

BÖLÜM 11

Zaman-frekans Ayrışımı

11.1. KISA SÜRELİ FOURIER DÖNÜŞÜMÜ

Fourier dönüşümü bir zaman verisinin frekans içeriğini başarılı bir şekilde görüntüler. Böylece, zaman verisini oluşturan dalga biçimlerinin genliklerinin frekansla değişimi incelenebilir. Öte yandan deprem gibi birçok olayda, zaman verisini oluşturan dalga biçimlerinin frekans içeriği zamanın ilerlemesi ile değişir. Örneğin, deprem dalgalarının bir bölümü kaynaktan doğrudan kayıt istasyonuna ulaşır iken, bir bölümü kırılma ve yansımalar gibi olaylar sonucunda bir gecikme ile istasyona varırlar ve frekans içerikleri farklılaşır. Frekans bölgesinde kavramsal olarak zaman değişkeni bulunmadığından, dalga biçimlerinin frekans içeriğinin zamanla değişimi de ifade edilemez. Dalgaların frekans içeriğinin zamanla değişimini incelemek amacı ile yatay eksenlerden biri zaman, diğeri frekans olan bir harita üzerinde genlikler görüntülenebilir. Bu işlem eksenleri sırası ile doğu-batı ve kuzey-güney olan bir yükselti haritası çizimi ile aynıdır. Genlikler bir topografya haritasının yükseklik değerlerine karşılık gelir. Bu tür bir harita çizimi **zaman-frekans ayrışımı** olarak adlandırılır. Bu harita üzerinde belirli bir zaman ve frekansa karşılık gelen noktanın genlik değerinin hesaplanabilmesi için geliştirilen yöntemler bu bölümün konusunu oluşturmaktadır.

Eğer bir verinin kısa süreli bir zaman aralığında Fourier dönüşümü alınır ise sadece belirli bir pencere içerisinde kalan dalga biçimlerinin frekans içeriği görüntülenmiş olur. Eğer bir $g(t)$ penceresi zamanda kaydırılır ve pencere merkezinin bulunduğu anlık zaman değeri τ ile gösterilir ise

$$STFT(\tau, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \cdot g(t - \tau) \cdot \exp(-i2\pi ft) dt \quad (11.1.1)$$

yazılabilir. Bu dönüşüm, **kısa süreli Fourier dönüşümü** (KSFD) olarak adlandırılır (Gabor, 1946). Burada, $f(t)$ zaman verisi ve $g(t)$ ise pencere fonksiyonudur. $f(t)$ zaman verisinin, τ zamanına kaymış $g(t)$ pencere fonksiyonu ile çarpımının Fourier dönüşümü ile kısa süreli Fourier dönüşümü elde edilir. Pencerenin yeni bir τ zamanına kaydırılması ile iki-boyutlu zaman-frekans genlik haritası kurulabilir. Pencere fonksiyonu, KSFD hesaplamaları için önemlidir. Eğer uzun süreli bir fonksiyon olarak seçilir ise frekans bölgesinde dar bir bant-geçişli süzgeç gibi davranacaktır (Chakraborty ve Okaya, 1995). Bu durumda, frekans ekseninin ayrımlılığı yüksek olacaktır. Ancak, zaman bölgesinde pencere boyu uzun olduğundan verideki zamana bağlı küçük değişimler fark edilemeyecektir. Zamanda kısa süreli bir pencere seçildiğinde ise anlık değişimler iyi tanımlandığı halde frekans bölgesinde hızlı frekans değişimleri iyi saptanamayacaktır. Kısa süreli Fourier dönüşümünün bu zayıf yanı **değişken-genişlikli pencere** kullanılarak giderilebilir. Bu amaç için **dalgacık dönüşümü** uygun matematiksel aracı sağlar.

11.2. DALGACIK DÖNÜŞÜMÜ

Sürekli dalgacık dönüşümü (SDD) izleyen integral denklemi ile tanımlanır:

$$CWT(\alpha, \tau) = \frac{1}{\sqrt{|\alpha|}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \cdot \psi\left(\frac{t - \tau}{\alpha}\right) dt \quad (11.2.1)$$

Burada, $\psi((t - \tau)/\alpha)$ fonksiyonu **dalgacık** veya **çekirdek dalgacık** olarak adlandırılır ve (11.1.1) bağıntısındaki $g(t - \tau) \cdot \exp(-i2\pi ft)$ fonksiyonu ile benzer işlevi yerine getirir. Fonksiyonun zaman

ekseni boyunca kaymasını sağlayan τ etmeninin yanı sıra farklı olarak fonksiyonu ölçekleyen bir α etmenini de kapsamaktadır. Bunlardan, τ **kaydırma etmeni**, α ise **ölçekleme etmeni** olarak adlandırılır. Dalgacık, her τ ve α değeri için biçimsel olarak aynı, ancak α etmenine bağlı olarak farklı ölçeklidir.

Jeofizik uygulamaların amacına bağlı olarak çok sayıda dalgacık türü önerilmiştir. Örneğin, Roueff ve diğ. (2004) sismik dalgaların türlerine ayrılmasında, Morlet dalgacığı kullanmışlardır:

$$\psi(t) = (\pi\alpha)^{-1/4} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{t}{\alpha}\right)^2 + i2\pi f_0 t\right] = (\pi\alpha)^{-1/4} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{t}{\alpha}\right)^2\right] \exp(i2\pi f_0 t). \quad (11.2.2a)$$

Morlet dalgacığı gerçel ve sanal bölümlerine izleyen şekilde ayrılabilir:

$$\psi(t) = (\pi\alpha)^{-1/4} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{t}{\alpha}\right)^2\right] \cos(2\pi f_0 t) + i \cdot (\pi\alpha)^{-1/4} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{t}{\alpha}\right)^2\right] \sin(2\pi f_0 t). \quad (11.2.2b)$$

Şekil 11.2.1'de sabit bir α değeri için frekansın değişimi ile ve Şekil 11.2.2'de ise sabit bir frekans değeri için α etmeninin değişimi ile Morlet dalgacığının biçimleri görüntülenmiştir. Bu dalgacığın biçimi sismik dalgaların biçimine oldukça benzemektedir.

Pencere fonksiyonu olarak Gaussian fonksiyonu seçilerek, Fourier dönüşümü alınma işlemi Gabor dönüşümü olarak adlandırılır (Kumar ve Foufoula-Georgiou, 1994). Bu işlem için gerekli dalgacık, f_0 yerine frekansın değişken alınması ile

$$\psi(t) = (\pi\alpha)^{-1/4} \exp\left[-0.5(t/\alpha)^2 + i2\pi ft\right] \quad (11.2.3)$$

şeklinde yazılabilir.

Ayrık dalgacık dönüşümü (ADD), N veri sayısı olmak üzere

$$DWT_S(\alpha_j, \tau_k) = (1/\sqrt{|\alpha|^j}) \sum_{i=1}^N f(t_i) \cdot \psi((t_i - \tau_k)/\alpha_j) \quad (11.2.4)$$

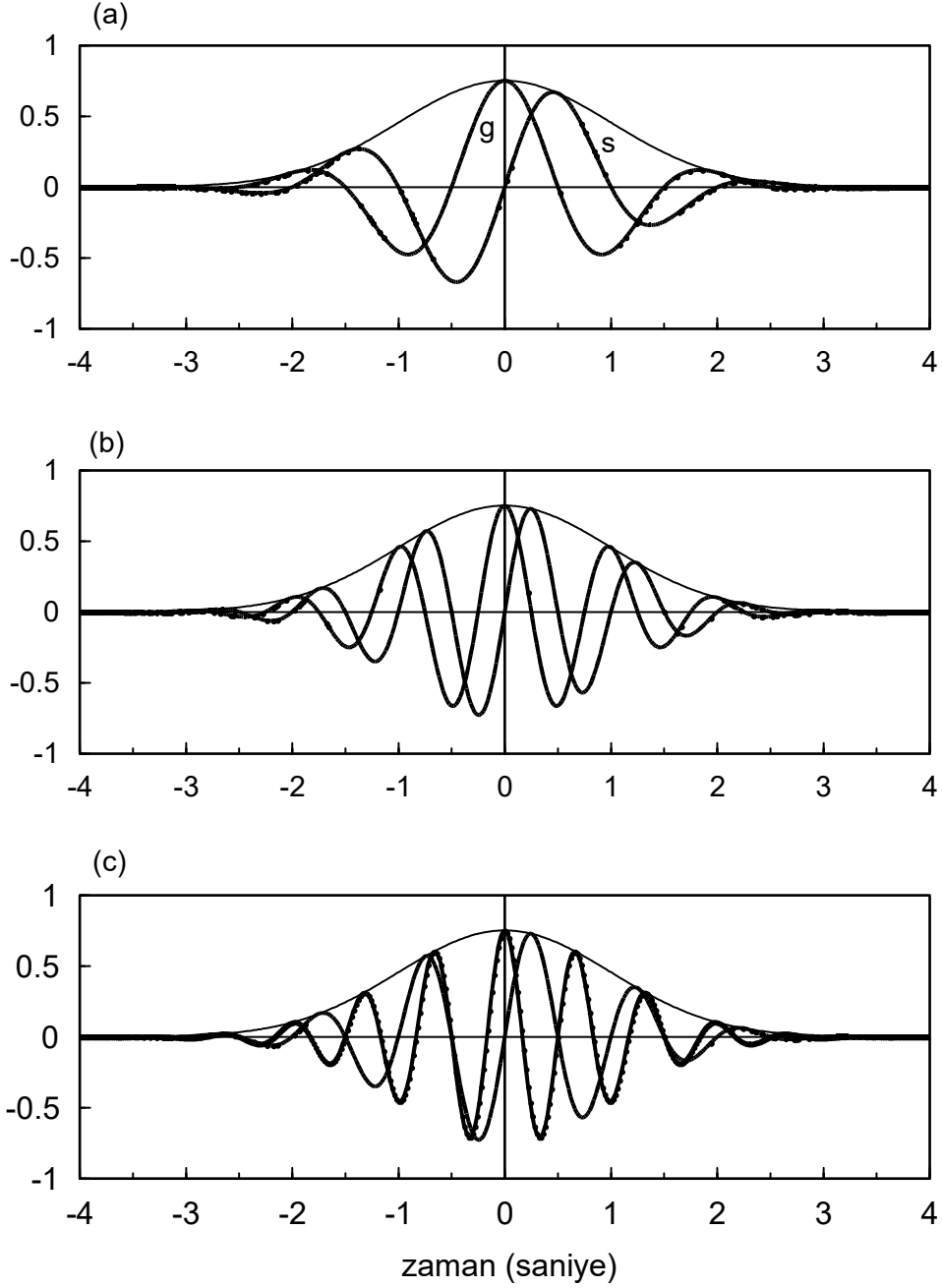
toplamı ile yürütülür. Ters dalgacık dönüşümü,

$$C = \int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(f)|^2 / |f| df < \infty \quad (11.2.5)$$

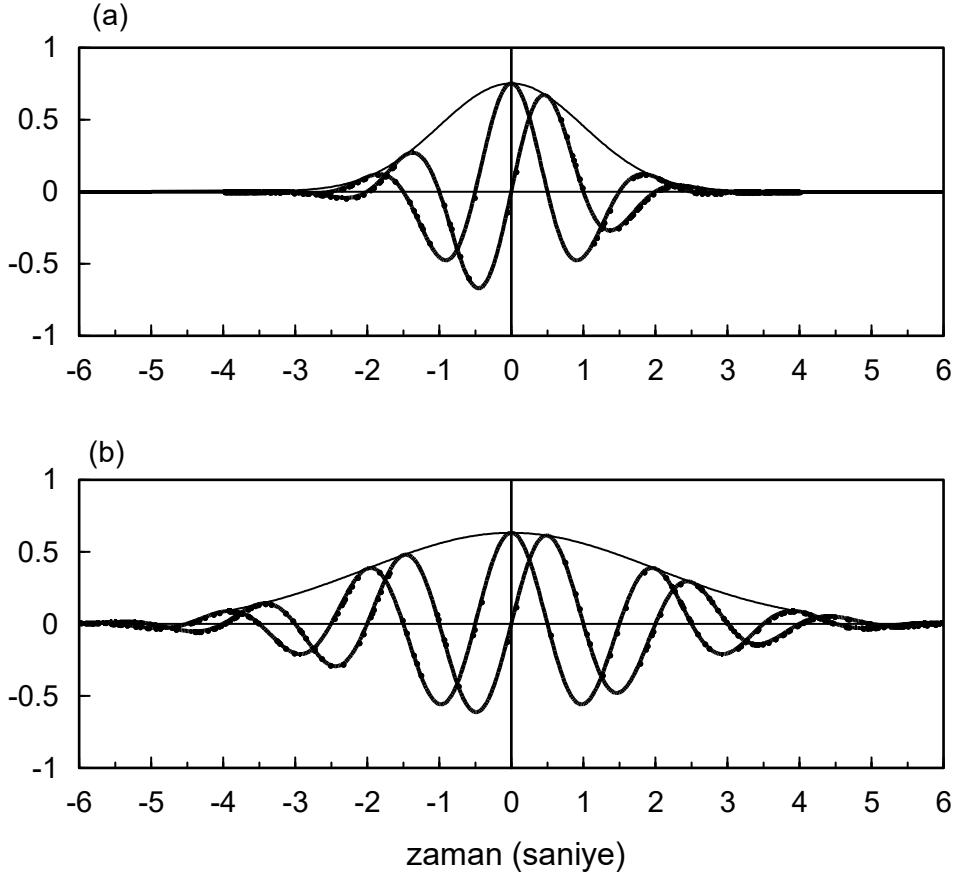
koşulunun gerçekleşmesi durumunda

$$f(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \psi\left(\frac{t-\tau}{\alpha}\right) CWT(\alpha, \tau) \frac{d\alpha}{\alpha^2} d\tau \quad (11.2.6)$$

denklemleri ile verilir (Daubechies, 1992; Lebac ve Morris, 2001). Burada kısaca genel ilkeleri özetlenmeye çalışılan dalgacık dönüşümünün ayrıntıları bu kitabın konusu dışından olduğundan, izleyen bölümlerde sadece dalgacık dönüşümünden türetilen zaman-frekans ayrışımı yöntemleri ele alınacaktır. Dalgacık dönüşümünün jeofizikte kullanımı ile ilgili olarak, manyetotellürik verilerin süzgeçlenmesi (Trad ve Travassos, 2000), sismik dalgaların türlerine ayrılması (Roueff ve diğ., 2004), manyetik veriden derinlik saptanması (Vallee ve diğ., 2004) ve dalga alanı ayrımı (Diallo ve diğ., 2005) örnekleri verilebilir.



Şekil 11.2.1. $\alpha = 1$ değeri için frekansın değişimi ile Morlet dalgacığının gerçel (g) ve sanal (s) bölümlerindeki biçim değişimi. (a) $f_0 = 0.5$, (b) $f_0 = 1$ ve (c) $f_0 = 1.5$. Gaussian pencere ince çizgi ile gösterilmiştir.



Şekil 11.2.2. Frekansın sabit değeri için ($f_0=1$), α etmenini değişimi ile Morlet dalgacığının gerçel ve sanal bölümlerindeki biçim değişimi. (a) $\alpha=1$, (b) $\alpha=2$. Gaussian pencere ince çizgi ile gösterilmiştir.

11.3. STOCKWELL DÖNÜŞÜMÜ

Zaman-frekans ayrışımı için dalgacık dönüşümünün kullanılması, uygun dalgacık biçimlerinin seçilmesini gerektirir. Stockwell ve diğ. (1996), daha sonra kendi adı ile anılacak olan **Stockwell dönüşümü**nü tanıtmışlardır. **S-dönüşümü** olarak da adlandırılan bu dönüşümü jeofizikte Theophanis ve Queen(2000) sismik kesitlerin renklendirilmesinde, Irving ve Knight(2003) radar verilerinin ayrımlılığının artırılmasında, Başokur ve diğ. (2003) deprem ivme kayıtlarının incelenmesinde ve Odebeatu ve diğ. (2006) sismik kesitlerde gaz doygunluğu ile ilgili dispersiyon belirtilerinin saptanmasında kullanmışlardır.

Bir $f(t)$ zaman fonksiyonunun S-dönüşümü,

$$S(f, \tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \frac{|f|}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(t-\tau)^2 f^2}{2}\right) \exp(-i2\pi ft) dt \quad (11.3.1)$$

olarak verilir. Burada, τ kaydırma etmeni olup, birimi saniyedir. f frekans değerleri ise dalgacık dönüşümünde kullanılan ölçekleme etmenine karşılık gelir. f değerinin değişimi ile hem frekans hem de zaman penceresinin ölçeği değişir. τ değerinin değişimi ise zaman penceresinin kaymasını sağlayarak, yerel Fourier dönüşümünün hesaplanmasını sağlar. Eğer,

$$\psi(t) = \frac{|f|}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{t^2 f^2}{2}\right) \quad (11.3.2)$$

şeklinde bir dalgacık tanımlanır ise $f(t) \cdot \exp(-i2\pi ft)$ fonksiyonunun dalgacık dönüşümünün, $f(t)$ fonksiyonunun S-dönüşümüne eşit olduğu görülebilir. İstenilen (τ, f) çiftlerinde, (11.3.1) integralinin hesaplanması ile genliklerin değişimi bir harita olarak elde edilir.

S-dönüşümünün daha hızlı hesaplanmasını sağlayan ve $f(t)$ fonksiyonunun Fourier dönüşümünden yararlanan bir yöntem, (11.3.1) bağıntısının evrişim integrali şeklinde yazılması ile elde edilebilir. (11.3.1) ifadesinde kaydırılan fonksiyon çifttir:

$$(t - \tau)^2 = (\tau - t)^2.$$

Böylece, f değişkeninin sabit bir değeri için (11.3.1) integrali ifadesi τ değişkenine bağlı iki fonksiyonun evrişimi olarak yazılabilir:

$$S(f, \tau) = [f(\tau) \cdot \exp(-i2\pi f\tau)] * \frac{|f|}{\sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{\tau^2 f^2}{2}\right). \quad (11.3.3)$$

$S(f, \tau)$ fonksiyonunun bir y değişkenine bağlı Fourier dönüşümü olduğu düşünülür ise

$$S(f, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} S(f, \tau) \cdot \exp(-i2\pi y\tau) d\tau \quad (11.3.4)$$

$$S(f, \tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} S(f, y) \cdot \exp(i2\pi y\tau) dy \quad (11.3.5)$$

dönüşüm çiftleri yazılabilir. (11.3.3) ile verilen evrişim bağıntısındaki fonksiyonlarının y değişkenine göre Fourier dönüşümleri bulunabilir. Gaussian fonksiyonunun Fourier dönüşümü, (4.2.18) bağıntısı ile daha önce verilmişti:

$$\exp(-a\tau^2) \leftrightarrow \sqrt{\pi/a} \exp(-\pi^2 y^2 / a).$$

(11.3.1) bağıntısının sağ yanındaki integral t değişkenine bağlı olduğundan, f bir sabit olarak işleme alınır ve $a = f^2 / 2$ yazılarak,

$$\exp\left(-\frac{f^2 \tau^2}{2}\right) \leftrightarrow \sqrt{\frac{2\pi}{f^2}} \exp\left(-\frac{\pi^2 y^2}{f^2 / 2}\right)$$

dönüşüm çifti elde edilebilir. Buradan,

$$|f| \cdot \exp(-f^2 \tau^2 / 2) / \sqrt{2\pi} \leftrightarrow \exp(-2\pi^2 y^2 / f^2) \quad (11.3.6)$$

yazılabilir. Bu durumda (11.3.3) bağıntısından y değişkenine göre (sabit bir f için) Fourier dönüşümü, izleyen

$$f(\tau) \cdot \exp(-i2\pi f\tau) \leftrightarrow F(y + f)$$

kayma özelliği kullanılarak,

$$S(f, y) = F(y + f) \cdot \exp(-2\pi^2 y^2 / f^2) \quad (11.3.7)$$

şeklinde elde edilebilir. (11.3.5) bağıntısı yardımı ile $S(f, y)$ fonksiyonunun ters Fourier dönüşümü ile

$$S(f, \tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(y + f) \exp(-2\pi^2 y^2 / f^2) \exp(i2\pi y \tau) dy \quad (11.3.8)$$

bağıntısı bulunabilir. Burada $F(y+f)$; $f(t)$ fonksiyonunun kaymış Fourier dönüşümüdür. Ayırık Fourier dönüşümü bağıntısı, Bölüm 7'de izleyen şekilde verilmişti:

$$F(r / N \cdot \Delta t) = \Delta t \sum_{k=0}^{N-1} f_k \cdot \exp(-i2\pi k r / N) \quad r = 0, \dots, N-1. \quad (7.7.4)$$

Burada f_k ; $f(k \cdot \Delta t)$ zaman verisinin ayırık değerlerini göstermektedir. Eğer, (11.3.8) bağıntısında değişkenlerin ayırık değerleri

$$f = r \cdot \Delta f_s, \quad y = m \cdot \Delta f = \frac{m}{N \cdot \Delta t}, \quad \tau = j \cdot \Delta \tau \quad (11.3.9)$$

olarak tanımlanır ise (11.3.8) bağıntısından **ayırık S-dönüşümü** (ASD),

$$S(r \cdot \Delta f_s, j \cdot \Delta \tau) = \sum_{m=0}^{N-1} F \left[\frac{m}{N \cdot \Delta t} + r \cdot \Delta f_s \right] \cdot \exp \left[-\frac{2\pi^2 m^2}{(N \cdot \Delta t \cdot r \cdot \Delta f_s)^2} \right] \cdot \exp \left[\frac{i2\pi m j \Delta \tau}{N \cdot \Delta t} \right] \quad (11.3.10)$$

$$r = 0, \dots, m f - 1; j = 0, \dots, m t - 1$$

toplamı ile hesaplanabilir. Burada, MT ve MF sırası ile hesaplanılan S-dönüşümü değerlerinin bağlı olduğu zaman ve frekans sayısıdır. Eğer zaman verisinin sayısı N çok büyük değil ise MT ve MF sayıları N sayısına eşit alınabilir. Bu durumda,

$$f = r \cdot \Delta f = \frac{r}{N \cdot \Delta t}, \quad y = m \cdot \Delta f = \frac{m}{N \cdot \Delta t}, \quad \tau = j \cdot \Delta t \quad (11.3.11)$$

olarak tanımlanabilir ve sadeleştirmeler sonucunda ayırık S-dönüşümü izleyen toplam ile elde edilebilir (Stockwell ve diğ., 1996):

$$S\left(\frac{r}{N \cdot \Delta t}, j \cdot \Delta t\right) = \sum_{m=0}^{N-1} F \left[\frac{m+r}{N \cdot \Delta t} \right] \cdot \exp \left[-\frac{2\pi^2 m^2}{r^2} \right] \cdot \exp \left[\frac{i2\pi m j}{N} \right] \quad r = 0, \dots, N-1; j = 0, \dots, N-1. \quad (11.3.12)$$

S-dönüşümü sonuçları iki farklı şekilde görselleştirilebilir. Birincisi, yatay eksenin zaman, dikey eksenin frekans olduğu bir harita üzerinde genlik değerlerinin sunulmasıdır. Bu görüntüleme yöntemi zaman-frekans haritası olarak adlandırılır. Diğer bir görüntüleme yöntemi de verilen bir frekansa ait genliğin zamanla değişiminin görselleştirilmesidir. Belirli bir frekanstaki genlik, yatay ekseninde gösterilen zamana karşı çizilir. Bu şekilde elde edilen zaman fonksiyonu **çığıltı** olarak adlandırılır ve belirli bir frekansa ait olaylardaki değişiminin takip edilmesinin sağlar. Belirli bir çığıltı tek bir frekans değerine aittir. Aynı grafik üzerinde birden fazla çığıltı çizilerek birden fazla frekans için genliklerin zamana göre değişimi izlenebilir.

S-dönüşümünün görüntülenmesine örnek vermek için frekansları sırası ile 1, 5, 10 Hz ve genlikleri 1, 1.5, 1 olan

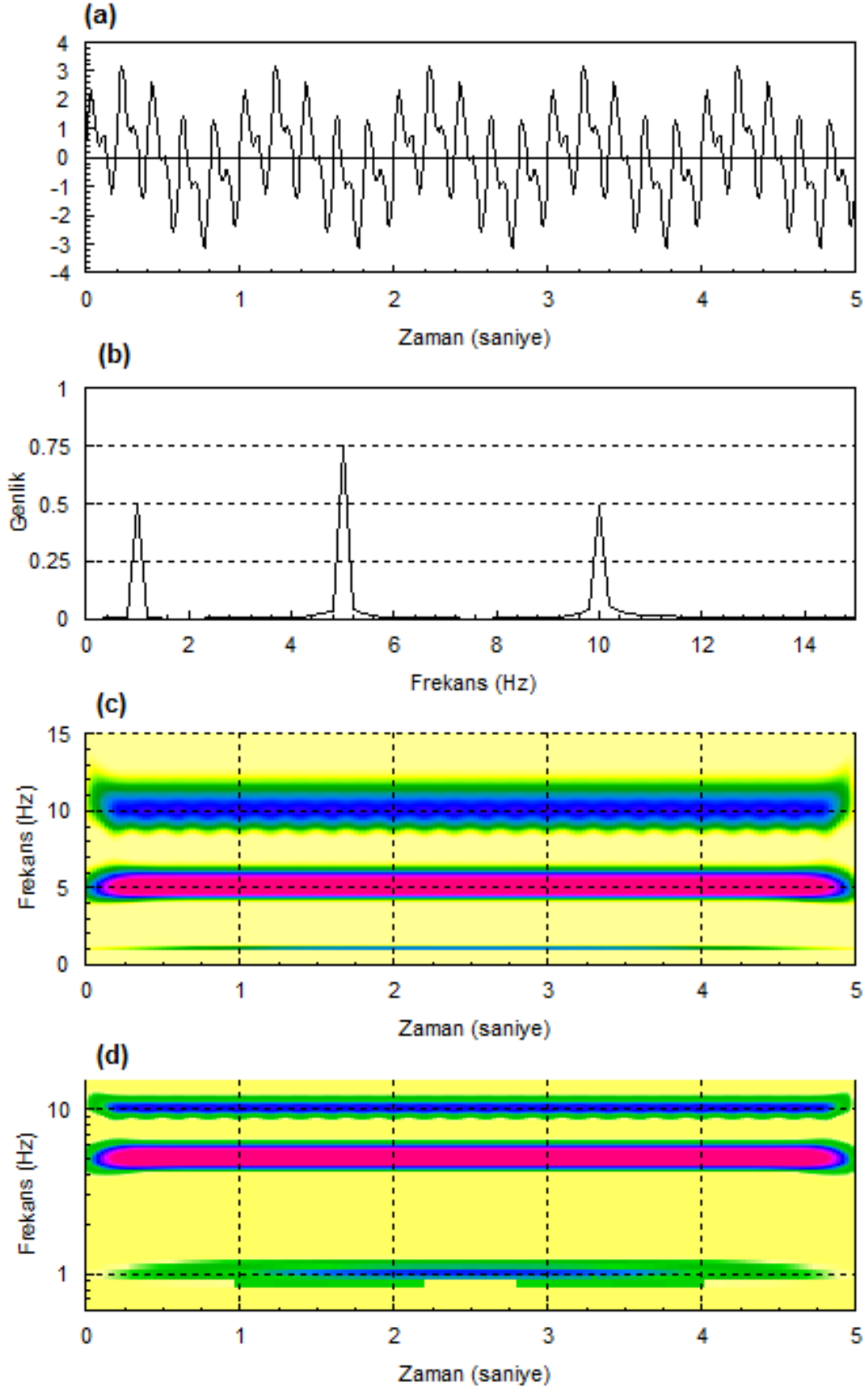
$$f(t) = \sin(2\pi t) + 1.5 \sin(10\pi t) + \sin(20\pi t) \quad (11.3.13)$$

şeklinde üç sinüzoidalın toplamından oluşan bir zaman verisi $\Delta t = 0.01$ örnekleme aralığı sayısal hale getirilerek Şekil 11.3.1a'da gösterilmiştir. Sinyal süresi 5 saniyedir. Verinin sayısal Fourier dönüşümü Şekil 11.3.1b'de görülmektedir. Genlikler doğru frekanslarda ve doğru büyüklükte hesaplanmıştır. Şekil 11.3.1c'de ise 201x201 ayırık zaman ve frekans değerinde hesaplanan S-dönüşümü haritası görüntülenmiştir. Sınama verisini oluşturan sinüzoidaller tüm veri boyunca devam ettiğinden S-dönüşümü ile elde edilen zaman-frekans haritasında 1, 5 ve 10 Hz frekanslarında zaman eksenine paralel doğrultuda yüksek genlikli üç sırt görülmektedir. Bunların frekans eksenine doğrultusunda kapladıkları alanın eşit olmadığı gözlenmektedir. (11.3.6) dönüşüm çiftinden görülebileceği gibi zaman bölgesinde f değeri büyür ise zaman bölgesindeki Gaussian fonksiyonu daralır ve frekans bölgesindeki Gaussian fonksiyonu f değerinin paydada olması nedeni ile genişler. Şekil 11.3.1d'de frekans eksenine logaritmik ölçekte çizilmiştir. Bu durumda, hem alçak hem de yüksek frekanslarda ayrımlılığın hemen hemen eşit olduğu görülmektedir. Frekans değişimine duyarlılık doğada üstel değiştiğinden frekans ekseninin logaritmik alınması frekans ayrımlılığını doğrusallaştırmaktadır. Böylece, 2 Hz ile 4 Hz arasındaki değişim 2 KHz ile 4 KHz arasındaki değişim ile aynı ayrımlılıkta görüntülenir.

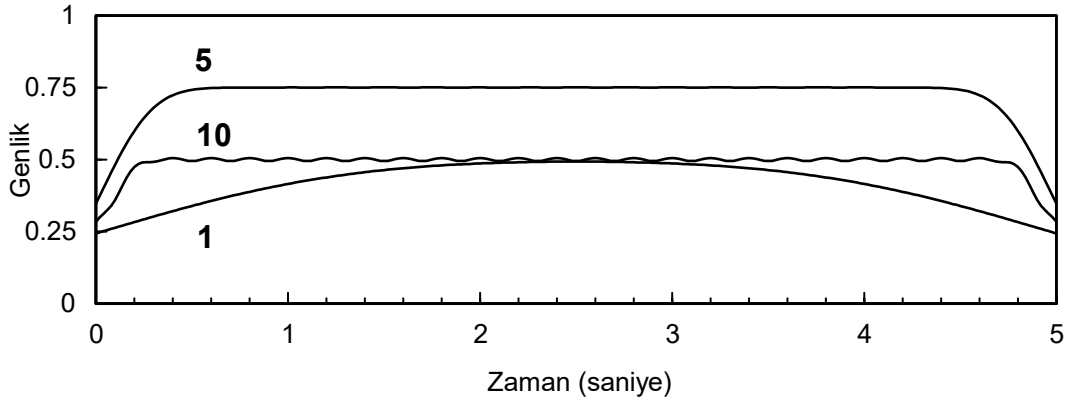
S-dönüşümünü görselleştirmenin diğer bir yöntemi olan çığılı çizimi Şekil 11.3.2'de verilmiştir. Çizim için sınama verisini oluşturan sinüzoidallerin frekansları seçilmiştir. 1 Hz frekansındaki çığılı genliği sıfır zamanında 0.25 değerinden başlayarak 2.5 saniye zaman değerinde frekans bölgesinde hesaplanması gereken 0.5 değerine ve daha sonra yeniden azalarak beşinci saniyede 0.25 değerine erişmiştir. 5 Hz frekansına karşılık gelen çığılı ise baştan ve sondan yarım saniyelik bölümler dışında 0.75 değerini almaktadır. 10 Hz frekansındaki çığılı genliği ise zamanın hemen hemen tüm değerleri için doğru olarak kestirilmiştir. Ancak, zaman eksenine boyunca ayırıklaştırma yeterli olmadığından çığılı üzerinde bir dalgalanma gözlenmektedir. Alçak frekanslarda pencere boyunun uzun olması nedeni ile verinin başlangıç ve son bölümlerinde oluşan kayıpların daha fazla olduğu görülmektedir. Çünkü pencere boyu uzamakta ve pencere verinin dışına taşmaktadır.

İkinci örnek olarak (11.3.13) bağıntısı ile verilen üç sinüzoidal farklı bir şekilde bir araya getirilmiştir. Sinüzoidalleri toplamak yerine Şekil 11.3.3a'da görüntülediği gibi zaman penceresi üçe bölünerek bunlar uç uca eklenmiştir. Belirli bir frekanstaki sinüzoidal bittiğinde bir diğeri başlamaktadır. Şekil 11.3.3b'de ise bu verinin genlik izgesi görülmektedir. Sinüzoidaller doğru frekanslarda yer almalarına karşılık genlik değerleri doğru elde edilememiştir. Bunun nedeni her bir sinüzoidalın toplam veri süresinin üçte biri kadar ($5/3=1.67$ sn) devam etmiş olmasıdır. Bu işlem zaman bölgesinde genişliği 1.67 sn olan bir dikdörtgen pencere ile çarpmaya eşit olduğundan, frekans bölgesinde, $\sin(2\pi Lf) / \pi f$ fonksiyonu ile evrişime karşılık gelir. Sonuç olarak frekans verisinin genlik izgesi hem $2L=1.67$ katsayısı ile çarpılır hem de sinc ile evrişim (enerji sızması) nedeni ile genişler. Frekans ekseninin sırası ile doğrusal ve logaritmik olduğu Şekil 11.3.3c ve 11.3.3d'de S-dönüşümü genlik haritası görüntülenmiştir. Veriyi oluşturan sinüzoidallerin zamanla değişimi bu haritada ve Şekil 11.3.4'de verilen çığılı çiziminde kolaylıkla izlenebilmektedir. Fourier dönüşümü ile elde edilen genlikler enerji sızması nedeni ile bozulmakla birlikte S-dönüşümünden hesaplanan genlikler doğru olarak kestirilmiştir. Şekil 11.3.5a'da ise aynı sinüzoidallerin sıraları değiştirilerek uç uca eklenmesi ile elde edilen zaman verisi görülmektedir. Zamanın ilk 1/3 lük bölümünde 10 Hz ve daha sonra sırası ile 1 ve 5 Hz frekanslarındaki sinüzoidaller yer almaktadır.

Şekil 11.3.5b'de ise hem bu verinin genlik izgesi hem de Şekil 11.3.3b'deki genlik değerleri birlikte çizilmiştir. İki genlik izgesi arasında önemli bir ayırım bulunmamaktadır. Buradan, Fourier dönüşümünün Şekil 11.3.3a ve Şekil 11.3.5a'da verilen zaman verilerini birbirinden ayıramadığı anlaşılır. Çünkü her iki verinin frekans içerikleri aynı olmakla birlikte belirli frekanstaki olayların oluş



Şekil 11.3.1. Üç adet sinüzoidal toplamından oluşan zaman verisi (a), Fourier dönüşümü (b), zaman-frekans ayrışım haritası (c), aynı haritanın logaritmik frekans eksenini ile çizimi (d).



Şekil 11.3.2. Üç frekanstaki genliklerin zamanla değişimi 1 Hz, 5 Hz ve 10 Hz.

zamanları birbirinden farklıdır. Şekil 11.3.3c ve Şekil 11.3.5c'nin karşılaştırılması ile frekans içerikleri aynı bu iki verinin S-dönüşümlerinin farklı olduğu ve zamana bağlı olarak frekans içeriğindeki değişimlerinin belirlenebildiği görülür. Şekil 11.3.4 ve Şekil 11.3.6'da verilen çığlıt çizimlerinde de belirli frekanslardaki genliklerin zamana bağlı değişimleri görüntülenmiştir.

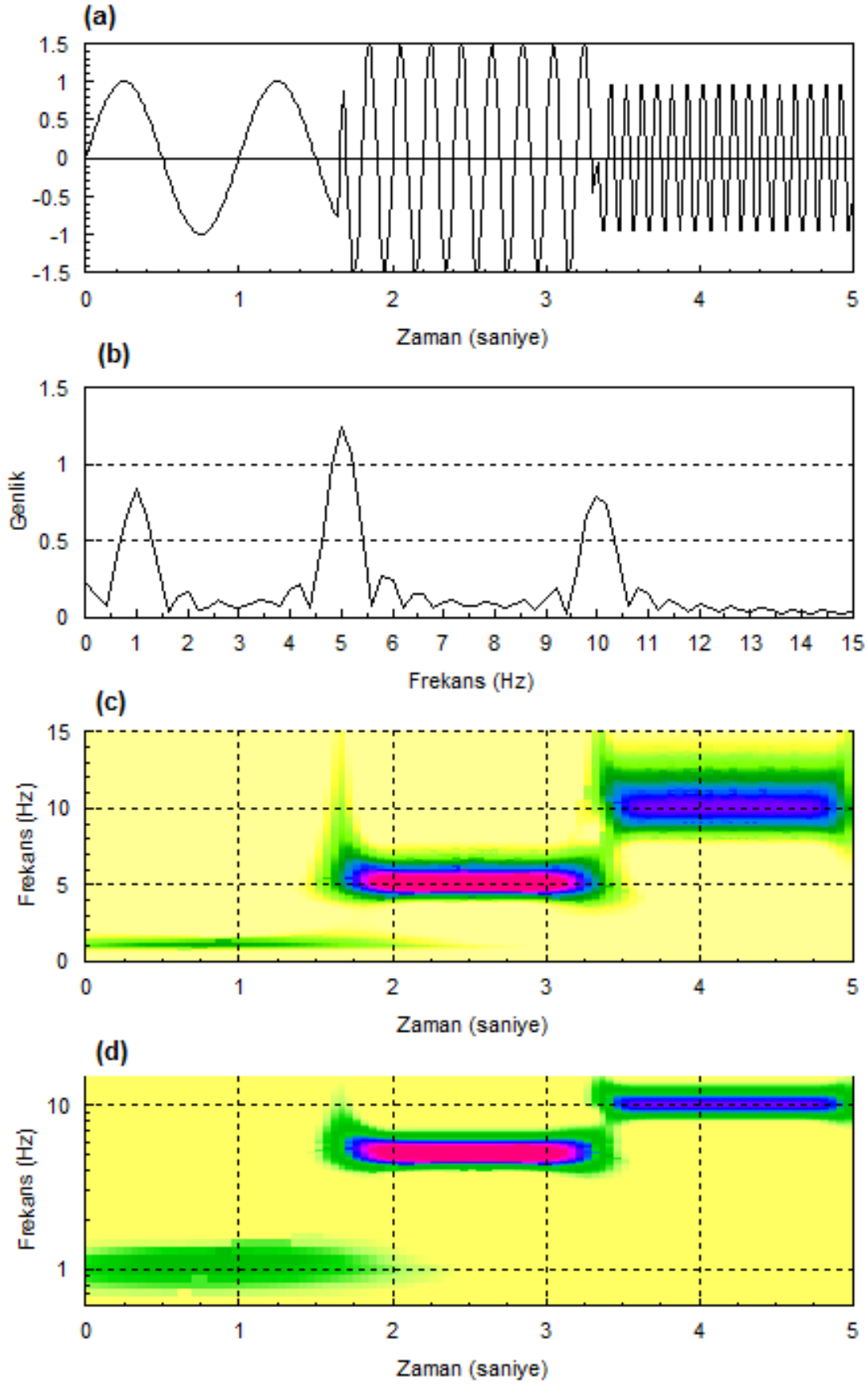
Yukarıdaki örneklerde belirli frekanslardaki sinüzoidaller belirli süreler ile devam etmektedir. Çoğu durumda dalga biçimlerinin frekansları zamanın fonksiyonu olarak değişime uğramaktadır. Örneğin, **cıvıltı sinyali** olarak adlandırılan ve

$$f(t) = A \cdot \cos(2\pi kt^2) = A \cdot \cos[2\pi(kt).t] \quad (11.3.14)$$

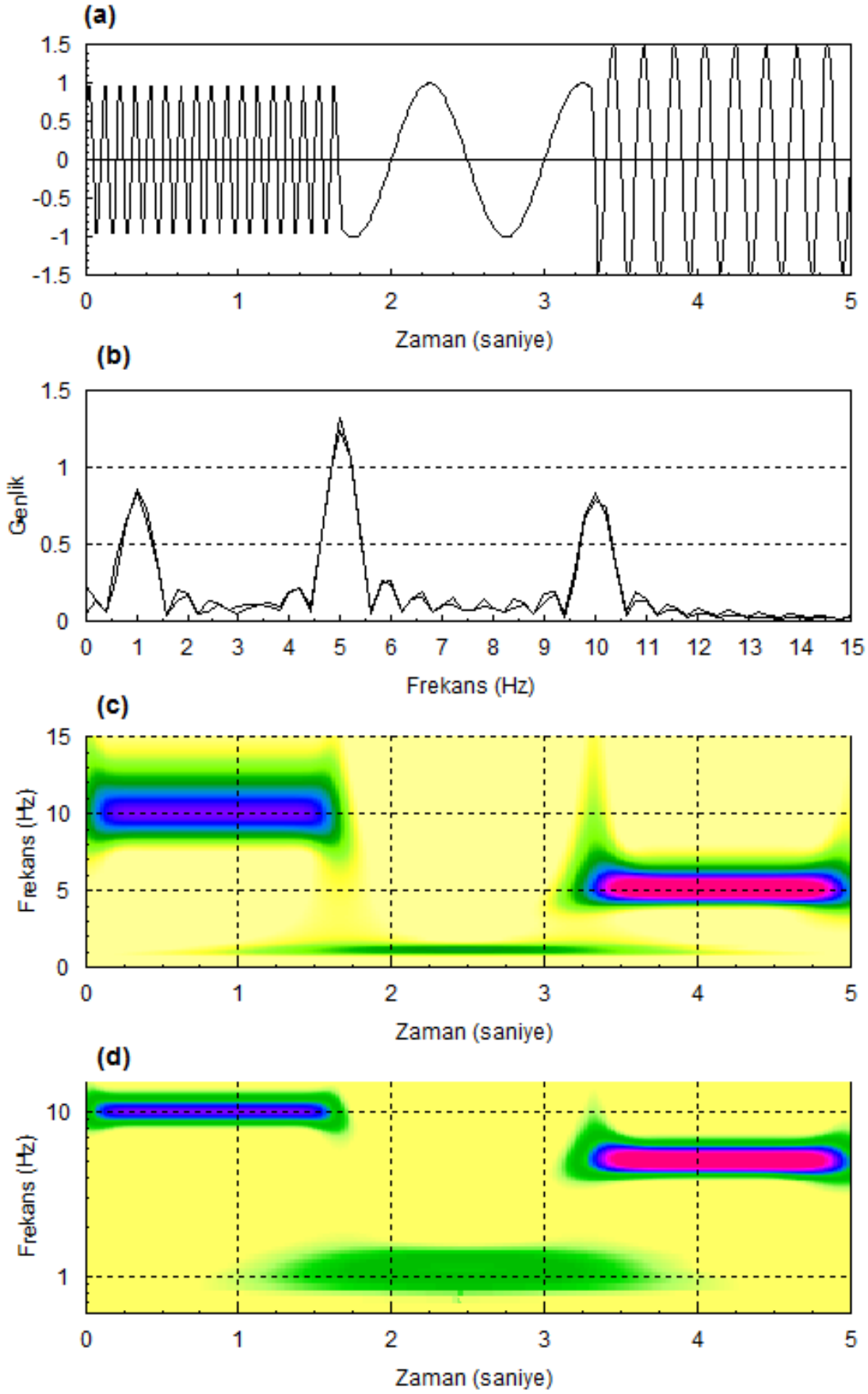
fonksiyonu ile tanımlanan verinin frekansı zamanla doğrusal olarak değişir. Kosinüsün içeriğinde zamanın karesinin alınması, frekansın $f_0 = kt$ gibi zamanla değişen bir değer almasına karşılık gelmektedir. Aşağıda verilen iki cıvıltı sinyalinin toplamı Şekil 11.3.7a'da görüntülenmiştir:

$$f(t) = \cos(2\pi 0.5 t^2) + \cos(2\pi 5t^2). \quad (11.3.15)$$

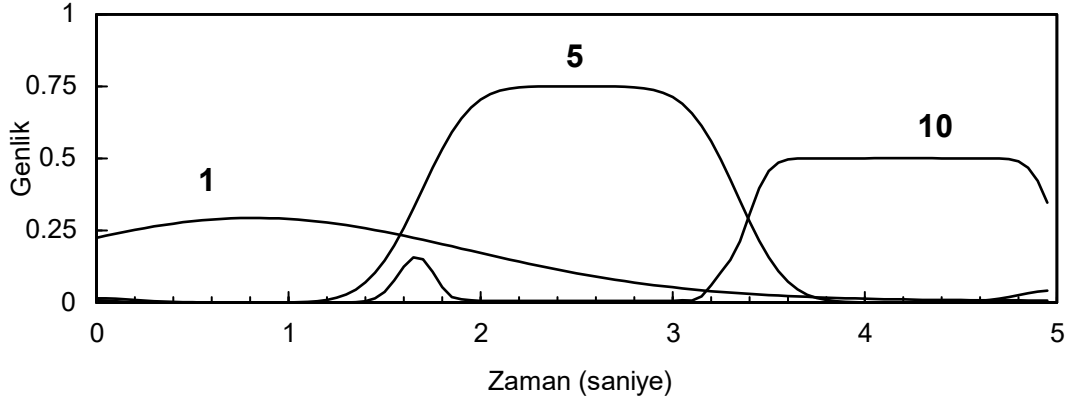
Örnekleme aralığı $\Delta t = 0.01$ ve sinyal süresi 5 saniye olarak alınmıştır. Şekil 11.3.7b'de verilen Fourier dönüşümünde, frekansa karşılık genlik değerleri görüntülenmiştir. Şekil 11.3.7c'de ise 251x301 ayrıık zaman ve frekans değerinde hesaplanan genliklerin zaman-frekans düzlemindeki değişimi verilmiştir. Frekansın, zamanla doğrusal olarak arttığı gözlenmektedir. Şekil 11.3.7d'de ise frekans ekseninin logaritmik alınması ile frekansa bağımlı ayrııllılığın doğrusallaştığı görülmektedir. Zaman içerisinde belirli frekanstaki genlik değişimini görüntülemek için 3 Hz, 10 Hz ve 20 Hz frekanslarına ait çığlıtlar Şekil 11.3.8'de verilmiştir. 3 Hz frekansındaki çığlıtın başlangıçta biraz daha büyük olan genliği birinci saniyede sifıra erişmekte, üçüncü saniyede ise yeniden en büyük değerlerini aldıktan sonra beşinci saniyede yeniden sifıra yaklaşmaktadır. Çığlıt çizimi, zaman-frekans haritasında frekans sabit kalmak üzere zaman eksenine paralel yönde genliklerin değişiminin gözlenmesine özdeş olduğundan 10 ve 20 Hz frekanslarındaki çığlıtlar sırası ile birinci ve ikinci saniye civarında en büyük değerlerini almaktadır.



Şekil 11.3.3. 1, 5 ve 10 Hz frekanslarındaki üç adet sinüzoidalın uç uca eklenmesi ile oluşan zaman verisi (a), Fourier dönüşümü (b), zaman-frekans ayrışım haritası (c), aynı haritanın logaritmik frekans eksenini çizimi (d).

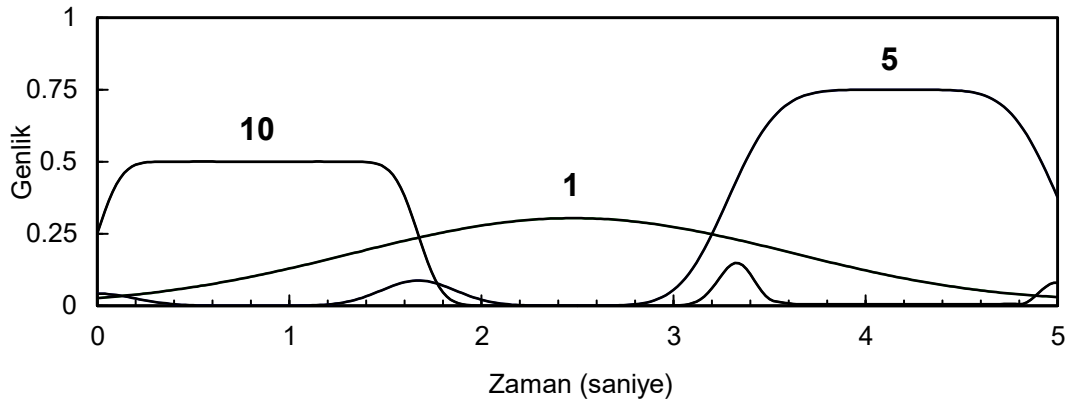


Şekil 11.3.5. 10, 1 ve 5 Hz frekanslarındaki üç adet sinüzoidalın uç uca eklenmesi ile oluşan zaman verisi (a), Fourier dönüşümü (b), zaman-frekans ayrışım haritası (c), aynı haritanın logaritmik frekans eksenini ile çizimi.

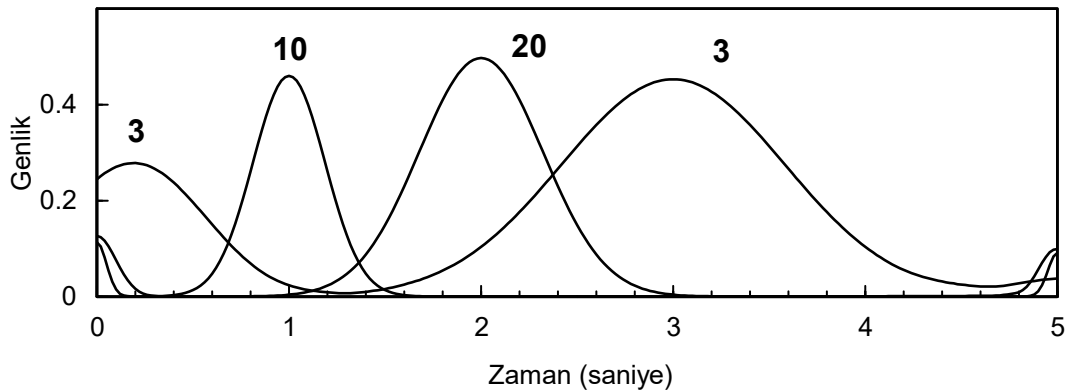


(d).

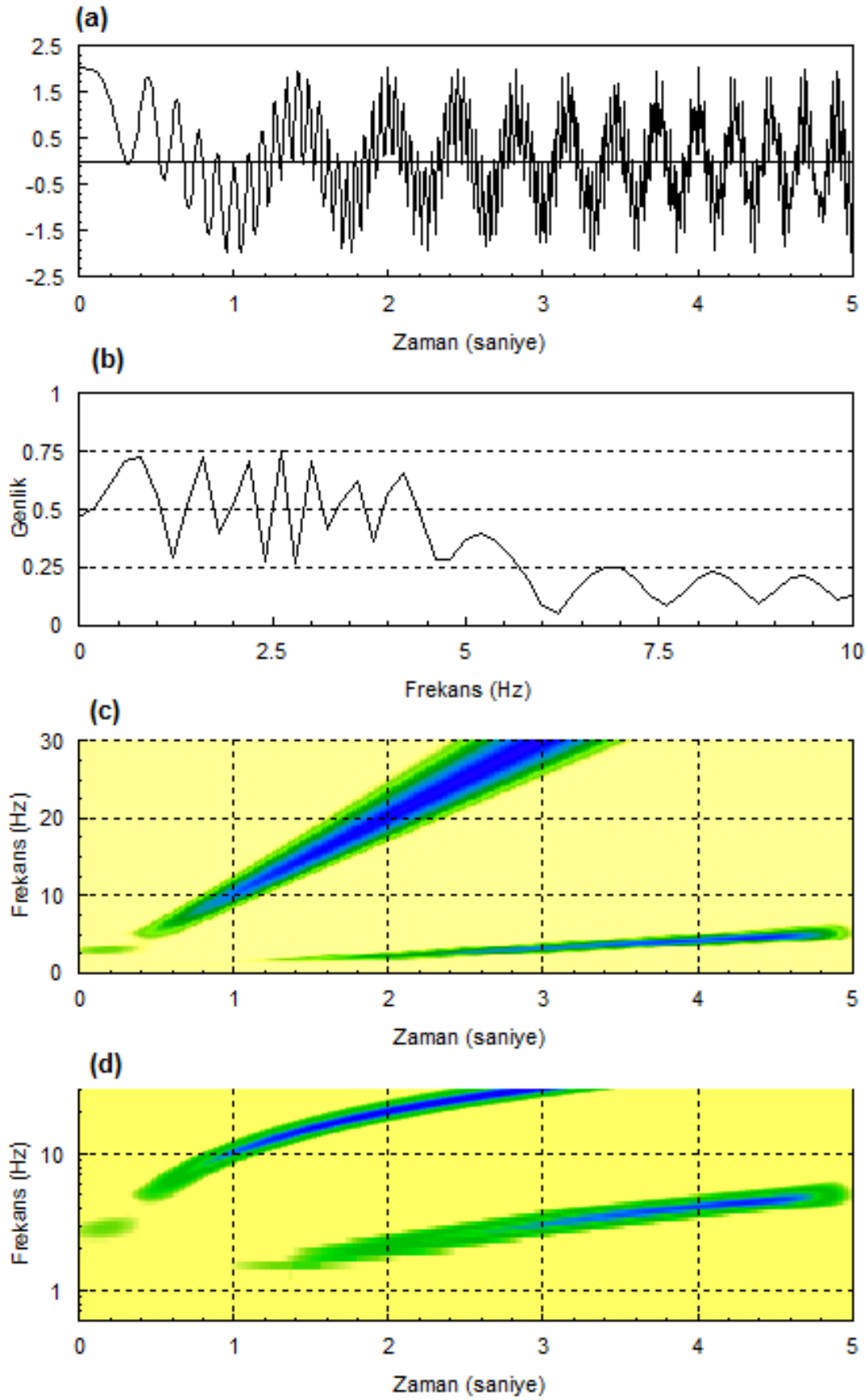
Şekil 11.3.4. Üç frekanstaki (1, 5 ve 10 Hz) sinüzoidallerin uç uca eklenmesi ile edilen ve Şekil 11.3.3a da görüntülenen zaman verisinin S-dönüşümünün yine bu frekanslar için çiziltili çizimi.



Şekil 11.3.6. Üç frekanstaki (10, 1 ve 5 Hz) sinüzoidallerin uç uca eklenmesi ile edilen ve Şekil 11.3.5a da görüntülenen zaman verisinin S-dönüşümünün yine bu frekanslar için çiziltili çizimi.



Şekil 11.3.8. Cıvıltı sinyalinin üç frekanstaki genliklerinin zamanla değişimi, 3 Hz , 10 Hz ve 20 Hz.



Şekil 11.3.7. İki adet civıltı sinyalinin toplamından oluşan zaman verisi (a), Fourier dönüşümü (b), zaman-frekans ayrışım haritası (c), aynı haritanın logaritmik frekans eksenini ile çizimi (d).

11.4. STOCKWELL DÖNÜŞÜMÜ İÇİN UYGULAMA ÖRNEKLERİ

Sismik yöntemlerde kaynak olarak kullanılan **yersarsıcı**ların (vibroseyis) ürettikleri sinyaller S-dönüşümü ile incelenebilir. Şekil 11.4.1'de bir yersarsıcı grubu görüntülenmiştir. Bu tür sismik kaynak kullanımında **silkeleme** sinyali olarak adlandırılan ve frekansı zamanla değişen bir salınım yer içine iletilir. Çeşitli silkeleme sinyalleri kullanılmakla birlikte burada frekansın doğrusal değiştiği ve

$$f(t) = A \cdot \sin \left[2\pi \left(f_1 + \frac{f_2 - f_1}{2T_s} t \right) t \right]$$

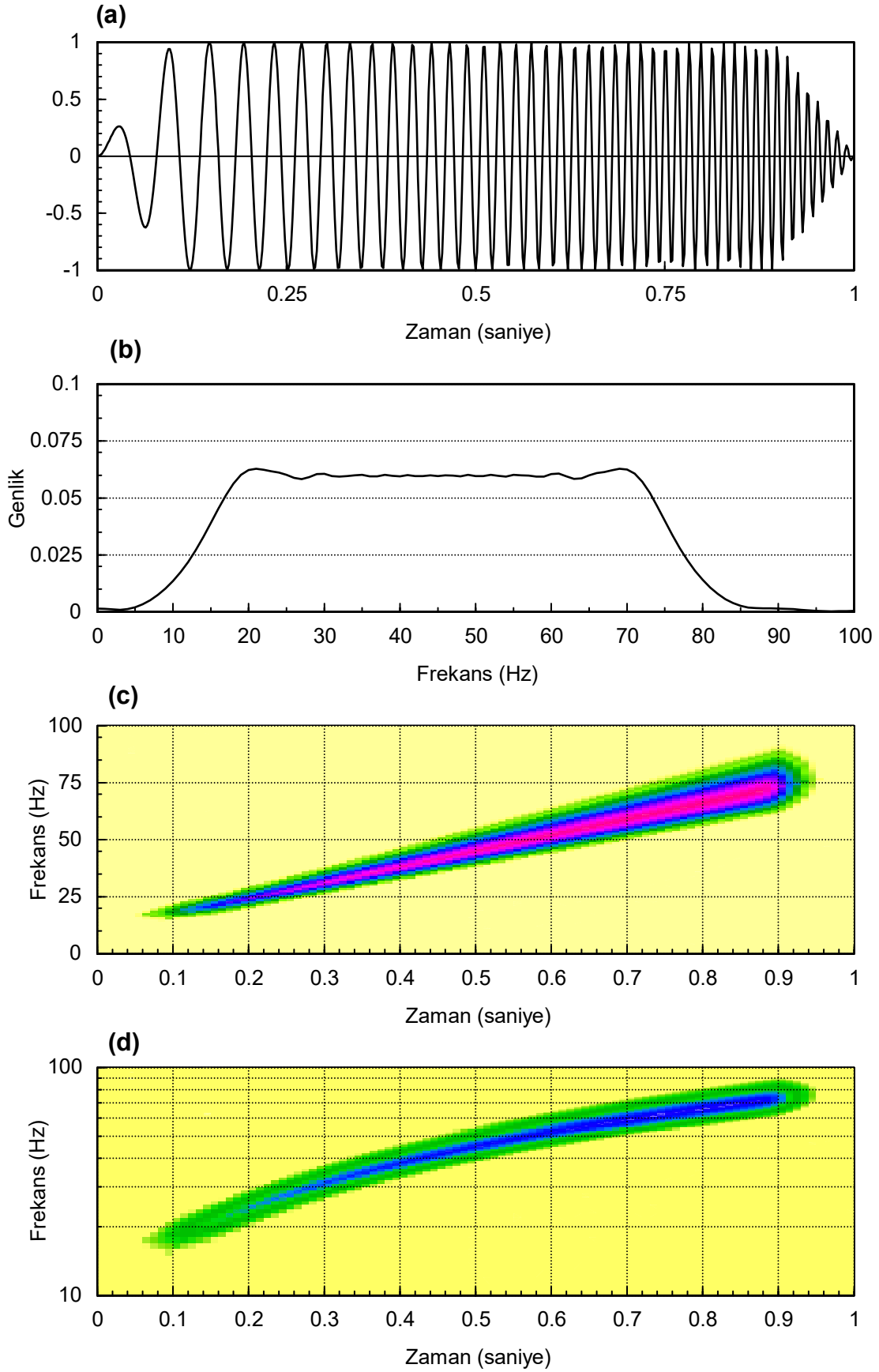
bağıntısı ile tanımlanan sinyal örnek verilecektir. Burada, T_s ; sinyalin süresi, f_1 ; başlangıç frekansı, f_2 ; bitiş frekansıdır. Sinyalin başlangıçtaki frekansı f_1 iken, sonlandığında f_2 değerini almaktadır.



Şekil 11.4.1. Arazide yersarsıcı grubu.

Şekil 11.4.2a'da, başlangıç ve bitiş frekansları sırası ile 10 ve 80 Hz, örnekleme aralığı 2 msn olan bir silkeleme sinyali görüntülenmiştir. Silkeleme süresi için sismik incelemelerde 8 – 10 sn gibi değerler kullanılmaktadır. Burada görüntülemeyi kolaylaştırmak için süre 1 sn olarak alınmıştır. Şekil 11.4.2b'de verilen genlik izgesinin belirli bir frekans aralığında sabit değerde olduğu görülmektedir. Şekil 11.4.2.c ve d'de ise zaman-frekans ayrışımı verilmiştir. Bu haritadan frekansın zaman içerisindeki değişimi ayrıntılı bir şekilde gözlenmektedir.

S-dönüşümünün kullanımı için başka bir örnek deprem ivme kayıtlarının incelenmesidir (Başokur ve diğ., 2003). 12 Kasım 1999 depremi, Düzce Fayı'ndan 8 km uzaklıkta bulunan Düzce kentinde önemli hasar oluşturmuş ve can kaybına yol açmıştır. Kuvvetli yer hareketi kayıtları, dış merkezden 34 km uzaklıkta bulunan Bolu'daki en büyük ivme değerlerinin, dış merkezden 15 km uzaklıktaki Düzce'ye göre hemen hemen iki katı olduğunu göstermektedir. Bu nedenle, Fourier ivme izgeleri Düzce ve Bolu'daki yapılar üzerinde depremin etkisinin karşılaştırılmasında çok yararlı değildir. Bu durum, doruk ivme değerlerinin yapı hasarları ile ilişkilendirilmesinde dikkatli davranılması gerektiğine işaret etmektedir. Fourier dönüşümü frekansın fonksiyonu olarak genliklerin tam bir gösterimini vermekle birlikte, dalga formlarının dinamik nitelikleri hakkında bir bilgiyi kapsamamaktadır. Bu nedenle yapılarda hasarın ana nedenini oluşturan depremin süresinin etkisinin de nicelleştirilmesi gerekir. Stockwell Dönüşümü, her bir spektral bileşenin zamana bağımlı değişimini temsil ettiğinden bu amaç için kullanılabilir. Böylelikle deprem süre etkisinin görselleştirilmesi olanaklı hale gelir ve dolayısı ile yapı hasarları ile kuvvetli yer hareketi kayıtları arasında doğrudan ilişki kurulabilir.



Şekil 11.4.2. Başlangıç ve bitiş frekansları sırası ile 10 ve 80 Hz olan bir silkeleme sinyali (a), Fourier dönüşümü (b), zaman-frekans ayrışım haritası (c), aynı haritanın logaritmik frekans eksenini çizimi (d).

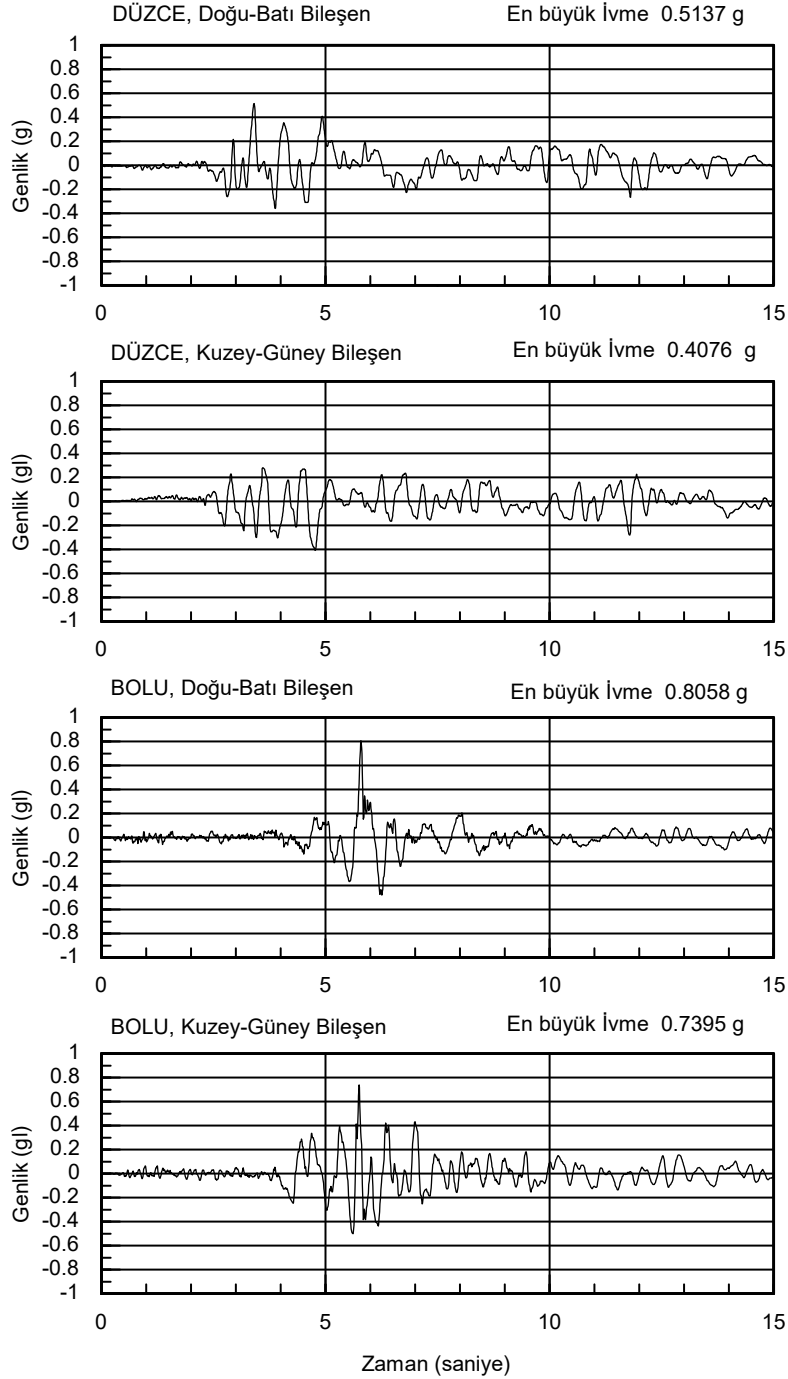
Şekil 11.4.3 de 12 Kasım 1999 depreminde Düzce ve Bolu istasyonlarında ölçülen ivme kayıtlarının doğu-batı ve kuzey-güney yönlerindeki bileşenleri görülmektedir. Genliğin birimi g olup, $1 g = 9.80665 \text{ m/sn}^2$ olarak verilir. Ölçü aygıtları P dalgasının gelişi ile kayıt almaya başlamıştır. S dalgasının varışı daha kuvvetli yer hareketinden kolayca belirlenebilmektedir. En büyük genlik değerleri Bolu'da Düzce'ye göre daha büyük olmasına rağmen gerek can gerekse hasarlı bina sayısı açısından Düzce il merkezinin kayıpları Bolu'dan çok daha fazladır.

Şekil 11.4.4'de ise aynı ölçülerin Fourier dönüşümleri verilmiştir. Düzce istasyonuna ait izgenin binaların etkin titreşim aralığının dışında kalan çok düşük frekanslı bileşenler içermesi dışında, Bolu'daki genliklerin biraz daha büyük olduğu anlaşılmaktadır. Bu izgelerde, Düzce ve Bolu arasındaki farklı hasar oluşumunu açıklayacak bilgi bulunmamaktadır. Bunun nedeni depremlerin zamanda **durağan-olmayan** dalga biçimlerinden oluşması ve Fourier dönüşümünün kalıcı olmayan dalga biçimlerinin çeşitli frekanslardaki genlikleri için ortalama bir değer üretmesidir.

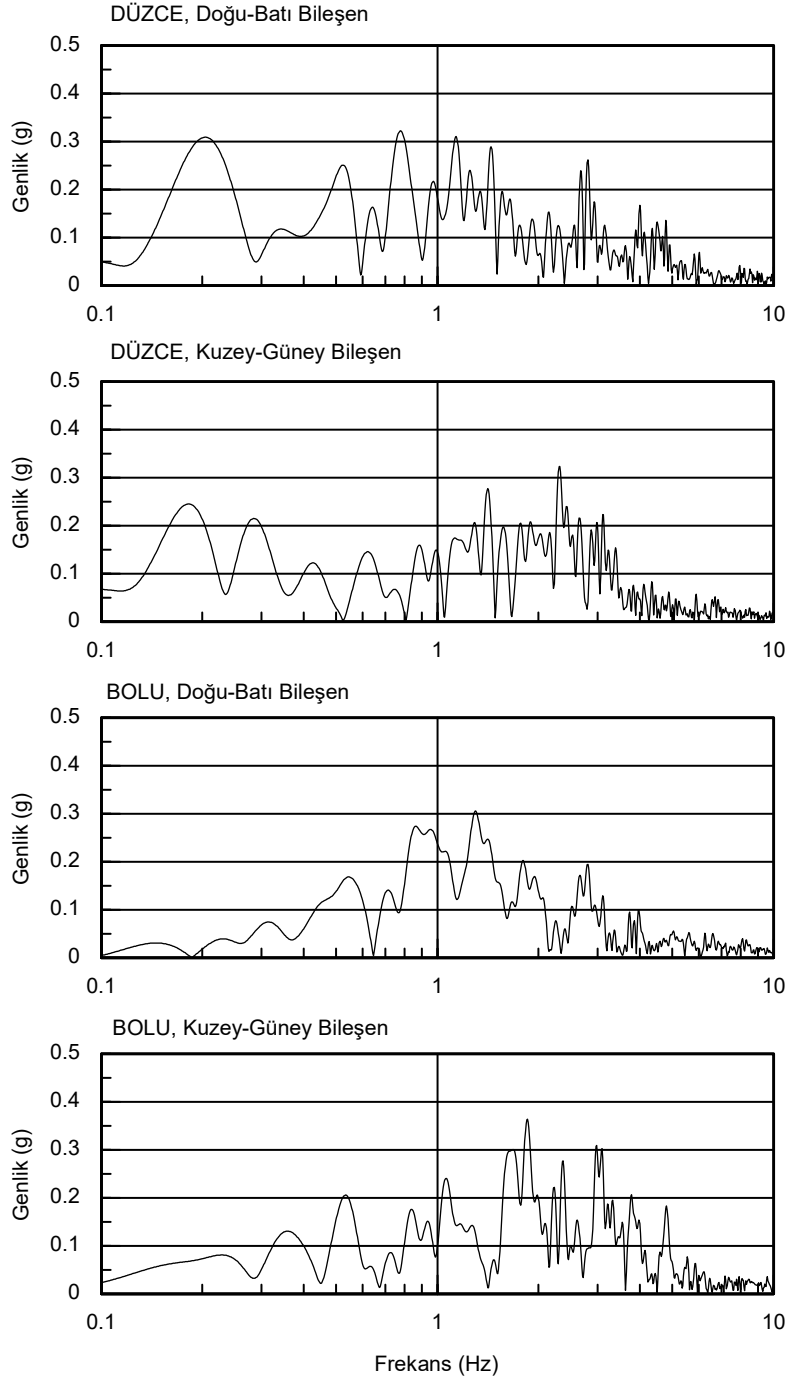
Dalga biçimlerinin çeşitli frekanslardaki genliklerinin zaman ile değişimi S-dönüşümü yardımıyla incelenebilir. Şekil 11.4.5 de 12 Kasım depreminde Düzce ve Bolu'da ölçülen ivme kayıtlarının S-dönüşümü zaman-frekans haritası şeklinde sunulmuştur. S dalgasının Düzce ve Bolu istasyonlarına sırası ile 2.2 ve 4.2 inci saniyelerde ulaştığı genlik değerlerinin keskin değişiminden anlaşılmaktadır. Göze çarpan diğer konu ise hasar oluşturabilecek kadar yüksek genlik değerlerinin Düzce'de daha uzun süre aldığıdır. Bolu'da yüksek genlikler yalnızca altıncı saniye civarında belirdir.

Şekil 11.4.6'da ise S-dönüşümü sonucunda 0.1 ve 10 Hz frekansları arasındaki bazı çığlıklar görüntülenmiştir. Hasara yol açabilecek 0.1 g değerinden daha büyük genlikler Düzce'de 2.5 ve 12.5 saniyeler arasında iken Bolu'da 4 ve 8.5 saniyeler arasındadır. Zaman-frekans ayrışımı ile depremin süre etkisi daha açık olarak görülebilmekte ve kısa-ömürlü sinyaller ile uzun-ömürlü sinyaller birbirinden ayrılabilir. Ayrıca, frekansları binaların etkin frekansına yakın çığlıkların incelenmesi kolaylaşmaktadır.

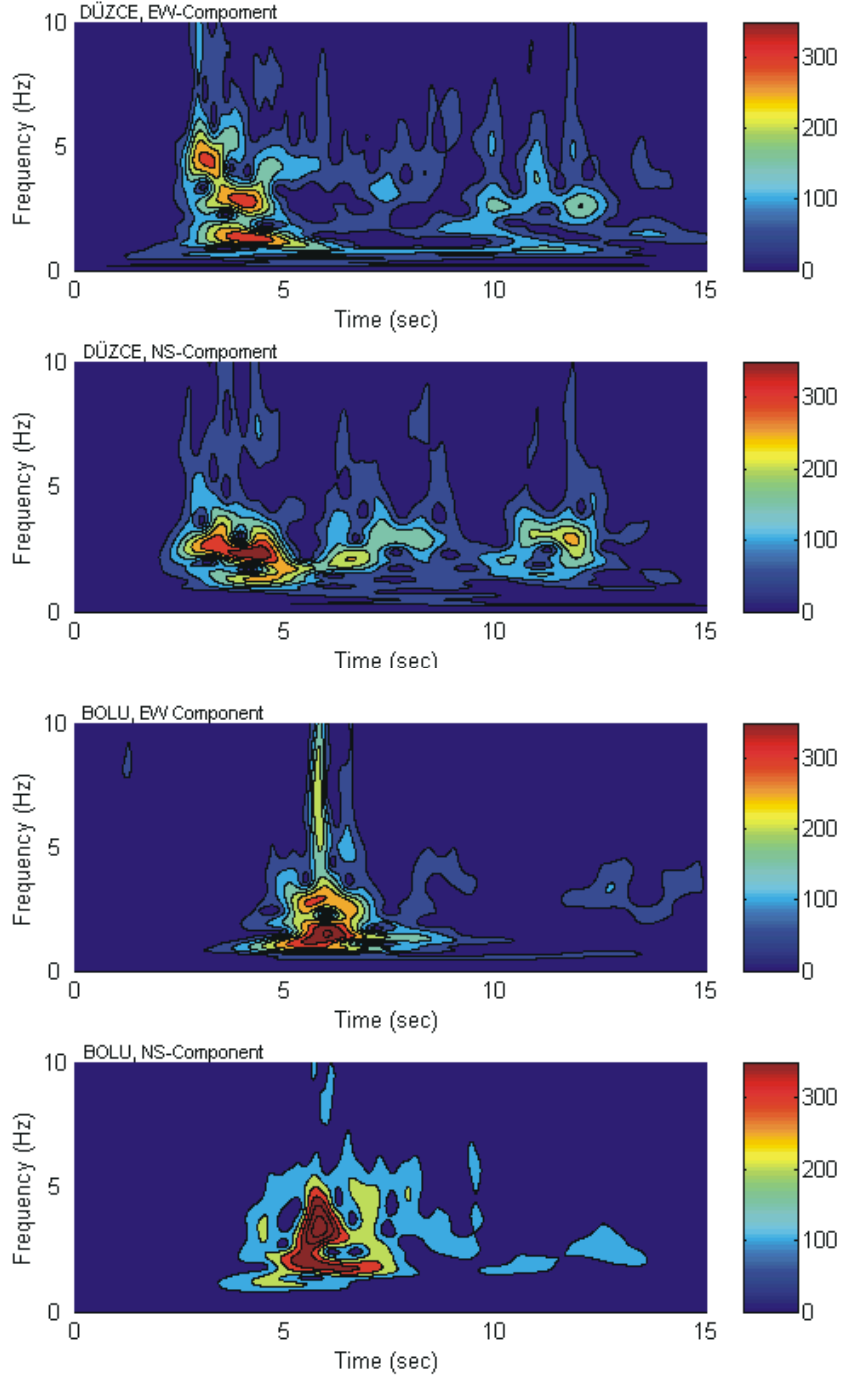
Buradan elde edilen deneyimler, Fourier dönüşümünden hesaplanan genlikler yardımı ile her zaman daha büyük hasar gören bölgelerin ayırt edilemeyeceğini, S-dönüşümü yardımı ile depremin süre etkisinin de görselleştirilmesinin yararlı olacağını göstermektedir. Böylece, yapı hasarları ile kuvvetli yer hareketi kayıtları arasında doğrudan ilişki kurulması olanaklı hale gelebilir (Başokur ve diğ., 2003).



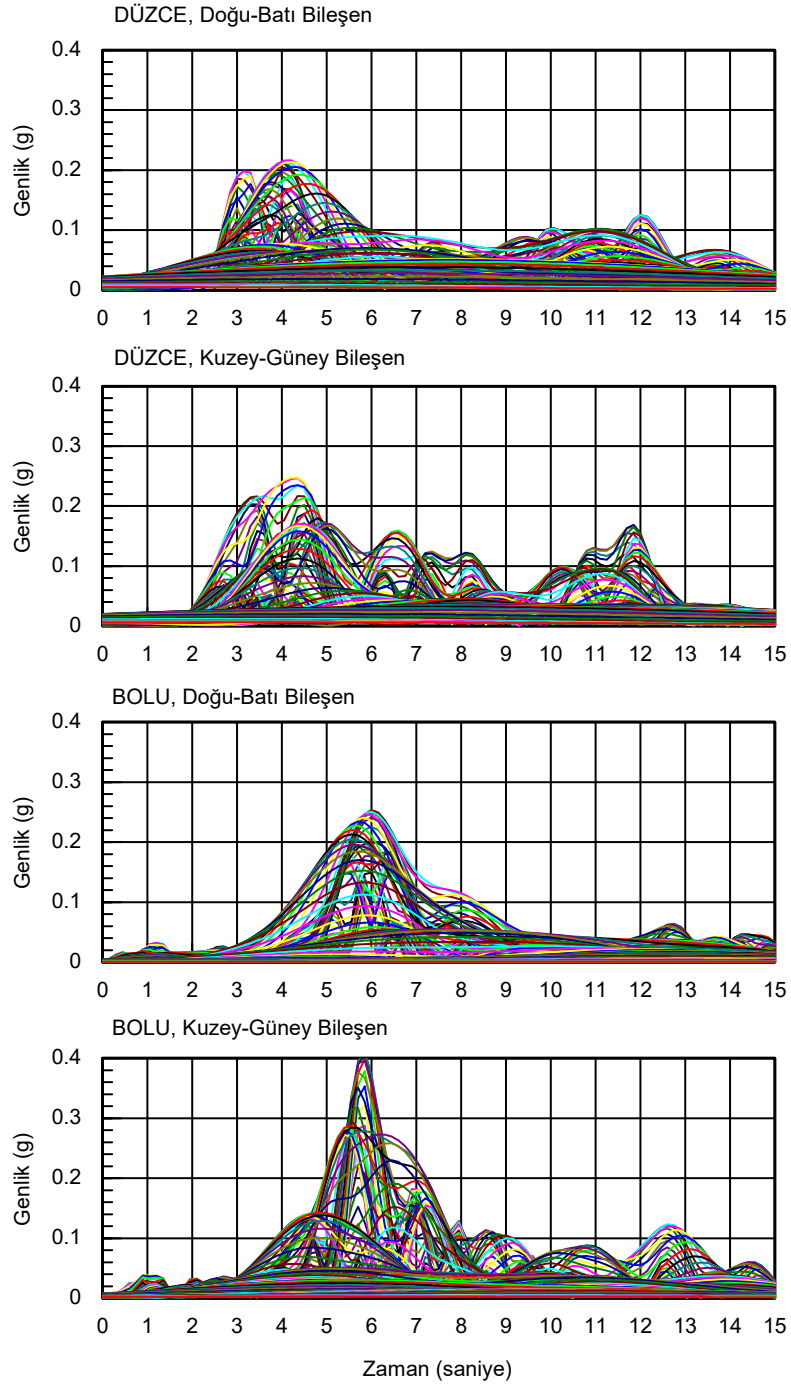
Şekil 11.4.3. 12 Kasım 1999 depreminde Düzce ve Bolu istasyonlarında ölçülen doğu-batı ve kuzey-güney yönlü ivme bileşenlerinin karşılaştırılması (Veri Afet İşleri Genel Müdürlüğü'nden alınmıştır).



Şekil 11.4.4. Düzce ve Bolu istasyonlarında ölçülen ivme kayıtlarının Fourier dönüşümü.



Şekil 11.4.5. İvme kayıtlarının S-dönüşümü (genlik değerleri 1000 g olarak görüntülenmiştir).



Şekil 11.4.6. Zamana karşı 0.1 ve 10 Hz aralığındaki bazı çığlıtların genliklerinin değişimi.