

BÖLÜM 7

Elektrodinamik

Doç. Dr. Fulya Bağcı
Ankara Üniversitesi,
Fizik Mühendisliği Bölümü
24.03.2021

Bu ders sunumu hazırlanırken aşağıdaki kaynak kullanılmıştır:
Elektromagnetik Teori, David J. Griffiths, Gazi Kitabevi (Çeviri: Prof. Dr. Basri Ünal)

İçerik

- 7.1 Elektromotor Kuvveti
 - 7.1.1. Ohm yasası
 - 7.1.2. Elektromotor kuvveti
 - 7.1.3 Hareket kaynaklı emk
- 7.2 Elektromanyetik İndüksiyon
 - 7.2.1 Faraday yasası
 - 7.2.2 İndüklenmiş elektrik alan
 - 7.2.3 İndüktans
 - 7.2.4 Magnetik alanlarda enerji

7.1 Elektromotor Kuvveti

7.1.1. Ohm Yasası

Akımın akması için yükler itilmelidir. İtmeye karşın yüklerin ne kadar hızlı hareket edeceği malzemenin yapısına bağlıdır. Çoğu maddeler için J ile *birim yük başına kuvvet* f doğru orantılıdır.

$$J = \sigma f$$

Orantılılık sabiti σ bir malzemedeki diğerine değişen deneysel bir sabittir ve **ortamın iletkenliği** olarak adlandırılır. Öz direnç $\rho = 1/\sigma$ ile verilir. Bir metalin iletkenliği yalıtıkana göre (yalıtıkana hafifçe iletse de) astronomik derecede daha fazladır. Gerçekte metaller birçok maksat için $\sigma = \infty$ olan **mükemmel iletken** olarak sayılabilirler.

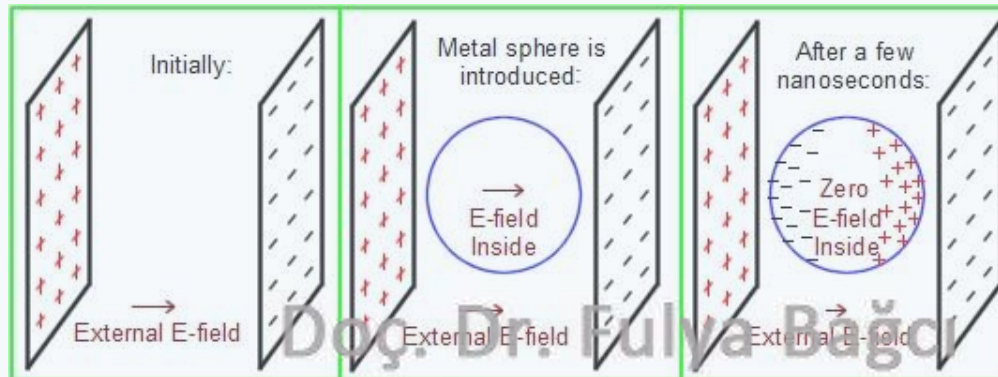
Akımı oluşturmak üzere yükleri süren kuvvet elektromagnetik kuvvet olarak ele alındığında

$$J = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

- Genellikle yüklerin hızları yeterince küçüktür ve ikinci terim gözardı edilebilir. Ohm yasası:

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$$

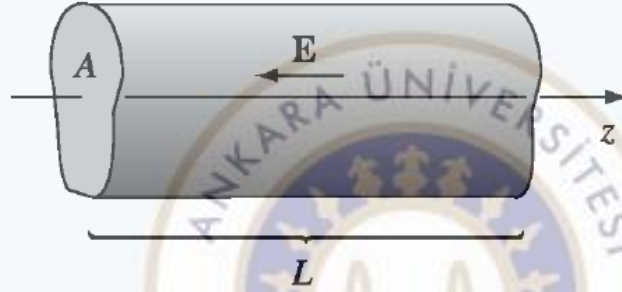
- Bununla beraber plazmalarda \mathbf{f} ye gelen magnetik katkı önemli olabilir.
- Bir iletkenin içinde $\mathbf{E} = 0$ olduğunu söylemiştik (2.5.1). Fakat bu durağan yükler içindir ($\mathbf{J} = 0$). Bundan başka, akım akıyor olsa bile mükemmel iletkenler için $\mathbf{E} = \mathbf{J}/\sigma = 0$ 'dır (iletken yüzeyinde $E=0$). Uygulamada metaller, içlerindeki akımı sürmek için gerekli elektrik alan gözardı edilebilir olacak kadar iyi iletkenlerdir. Böylece biz elektrik devrelerindeki birleştirici telleri eşpotansiyeller olarak ele almak alışkanlığına sahip bulunuyoruz. Bunun zıddı olarak dirençler zayıf ileten malzemelerden yapılırlar.



Malzeme	Öz direnç (Ωm)	Malzeme	Öz direnç (Ωm)
İletkenler		Yarı iletkenler	
Silver	1.59×10^{-8}	Sea water	0.2
Copper	1.68×10^{-8}	Germanium	0.46
Gold	2.21×10^{-8}	Diamond	2.7
Aluminum	2.65×10^{-8}	Silicon	2500
Iron	9.61×10^{-8}	<i>Insulators:</i>	
Mercury	9.61×10^{-7}	Water (pure)	8.3×10^3
Nichrome	1.08×10^{-6}	Glass	$10^9 - 10^{14}$
Manganese	1.44×10^{-6}	Rubber	$10^{13} - 10^{15}$
Graphite	1.6×10^{-5}	Teflon	$10^{22} - 10^{24}$

TABLE 7.1 Resistivities, in ohm-meters (all values are for 1 atm, 20° C). *Data from Handbook of Chemistry and Physics, 91st ed. (Boca Raton, Fla.: CRC Press, 2010) and other references.*

Örnek 7.1 Enine kesit alanı A ve boyu L olan silindirik bir direnç iletkenliği σ olan bir malzemedен yapılmıştır. (Enine kesit dairesel olmak zorunda değil ama tüm uzunluk boyunca aynı.) Her bir uç üzerinde potansiyel sabitse ve uçlar arasındaki potansiyel farkı V ise ne kadar akım akar?



Çözüm:

Tel içinde elektrik alan düzgündür. $J = \sigma E$

$$I = JA = \sigma EA = \frac{\sigma A}{L} V$$

$$R = \left(\frac{L}{\sigma A} \right)$$

Doç. Dr. Fulya Bağcı

Örnek 7.2 İki uzun silindir (yarıçapları a ve b) iletkenliği σ olan malzeme ile ayrılmıştır (Şekil 7.2). Bir V potansiyel farkında tutulurlarsa L uzunluklu bir parçada birinden diğerine ne kadar akım akar?

Çözüm:

Silindirler arasındaki alan $\mathbf{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 s} \hat{\mathbf{s}}$

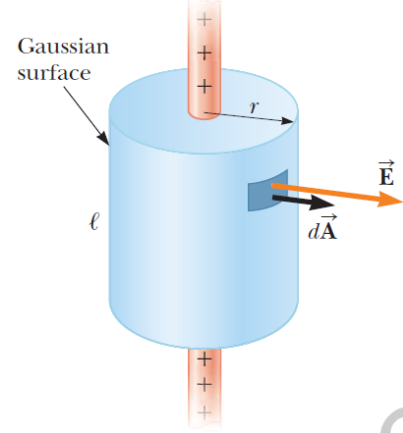
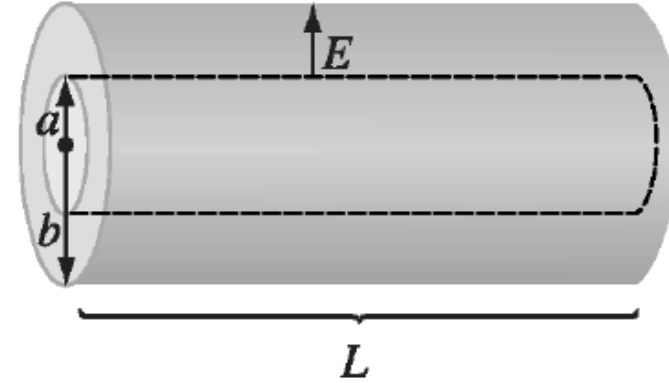
λ : iç silindir üzerinde birim uzunluktaki yük

$$I = \oint \mathbf{J} \cdot d\mathbf{a} = \sigma \int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{a} = \sigma \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 s} 2\pi s L = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \lambda L$$

İntegral iç silindiri saran herhangi bir yüzey üzerindedir. Silindirler arasındaki potansiyel farkı

$$V = - \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \int_a^b \frac{ds}{s} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{b}{a}\right) \rightarrow \lambda = \frac{2\pi\epsilon_0 V}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}$$

$$I = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \frac{2\pi\epsilon_0 V}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)} L \rightarrow I = \frac{2\pi\sigma L}{\ln(b/a)} V$$



$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} = 2k_e \frac{\lambda}{r}$$

$$R = \ln \frac{b/a}{2\pi\sigma L}$$

Bu örneklerden gösterildiği gibi bir elektrottan diğerine akan toplam akım onlar arasındaki potansiyel farkı ile orantılıdır.

$$V = IR$$

Bu elbette Ohm yasasının daha bilinen bir şeklidir. Orantılık sabiti R direnç adını alır, o düzenlemenin geometrisinin ve elektrotlar arasındaki malzemenin iletkenliğinin bir fonksiyonudur. (Örnek 7.1'de $R = \left(\frac{L}{\sigma A}\right)$ Örnek

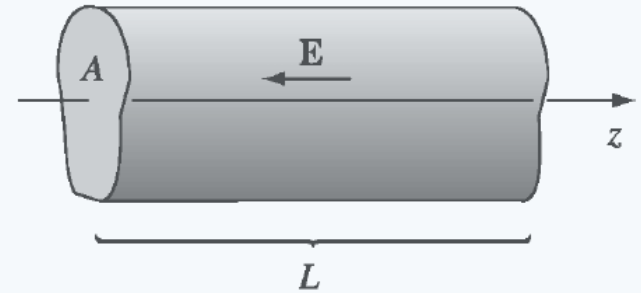
7.2'de $R = \ln \frac{b}{a}{2\pi\sigma L}$ Direnç ohm (Ω) cinsinden ölçülür. 1 ohm, amper başına bir volttur. V ile I arasındaki orantılılık $J = \sigma E$ 'in doğal sonucudur. V 'yi iki kat artırmak istiyorsanız basitçe her yerdeki yükü iki kat artırabilirsiniz. Fakat bu E 'yi iki katına çıkarır. Bu da J 'yi ikiye katlar. Böylece I iki kat artmış olur.

- Kararlı akımlar ve düzgün iletkenlik halinde $\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{1}{\sigma} \nabla \cdot \mathbf{J} = 0$
- Bu yüzden yük yoğunluğu sıfırdır. Dengelenmemiş herhangi bir yük yüzeyde bulunur. Biz bunu durağan yükler için $\mathbf{E}=0$ gerçeğini kullanarak daha önce ispat etmiştik. Besbelli yüklerin hareketine izin verilse bile o halen doğrudur. Buradan özellikle kararlı bir akım taşıyan türdeş omik bir malzeme için de Laplace denkleminin geçerli olduğu anlaşılır. Bu yüzden potansiyeli hesaplama ile ilgili Bölüm 3'deki bütün araçlar kullanılabilir.

- **Örnek 7.3.** Örnek 7.1'deki alanın düzgün olduğunu ileri sürdük. Bunu ispat edelim.
- **Çözüm:** Silindirin içinde V Laplace denkleminin uyar. Sınır koşulları nelerdir? Sol uçta potansiyel sabittir. Onu sıfıra eşit alalım. Sağ uçtaki sabit potansiyele de V_0 diyelim. Silindirik yüzey üzerinde $\mathbf{J} \cdot \hat{\mathbf{n}} = 0$ 'dır, aksi takdirde etrafındaki uzaya yük kaçağı olmuş olurdu (etraf iletken olmayan bir ortam). Bu sebeple $\mathbf{E} \cdot \hat{\mathbf{n}} = 0$ 'dır ve buradan $\partial V / \partial n = 0$ bulunur. V veya V' 'nin normal (dik bileşen) türevi $\partial V / \partial n$ bütün yüzeyler üzerinde verilmiş ise V 'nin tek bir çözümü vardır (Prob. 3.4). Laplace denkleminin uyan ve sınır koşullarını sağlayan bu potansiyeli tahmin etmek kolaydır:



$$V(z) = \frac{V_0 z}{L}$$



Sağlama: $V(z = 0) = 0$ ve $V(z = L) = V_0$

- Burada z eksen boyunca ölçülür. Tek çözüm teoremi çözümün bu olduğunu garantiler.

- Karşılık gelen elektrik alan

- $E = -\nabla V = -\frac{V_0}{L} \hat{z}$

olup bu gerçekten düzgündür (z'ye bağlı değil, sabit). İspatı istenen bu idi.

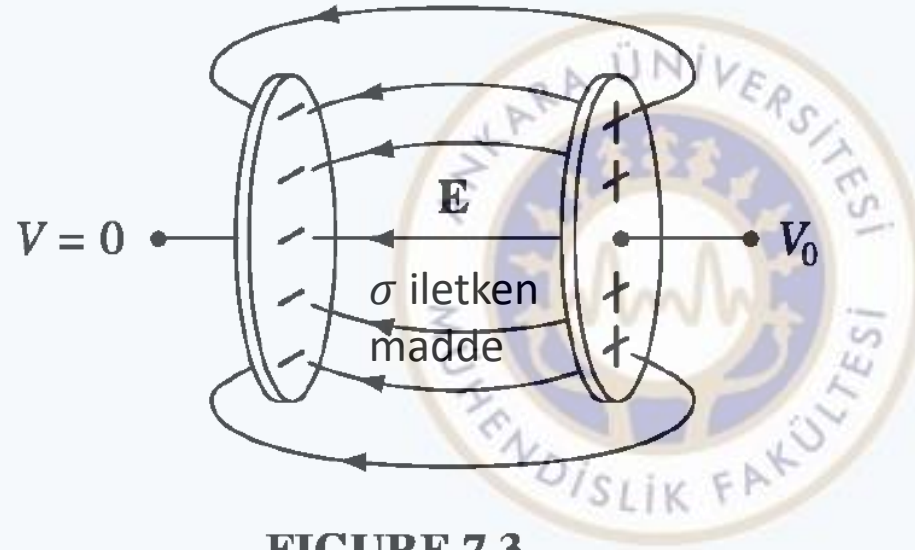


FIGURE 7.3

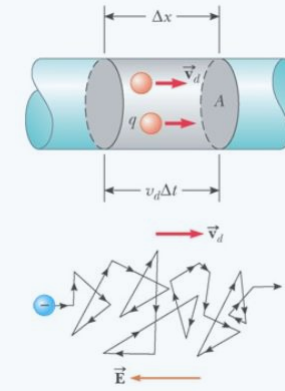
Her iki uçta yalnızca birer metal plaka bırakacak şekilde ara bölgeden iletken malzemenin kaldırılmasıyla ortaya çıkacak olan son derece zor problemi bununla karşılaştırınız (Şek. 7.3). Şimdiki halde yük kendisini telin üzerinde güzel düzgün bir alan oluşturmak üzere düzenler.

- Fizikte Ohm yasasından daha yaygın olarak bilinen, buna rağmen Gauss yasası veya Ampere yasası anlamında gerçekten doğru bir yasa olmayan başka bir formül yoktur. O daha çok birçok madde için geçerli olan 'kararlama bir yoldur'. Gerçekte biraz durup Ohm yasası hakkında düşündüğünüzde Ohm yasasının geçerli olması bile şaşırtıcıdır. Sonuçta verilen bir E alanı q yükü üzerine bir qE kuvveti uygular ve Newton'un ikinci yasasına göre yük ivmelenir. Fakat yükler ivmeleniyorsa, siz alanı uygulanmış tuttukça akım gittikçe büyüyerek zamanla niçin artmıyor? Buna zıt olarak Ohm yasası sabit alanın sabit bir akım oluşturacağını çağırıştırır, bu sabit bir hız demektir. 🤔

- Bu Newton yasası ile bir çelişki değildir. Çünkü elektronlar tel boyunca akarken sık sık çarpışmaktadır. Olay şuna benzer: Her kavşakta bir dur işaretinin bulunduğu bir cadde boyunca araba sürüyorsunuz. Her ne kadar dur işaretleri arasında sürekli hızlansanız bile her bloğun başında yeniden hızlanmaya başlamak zorundasınız. Bu takdirde, periyodik ani duruşların dışında sürekli hızlanıyor olsanız da **ortalama hızınız bir sabittir**. Bir bloğun uzunluğu λ ise ve ivmeniz a ise bir bloğu katetmek için gerekli zaman

$$t = \sqrt{\frac{2\lambda}{a}}$$

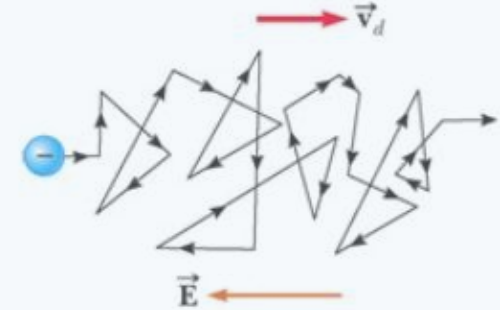
dır. Buradan ortalama hız şu olur: $v_{ort} = \frac{1}{2}at = \sqrt{\frac{\lambda a}{2}}$



Fakat durun! Bu da iyi değil! O bize hızın ivmenin karekökü ile orantılı olduğunu söyler. Bu sebeple akım alanın karekökü ile orantılı olmalıdır. Hikayenin bir diğer yönü daha vardır: Isısal enerjilerden dolayı yükler zaten oldukça hızlı hareket etmektedirler. Fakat ısısal hızlar gelişigüzel yönlerde sahip olduğundan ortalama hız sıfırdır. Bizim ilgilendiğimiz **sürüklenme hızı** fazladan küçük bir kısımdır (Prob. 5.19). Böylece çarpışmalar arasındaki zaman aslında bizim varsaydığımızdan çok daha kısadır. Gerçekte

$$t = \frac{\lambda}{v_{\text{ısısal}}}$$

$$\text{ve bu yüzden } v_{\text{ortalama}} = \frac{1}{2} a t = \frac{a \lambda}{2 v_{\text{ısısal}}}$$



Birim hacim başına n molekül ve molekül başına f serbest elektron varsa her elektronun yükü q , kütlesi m olmak üzere akım yoğunluğu:

$$\mathbf{J} = n f q \mathbf{v}_{\text{ort.}} = \frac{n f q \lambda}{2 v_{\text{ısısal}}} \frac{\mathbf{F}}{m} = \left(\frac{n f \lambda q^2}{2 m v_{\text{ısısal}}} \right) \mathbf{E}$$

$$\mathbf{J} = n f q \mathbf{v}_{\text{ort.}} = \frac{n f q \lambda}{2 v_{\text{sisal}}} \frac{\mathbf{F}}{m} = \left(\frac{n f \lambda q^2}{2 m v_{\text{sisal}}} \right) \mathbf{E}$$

- Parantez içerisindeki terimin iletkenlik için doğru bir formül olduğunu savunmuyorum. O temel girdileri göstermektedir. O iletkenliğin hareketli yüklerin yoğunluğu ile orantılı olduğunu ve genellikle artan sıcaklıkla azaldığını doğru olarak öngörür. Drude'a ait bu klasik model iletkenliğin modern kuantum teorisine çok az bir benzerlik gösterir.
- Tüm çarpışmaların bir sonucu olarak elektriksel kuvvet tarafından yapılan iş dirençte ısıya dönüştürülür. Birim yük başına yapılan iş V olduğundan ve I birim zamanda akan yükü gösterdiğinden dolayı, aktarılan güç

$$P = VI = I^2 R$$

olur. Bu **Joule ısıtması yasası**dır. I amper ve R ohm olduğundan P watt (saniyede Joule) olarak karşımıza çıkar.