

# Elektrik ve Magnetizma

## 1.1. Biot-Sawart yasası

Üzerinden akım geçen, herhangi bir biçime sahip iletken bir tel tarafından bir P noktasında üretilen magnetik alan şiddeti H iletkeni oluşturan herbir parçanın P noktasında oluşturacakları alanların üstüste gelmeleri(süperpozisyonu) olarak ele alınabilir. Üzerinden I akımı geçen dl uzunluklu iletken parçanın P noktasında ürettiği magnetik alan dH olsun, bu alan dl ve P' nin tanımladığı düzlemin normaline diktir.

Biot-Sawart yasasına göre dH alanı şu şekildedir

$$dH = \frac{1}{4\pi} \frac{I dl \times \vec{r}_0}{r^2} \quad (1)$$

Burada  $\vec{r}_0$ , dl ile P noktasını birleştiren doğru üzerindeki birim vektördür. Bütün olarak H alan şiddetini elde etmek için (1) denkleminin iletken tel boyunca integrali alınmalıdır.

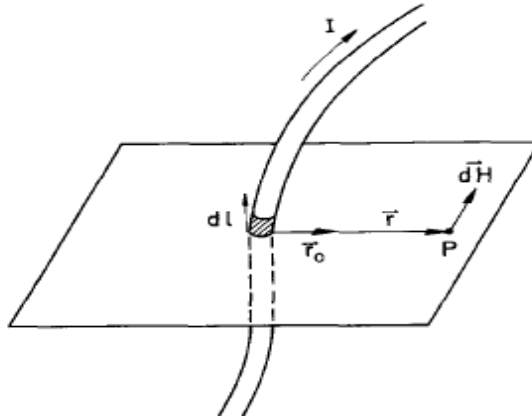
$$H(P) = \frac{1}{4\pi} \int_{\text{tümiletken}} \frac{I dl \times \vec{r}_0}{r^2} \quad (2)$$

Magnetik alan şiddeti H alanı üreten I akımı ile tanımlanır. Alanın etkisi(mesela alan içindeki akım taşıyıcı tellere) alanın içinde bulunan maddenin doğasına da bağlıdır. Magnetik akı yoğunluğu B, içinden I' akımı geçen ve kuvvet çizgilerine dik olan s uzunluklu düzgün bir iletkene etki eden F kuvveti ile tanımlanır.

$$B = F / (I' \cdot s) \quad (3)$$

B ile H arasında aşağıdaki ilişki vardır

$$B = \mu_0 \mu_r H \quad (4)$$

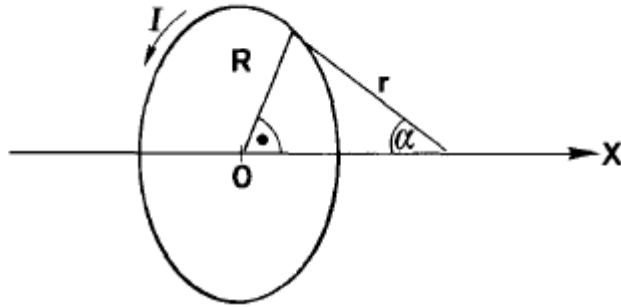


Şekil 1. İletken telin magnetik alanı

Bu deneyde demir gövdesi olmayan bobinler incelenecektir. Havaya göre magnetik geçirgenlik  $\mu_0 = 1.0000004$  tür. Buna göre denklemdeki  $\mu_r$  çarpanı ihmal edilebilir.

## 1. 2. Çembersel bir iletkenin magnetik alanı

Biot-Sawart yasasını kullanarak, çembersel bir iletkenin dönme simetri eksenini (x-ekseni) boyunca magnetik akı yoğunluğu hesaplanacaktır. dB' nin sadece x-bileşeni hesaplamada dikkate alınmalıdır, çünkü iletkenin karşılıklı iki parçasının ürettiği alan bileşenleri tüm diğer yönlerde birbirini yok edecektir.



**Şekil 2. Çembersel bir tel üzerinden geçen akımın magnetik akı yoğunluğunun hesaplanması için yardımcı şekil.**

$\vec{r}_0$ , dl' ye dik olduğundan aşağıdaki ifade yazılabilir

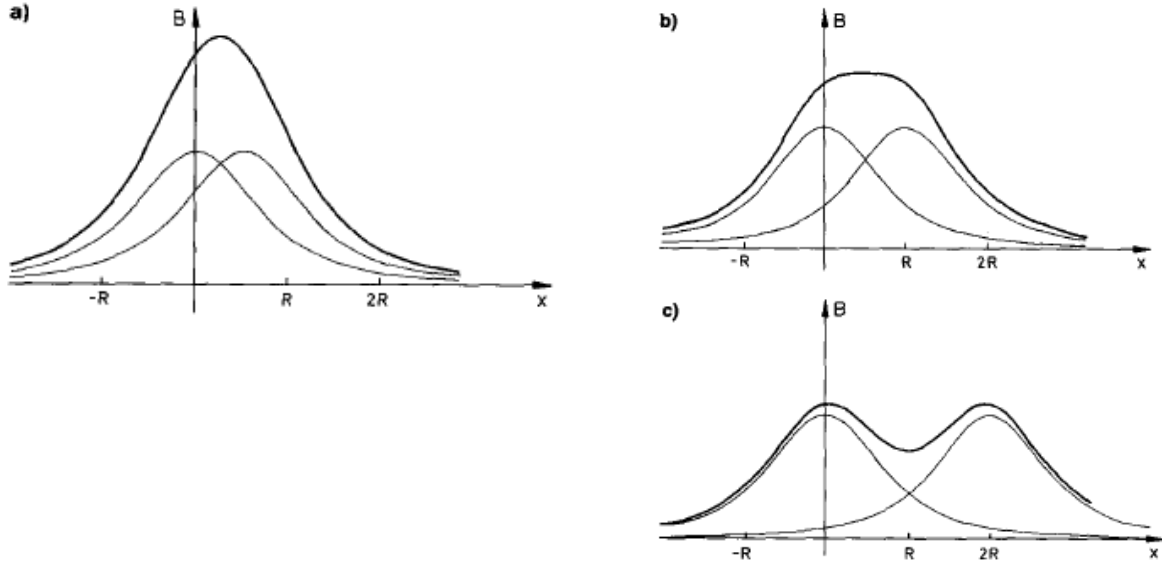
$$\begin{aligned}
 B(x) &= \frac{\mu_0}{4\pi} I \int_{\text{tümiletken}} \frac{dl \sin \alpha}{r^2} \\
 &= \frac{\mu_0}{4\pi} I \int_{\text{tümiletken}} \frac{dl \cdot R}{r^3}
 \end{aligned} \tag{5}$$

İntegralin içi çembersel iletken boyunca integral alınırsa sabit kalır. Böylece şu ifade bulunur,

$$\begin{aligned}
 B(x) &= 2\pi R \cdot \frac{\mu_0}{4\pi} I \cdot \frac{R}{\sqrt{R^2 + x^2}} \\
 &= \frac{\mu_0 \cdot I \cdot R^2}{2 \cdot \sqrt{R^2 + x^2}}
 \end{aligned} \tag{6}$$

## 1. 3. Helmholtz bobini

Şekil 3. ' te birbirinden a kadar uzakta bulunan paralel iki çembersel akım kaynağının oluşturduğu magnetik alanların üstüste gelmesi ile elde edilen magnetik akı gösterilmektedir.



**Şekil 3. Farklı mesafelerde bulunan çembersel iki akım kaynağının magnetik alanlarının üstüste gelmesi. a)  $a = 0.5R$ ; b)  $a = R$  ; c)  $a = 2R$ .**

Çembersel akım kangalları arasında uygun bir  $a$  uzaklığı olduğunda, akı yoğunluğunun sadece çok az değişeceği ve böylece alanın yaklaşık olarak homojen olacağı şekilde kangalların arasında bir bölge oluştuğu görülebilir.

Bu  $a$  uzaklığı akı yoğunluğundaki değişim  $x=a/2$  için bir minimum olacağı şartından aritmetik olarak belirlenebilir. Bunun için gerekli koşul şöyledir

$$\left. \frac{d^2 B}{dx^2} \right|_{x=a/2} = 0 \quad (7)$$

(6)' ya göre aşağıdaki denklem akım kangallarının her ikisinin akı yoğunluğuna uygulanabilir

$$\begin{aligned} B(x) &= B_1(x) + B_2(x) \\ &= \frac{1}{2} \mu_0 . I . R^2 \left[ \frac{1}{\sqrt{R^2 + x^2}} + \frac{1}{\sqrt{R^2 + (x-a)^2}} \right] \end{aligned} \quad (8)$$

İki kangal  $n$  sarımlı ve ihmal edilebilir uzunlukta olmak üzere basit çembersel akımların yerine kullanılırsa o zaman şu ifade bulunur

$$B(x) = \frac{1}{2} \mu_0 . n . I . R^2 \left[ \frac{1}{\sqrt{R^2 + x^2}} + \frac{1}{\sqrt{R^2 + (x-a)^2}} \right] \quad (9)$$

Biraz dikkatli bir şekilde ve kolayca bu ifadenin iki kere türevi alınırsa (7) ifadesinin

$$a=R \quad (10)$$

için sağlandığı görülür.

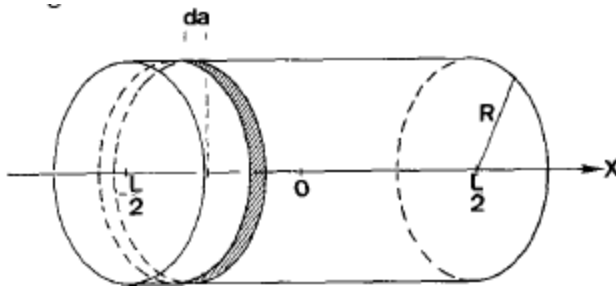
$a=R$  için böyle bir sisteme bir Helmholtz bobini çifti adı verilir. (10) ifadesi (9)' da yerine koyulursa sistemin merkezinde magnetik akı yoğunluğu elde edilir.

$$B\left(x = \frac{a}{2}\right) = \mu_0 \cdot n \cdot \frac{I}{R} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2}} = 0.716 \cdot \frac{\mu_0 \cdot n \cdot I}{R} \quad (11)$$

Helmholtz bobinlerinin pratik yararı her taraftan homojen magnetik alanın kolayca elde edilmesidir.

#### 1.4. Uzun bir bobinin magnetik alanı

Uzunluğu ihmal edilemeyecek kadar büyük ve  $L$  olan  $n$  sarımlı bir bobinin eksenı boyunca magnetik akının karakteristiği bobinin sonsuz küçük da uzunluklu bobinlerden oluştuğu varsayılarak elde edilir.



Şekil. 4. Uzun bir bobinin içindeki akı yoğunluğunun hesaplanması için

Orjinden belirli bir uzaklıktaki bir bobin kesiti aşağıdaki gibi sonsuz küçük bir akı yoğunluğu üretir

$$dB(x) = \frac{1}{2} \mu_0 \cdot I \cdot R^2 \frac{1}{\sqrt{R^2 + (x-2)^2}} \cdot \frac{n}{L} da \quad (12)$$

Burada  $(nIL) \cdot da$  da kalınlıklı bobin kesiti içindeki sarım sayısıdır. Bütün olarak akı yoğunluğu  $a$  üzerinden integral alınarak bulunur

$$B(x) = \frac{\mu_0 \cdot n \cdot I}{2R \cdot L} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{da}{\sqrt{1 + \left[ \frac{x-a}{R} \right]^2}} \quad (13)$$

İntegral alınarak şu şekilde bulunur.

$$B(x) = \frac{\mu_0 \cdot n \cdot I}{2R \cdot L} \left[ \frac{x + \frac{L}{2}}{\sqrt{R^2 + \left[ x + \frac{L}{2} \right]^2}} - \frac{x - \frac{L}{2}}{\sqrt{R^2 + \left[ x - \frac{L}{2} \right]^2}} \right] \quad (14)$$

Uzun, ince bobinin ( $R < L$ ) merkezine yakın ( $|x| < L$ ) akı yoğunluğuna göre (14)' ten şu ifade bulunur

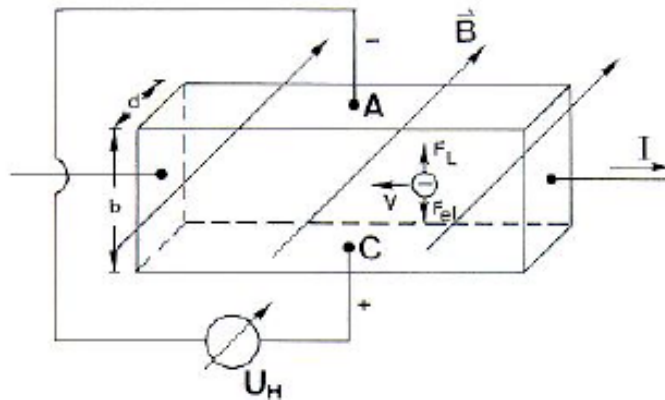
$$B_{\text{merkez}} = \mu_0 \cdot I \cdot \frac{n}{L} \quad (15)$$

Verilen yaklaşıklıklar çerçevesinde uzun bobinin merkezinde sınırlı bir bölgede homojen bir magnetik alan bulunur. Bobinin uçlarında akı yoğunluğu bobinin merkezindeki yarısıdır; bu durum, (14) ifadesine  $x=L/2$  alınarak görülebilir.

$$B_{\text{uç}} = \frac{1}{2} \mu_0 \cdot I \cdot \frac{n}{L} \quad (16)$$

## 1. 5. Hall Magnetik Alan Algılayıcısı

Üzerinden  $I$  akımı geçen bir iletken plakada, akım magnetik alanın kuvvet çizgilerine Şekil 5.' teki gibi dik geçiyorsa, o zaman Lorentz Kuvveti  $\vec{F}_L$ ' nin etkisiyle serbest yük taşıyıcıları şekildeki A noktasında toplanır. Bu etki Hall etkisi olarak bilinir.



Şekil 5. Hall etkisi

Bu durum  $\vec{F}_L$  Lorentz kuvveti ile  $\vec{F}_{El}$  elektrik kuvveti birbirine eşit oluncaya kadar devam eder:

$$\vec{F}_{El} = -\vec{F}_L \quad (17)$$

İletkenin üst ve alt kenarları arasında homojen bir elektrik alan varsayılırsa şu ifade bulunur

$$e \cdot \frac{U_H}{b} = -e \cdot v \cdot B \quad (18)$$

Yük taşıyıcıların hızı yük yoğunluğu  $n$  ve  $I$  akımı tarafından belirlenir.

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = n \cdot e \cdot b \cdot d \cdot \frac{\Delta s}{\Delta t} = n \cdot e \cdot b \cdot d \cdot v \quad (19)$$

Burada  $s$  elektronların  $t$  zamanda aldıkları yoldur. (19)  $v'$  ye göre çözümlenerek (18)' de yerine koyulursa sabit bir  $I$  akımıyla  $A$  ve  $C$  arasında oluşturulan Hall voltajı  $U_H$  'nin  $B$  magnetik akı yoğunluğu ile orantılı olduğu görülebilir.

$$U_H = \frac{I}{n \cdot e \cdot d} \cdot B \quad (20)$$

$B$  böylece Hall voltajının ölçümü ile belirlenebilir. Duyarlılığı olabildiğince arttırmak için, seyreltilmiş yarıiletken malzemeden yapılmış çok ince iletkenler kullanılır burada serbest yük taşıyıcılarının yoğunluğu  $n$  metaldekilere göre dikkate değer ölçüde daha azdır. (Bakırda  $n=10^{23} \text{cm}^{-3}$  iken bir seyreltilmiş yarı iletken için tipik bir değer  $n=10^{14} \text{cm}^{-3}$  dir.)  $n$  için Hall probundaki tam değer genel olarak bilinmez. Bu sebeple Hall probu bilinen bir alan şiddeti için Hall voltajı ölçümü yapılarak, ölçümden önce kalibre edilmelidir.

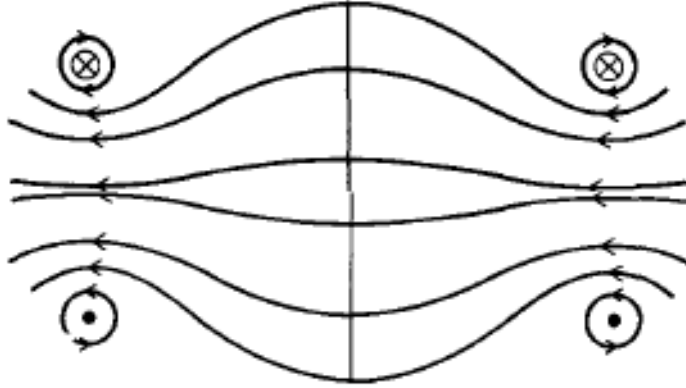
## 2. 1. Açıklayıcı Bilgiler

---

Çubuk biçimli eksensel alan probu tüm ölçümlerde bir Hall probu olarak kullanılır. Yarıiletken levha bunun üzerine yüzey normali çubuk yönüne çevrilecek biçimde monte edilir ve böylece çubuk yönündeki alan bileşeni ölçülür. Dünyanın magnetik alanından gelecek katkının ölçüm almadan önce sıfır-ayar yapılarak telafi edilmesi gereklidir.

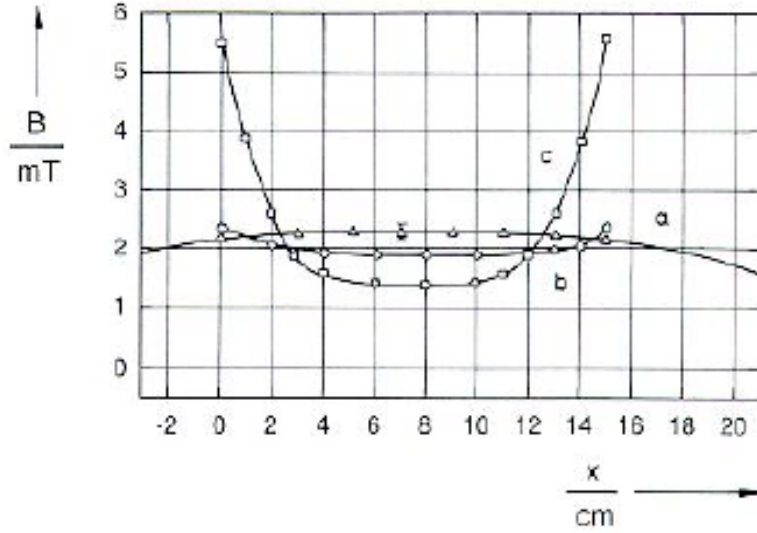
## 2. 2. Ölçüm Örnekleri

Şekil 6. ' da niteliksel olarak Helmholtz bobinleri için kuvvetin magnetik çizgilerinin karakteristik desenini göstermektedir. Kuvvet çizgilerinin yoğunluğu magnetik alanın göreceli şiddeti hakkında herhangi bir ifadede bulunulmak için yeterli değildir.



**Şekil 6. Helmholtz bobinleri için kuvvetin manyetik çizgilerinin karakteristik deseni**

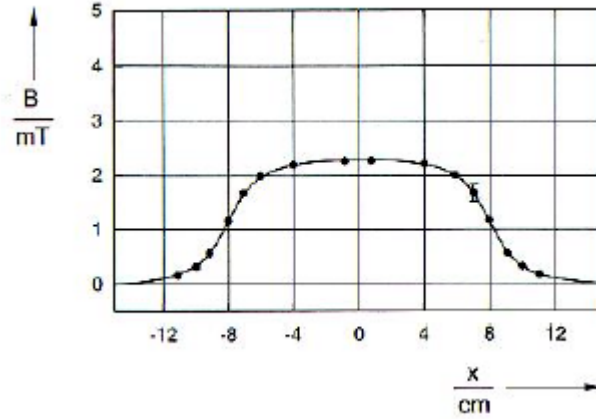
Şekil 7. Helmholtz bobinleri üzerindeki ölçümlerin sonuçlarını göstermektedir. Sürekli çizgi (a) teorik olarak (9) ile uygun olarak dönme simetrisi eksenini boyunca akı yoğunluğunun karakteristiğini göstermektedir, buna karşın (b) ve (c) eğrileri ölçüm sonuçlarına göre çizilen eğrilerdir. Hata çubukları magnetik alan ölçerinin hassasiyetine göre belirlenmiştir.



**Şekil 7. Helmholtz bobinleri için magnetik akı yoğunluğunun x-bileşeni, (a) x-ekseni boyunca, (b) x-eksenine paralel d= 7.5cm, (c) x-eksenine paralel, d= 14.5 cm, R= 15 cm, I=2.5A, n=150.**

Beklendiği üzere magnetik akı yoğunluğu iki bobinin arasındaki merkezde yaklaşık olarak sabittir. Magnetik akı yoğunluğu iletkenlerden biri yaklaştırıldığında adım adım artmaktadır((c) eğrisi).

Şekil 8. uzun bir bobinin ekseni boyunca akı yoğunluğunun desenini göstermektedir. Burada yine ölçümler seçilen bobin verileri için teorik eğri ile birlikte gösterilmiştir.



**Şekil 8. Uzun bir bobinin ekseni boyunca manyetik akı yoğunluğunun değişimi**

### 3. Ekler

#### 3. 1. Ek uyarılar

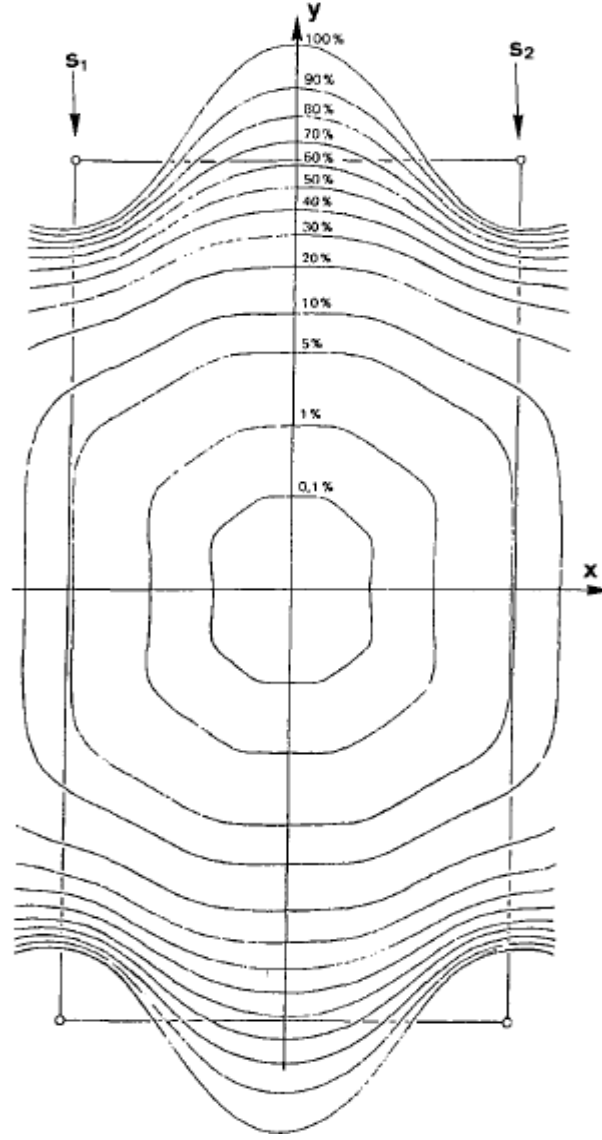
Gravitasyon alanında alan şiddeti deneme kütlesi başına kuvvettir. Elektrik alanında alan şiddeti deneme yükü başına alan şiddetidir. Magnetik alan şiddetini deneme akımı başına kuvvet olarak tanımlamak mantıklı olabilir burada içinden I akımı geçen sonsuz küçük dL uzunluklu bir iletken kesiti dikkate alınır. Bu tanıma uygun olarak H değil B magnetik alan şiddeti olarak ele alınmalıdır. Deney ölçümlerinin alınması sırasında dünyanın magnetik alanı, üç Helmholtz bobini çiftleri eksenleri birbirine dik olacak şekilde kurularak perdelenmelidir. Böylece, her bir bobin çifti Dünyanın magnetik alan bileşenlerinden birini telafi etmek için kullanılabilir. Elektrik ve magnetik alan sabitleri ve vakumda elektromagnetik dalgaların yayılma sürati arasında Maxwell denklemlerine göre aşağıdaki ilişki vardır

$$c = \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \quad (21)$$

Yaklaşıklık yöntemleri ayrıca Helmholtz bobini çiftinin ekseni dışındaki alan dağılımının hesaplanmasına izin vermektedir. Şekil 9. bu türden hesapların sonucunu göstermektedir. İki bobinin(S1 ve S2) ortak eksenleri boyunca bir düzlem gözlenmektedir.



Bu düzlemde, bölgeler, B-B0 farkının büyüklüğünün merkez noktasında B0 akı yoğunluğunun belirli bir yüzdesini geçemeyeceği şekilde gösterilmiştir.



**Şekil 9. Bir Helmholtz bobini çiftinin alanının homojenliği**

**Kaynak:**

---

1) E. Ruprecht: Das Magnetfeld der Helmholtz-spule. Physik und Didaktik 3(1975).