kullanmadığımız (iii) denkleminden, $f = f^{'}\dfrac{\left(1+\beta\cos\theta^{'}\right)}{\sqrt{1-\beta^2}}$, yola çıkarak Doppler etkisi için göreli denklemi elde edelim. Ters dönüşüm şu şekildedir;

$$f^{'} = f\,\frac{\left(1-\beta\cos\theta\right)}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad f^{'}\sqrt{1-\beta^2} = f\left(1-\beta\cos\theta\right) \tag{5}$$

- **<u>Klasik limitte</u>** ($v << c$ için) $\beta = \dfrac{v}{c}$ $\quad \sqrt{1-\beta^2} \approx 1$

$$f^{'} \approx f\left(1-\beta\cos\theta\right)$$

$f = \dfrac{f^{'}}{\left(1-\beta\cos\theta\right)}$ ➔ $x=\beta\cos\theta$ ➔ $1 / (1-x) = 1+ x + x^2 +\ldots$ seri açılımı kullanılarak;

$$f = \frac{f^{'}}{\left(1-x\right)} = f^{'}\left(1+x+\cancel{x^2+\ldots}\right) \;➔\; f = f^{'}(1+\beta\cos\theta) \tag{6}$$

elde edilir.

➢ $\begin{array}{l} f^{'} \equiv f_0 \Rightarrow has\ \ frekans \\ f \equiv f_g \Rightarrow gözlenen\ \ frekans \end{array}$!!!

I. $\theta = 0°$ için $\cos\theta = 1$ ➔ $f = f^{'}(1+\beta) = f^{'}(1+\dfrac{v}{c}) \;\Rightarrow f > f^{'}$ Kaynak ve gözlemci birbirine yaklaşıyor.

II. $\theta = 180°$ için $\cos\theta = -1$ ➔ $f = f^{'}(1-\beta) = f^{'}(1-\dfrac{v}{c}) \;\Rightarrow f < f^{'}$ Kaynak ve gözlemci birbirinden uzaklaşıyor.

III. $\theta = 90°$ için $\cos\theta = 0$ ➔ $f = f^{'}$ Görüş çizgisi bağıl harekete dik ise, klasik olarak Doppler etkisi yok.

Relativisitik Doppler Etkisi: (5) numaralı denkleme geri dönecek olursak;

$$f' = f\,\frac{(1-\beta\cos\theta)}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

I. $\theta = 0°$ için $\cos\theta = 1$ ➔ $f' = f\,\dfrac{(1-\beta)}{\sqrt{1-\beta^2}} = f\sqrt{\dfrac{1-\beta}{1+\beta}}$

$f = f'\sqrt{\dfrac{1+\beta}{1-\beta}} = f'\sqrt{\dfrac{c+v}{c-v}}$ ➔ $f_g = f_0\sqrt{\dfrac{c+v}{c-v}} \Rightarrow f_g > f_0$, $\lambda_g < \lambda_0$ ➔ Gözlenen frekans daha büyük. Kaynak ve gözlemci birbirine yaklaşıyor.

II. $\theta = 180°$ için $\cos\theta = -1$ ➔ $f' = f\,\dfrac{(1+\beta)}{\sqrt{1-\beta^2}} = f\sqrt{\dfrac{1+\beta}{1-\beta}}$

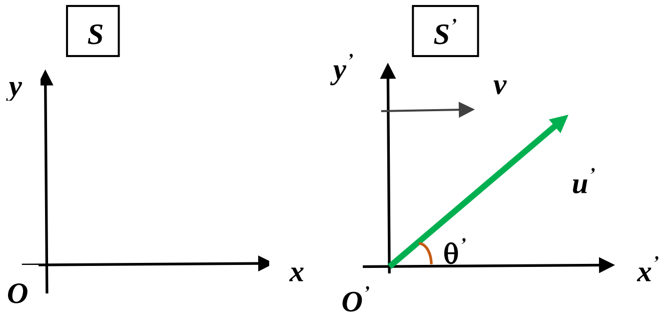
$f = f'\sqrt{\dfrac{1-\beta}{1+\beta}} = f'\sqrt{\dfrac{c-v}{c+v}}$ ➔ $f_g = f_0\sqrt{\dfrac{c-v}{c+v}} \Rightarrow f_g < f_0$, $\lambda_g > \lambda_0$ ➔ Gözlenen frekans daha küçük. Kaynak ve gözlemci birbirinden uzaklaşıyor.

⇨ I ve II ile anlatılan iki durum relativistik boyuna Doppler etkisi.

III. $\theta = 90°$ için $\cos\theta = 0$ ➔ $f' = \dfrac{f}{\sqrt{1-\beta^2}}$ ➔ $f = f'\sqrt{1-\beta^2} \Rightarrow f_g < f_0$, $\lambda_g > \lambda_0$

⇨ III ile anlatılan ise Enine Doppler Etkisidir ve relativistik bir etkidir. Bu zaman genişlemesinin bir sonucudur. Hareketli bir kaynak, elektromanyetik dalgalar yayan hareketli bir saat gibi düşünülebilir.

⇨ **Örnek:** Hareket doğrultusu ile ışık ışınlarının yaptığı açıyı ölçen iki gözlemci farklı değerler bulacaktır. Buna *aberasyon* denir. *S* ve *S'* iki eylemsiz çerçevedir ve standart şekillenimdedirler. *S'* çerçevesinin orijininde tek renkli düzlem ışık dalgaları yayan bir kaynak vardır. *S'* çerçevesinde ışık ışınlarının *x'* ekseni ile yaptığı açı θ' ve *S* çerçevesinde ise ışık ışınlarının *x* ekseni ile yaptığı açı θ olsun. θ ve θ' arasındaki bağıntı göreli aberasyon bağıntısıdır ve şu şekilde verilir: $\tan\theta = \dfrac{\sin\theta'}{\gamma(\cos\theta' + \beta)}$ Bu bağıntıya ***hız dönüşüm denklemlerini*** kullanarak ulaşınız



$$u_x^{'} = c\cos\theta^{'} \qquad u_y^{'} = c\sin\theta^{'}$$

$$u_x = \frac{(u_x^{'} + v)}{\left(1 + \frac{v u_x^{'}}{c^2}\right)} \qquad u_y = \frac{u_y^{'}}{\gamma\left(1 + \frac{v u_x^{'}}{c^2}\right)}$$

$$u_x = \frac{(c\cos\theta^{'} + v)}{\left(1 + \cos\theta^{'}\beta\right)} \qquad u_y = \frac{(c\sin\theta^{'})\sqrt{1-\beta^2}}{\left(1 + \cos\theta^{'}\beta\right)}$$

$$\tan\theta = \frac{u_y}{u_x} = \frac{c\sin\theta^{'}\sqrt{1-\beta^2}}{(c\cos\theta^{'} + v)} = \frac{\sin\theta^{'}}{\gamma\left(\cos\theta^{'} + \beta\right)}$$